

직접 검파 펄스 위치 변조 광통신 채널에서의 터보 부호의 성능

정회원 이 항 원*, 이 상 민**

Performance of Turbo Codes in the Direct Detection Optical PPM Channel

Hang-Won Lee*, Sang-Min Lee** *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 펄스 위치 변조를 사용하는 직접 검파 광통신 채널에서의 터보부호의 성능에 대하여 연구한다. 직접 검파기로서는 이상적인 광자 계수기를 사용하는 경우를 가정하며, 채널 잡음으로는 양자 잡음뿐 만 아니라 배경 잡음도 있는 경우를 가정한다. 즉 사용된 채널 모델은 M-ary PPM Poisson 채널이다. 이 채널에 터보 부호를 적용하기 위한 송수신기의 구조를 제시하고, 또한 제안된 터보 부호화 시스템을 위한 터보 복호 알고리즘을 유도한다. 복호 알고리즘의 유도는 기존의 AWGN 채널을 위한 터보 복호 알고리즘에서 가지 메트릭 연산 부분을 수정함으로써 얻어진다. 이론적인 비트 에러 확률 상한 값의 유도 및 컴퓨터 시뮬레이션의 실행을 통하여, 제안된 터보 부호화 방식의 성능을 분석하고 그 결과를 Reed-Solomon 부호 및 길쌈 부호의 성능과 비교한다.

Key Words : turbo code; pulse position modulation; optical Poisson channel.

ABSTRACT

The performance of turbo codes is investigated in the direct detection optical PPM channel. We assume that an ideal photon counter is used as an optical detector and that the channel has background noise as well as quantum noise. Resulting channel model is M-ary PPM Poisson channel. We propose the structure of the transmitter and receiver for applying turbo codes to this channel. We also derive turbo decoding algorithm for the proposed coding system, by modifying the calculation of the branch metric inherent in the original turbo decoding algorithm developed for the AWGN channel. Analytical bounds are derived and computer simulation is performed to analyze the performance of the proposed coding scheme, and the results are compared with the performances of Reed-Solomon codes and convolutional codes.

1. 서 론

직접 검파 광통신 시스템은 통신장치의 크기가 작고 가벼우며 전력 효율이 비교적 높다는 장점 때문에 우주 공간에서의 위성간 통신의 한 방법으로서 미 항공우주국(NASA)을 중심으로 오랫동안 연구되어 왔다^[1]. 우주 공간에서의 통신에서는 저 전력으로 높은 신뢰성 및 전송률을 달성하는 것이 매

우 중요하다. 이러한 제약 조건에 적합한 변조 방식으로서 펄스 위치 변조(pulse position modulation : PPM)가 Pierce^[2]에 의해 처음 제안되었고, 이후 PPM 변조를 사용하는 직접 검파 광통신 채널에서 저 전력으로 높은 성능을 달성할 수 있는 부호화 방식을 찾기 위한 연구가 여러 연구자들에 의해 수행되어 왔다^{[3]-[5]}.

McEliece^[3]는 배경 잡음(background noise)이

* 한국특허정보원(thwon94@kipi.or.kr), ** 강릉대학교 전자공학과(sangmin@kangnung.ac.kr)

논문번호 : 020528-1209, 접수일자 : 2002년 12월 9일

※본 연구는 한국학술진흥재단의 강릉대학교 두뇌한국(BK) 21 사업(지역대학육성분야) 지원으로 수행되었습니다.

없는 M -ary PPM 채널에 Reed-Solomon(RS) 부호를 적용하면 성능을 크게 향상시킬 수 있음을 보였고, Massey^[4]는 배경 잡음이 없는 M -ary PPM 채널을 $L = \log_2 M$ 개의 이진채널(binary channel)로 간주하여 각 이진채널에 별도로 길쌈부호(convolutional code)를 적용하면, RS 부호와 동등한 성능을 달성하면서도 복호의 복잡도를 줄일 수 있음을 보였다. Forestieri et al.^[5]은 Massey의 아이디어를 확장하여 배경 잡음이 있는 PPM 광통신 채널에 길쌈부호를 적용하고 그 성능에 대해 연구하였다.

최근 Berrou et al.^[6]에 의해 터보 부호(turbo code)라는 명칭의 획기적인 성능을 지닌 오류 정정 부호가 소개되었다. 터보 부호는 인터리버를 사이에 두고 두 개 이상의 길쌈 부호를 병렬로 연결시킨 부호로서, AWGN 채널 환경에서 Shannon의 이론적 한계에 근접하는 우수한 성능을 갖는 것으로 알려져 많은 연구자들의 관심의 대상이 되었다. 본 논문에서는 AWGN 채널에서 채널용량에 근접하는 높은 성능을 보이는 것으로 검증된 터보 부호를 직접 검파 광통신 채널에 적용하여 그 성능을 분석하는 것을 목표로 한다. 이를 위하여 터보 부호의 복호 알고리즘을 직접 검파 광통신 채널에서 사용할 수 있도록 수정하여 제시하고, 이론적인 비트 에러 확률(BER) 바운드의 유도 및 컴퓨터 시뮬레이션의 실행을 통하여 그 성능을 분석한다.

본 논문의 나머지 부분의 구성은 다음과 같다. 제 II 장에서는 시스템 모델을 기술하고, 제 III 장에서는 터보 부호의 복호 알고리즘을 직접 검파 광통신 채널에서 사용할 수 있도록 수정하여 제시한다. 제 IV 장에서는 이론적인 BER 바운드를 계산하고, 제 V 장에서는 이론적인 바운드와 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 그 성능을 분석하며, 마지막으로 제 VI 장에서는 간단히 결론을 맺는다.

II. 시스템 모델

1. 직접 검파 광통신 PPM 채널

M -ary PPM 은 고정된 정수 $M \geq 2$ 을 선택하여, 변조 구간 T (sec)를 길이가 $\tau = T/M$ (sec)인 M 개의 슬롯(slot)으로 나눈 후에, 이 M 개의 슬롯 중 하나의 슬롯에서만 평균전력 λ_s (photon/sec)인 펄스를 전송하는 변조 방식을 말한다. 변조기는 매 변조 구간마다 입력 비트 열을

$L = \log_2 M$ 비트 길이의 블록(즉 변조 심벌)으로 묶어서, 이 L -bit 심벌의 정수 값이 $h \in S \equiv \{0, 1, 2, \dots, M-1\}$ 이면 h 번째 슬롯에만 펄스가 있는 파형을 대응시켜 전송한다. 그림 1은 $M=4$ 인 경우에 대하여 PPM 변조 과정을 예를 들어 설명한 것이다.

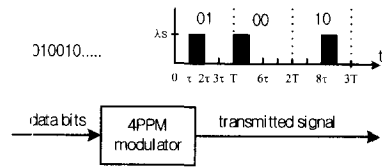


그림 1. M -ary PPM의 변조 과정($M=4$)

전송되어진 광 신호는 평균 전력이 λ_n (photon/sec)인 배경 잡음이 더해진 상태로 직접 검파 수신기에 의해 수신된다. 직접 검파 수신기는 매 변조 구간마다 각 슬롯 당 1개씩 총 M 개의 정수 값 y_0, y_1, \dots, y_{M-1} 을 출력한다. 각 슬롯의 출력 y_h 는 h 번째 슬롯에서 수신된 광자(photon)의 개수를 나타내는 랜덤 변수로서, 그 슬롯에서 수신된 광 신호의 에너지를 평균으로 갖는 Poisson 분포를 갖는다. 즉 $Pos(k, a) \equiv e^{-a} \frac{a^k}{k!}$, $K_s \equiv \lambda_s \tau$, $K_n \equiv \lambda_n \tau$ 라 표기하면, h 번째 슬롯에서 k 개의 광자가 수신될 확률은, 그 슬롯에 펄스가 전송된 경우에는

$$\Pr[y_h = k] = Pos(k, K_s + K_n) \tag{1}$$

이고, 펄스가 전송되지 않은 경우에는

$$\Pr[y_h = k] = Pos(k, K_n) \tag{2}$$

으로 주어진다.

2. 송신기(transmitter)

본 논문에서 고려하는 전송 시스템의 송신기의 구조는 그림 2에 보인 것과 같다. 송신기는 Massey^[4]의 아이디어에 따라 M -ary PPM 채널을 $L = \log_2 M$ 개의 이진채널로 간주하여, 각 이진채널에 대하여 별도로 이진 터보부호를 적용하는 방식을 사용한다. 정보 비트 열은 L 비트 길이의 블록 단위로 입력되어 부호화 된다. 시간 k 일 때 입력되는 L 비트 길이의 정보 비트 블록

$u_k = (u_k^{(L-1)}, \dots, u_k^{(1)}, \dots, u_k^{(0)})$ 는 1 비트씩 분할되어 각 레벨의 이진 터보부호기에 입력되어 부호화 된다. $u_k^{(\ell)}$ 은 레벨 ℓ 의 터보부호기에 입력되는 정보 비트를 나타낸다.

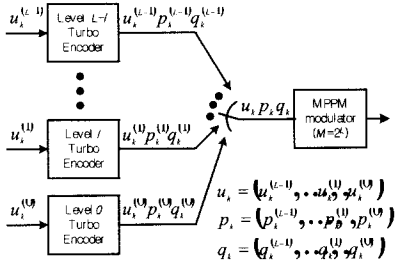


그림 2. 송신기의 구조

각 레벨의 이진 터보 부호기는 그림 3에 보인 것과 같이 2개의 재귀 조직 길쌈 부호기(Recursive Systematic Convolutional Code : RSC 부호)가 인터리버(interleaver)를 사이에 두고 병렬로 연결되어 있는 구조를 갖는다. 그림 3은 레벨 ℓ 터보 부호기의 부호화 과정을 예를 들어 설명한 것이다. 레벨 ℓ 터보 부호기는 총 N 비트 길이의 정보 비트 열 $u_k^{(\ell)}, k=1, 2, \dots, N$, 을 입력으로 받아서 3개의 부호 비트 열(coded bit sequence) $u_k^{(\ell)}, p_k^{(\ell)}, q_k^{(\ell)}, k=1, 2, \dots, N$, 을 출력한다. $p_k^{(\ell)}$ 은 첫 번째 RSC 부호기에 의해 발생하는 부호 비트를, $q_k^{(\ell)}$ 은 두 번째 RSC 부호기에 의해 발생하는 부호 비트를 나타낸다. 그림 3에 보인 인터리버(INT)는 두 번째 RSC 부호기가 부호화를 시행하기 전에 정보 비트 열의 순서를 뒤섞는 역할을 한다.

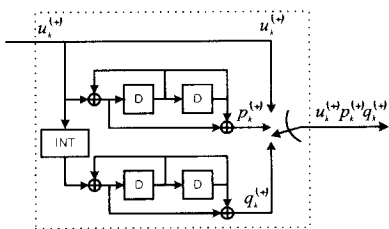


그림 3. 각 레벨 터보 부호기의 구조

L 개의 터보 부호기로부터 출력되는 부호 비트들은 차례로 인터리브 되어 하나의 비트 열

$u_k = (u_k^{(L-1)}, \dots, u_k^{(1)}, u_k^{(0)}, p_k^{(L-1)}, \dots, p_k^{(1)}, p_k^{(0)}, q_k^{(L-1)}, \dots, q_k^{(1)}, q_k^{(0)}, k=1, 2, 3, \dots, N$, 로 만들어진다. M -ary PPM 변조기는 이 부호 비트 열을 L 비트씩 묶어서 PPM 변조하여 전송한다.

3. 수신기(receiver)

그림 4는 수신기의 구조를 나타낸 것이다. 직접 검파기는 매 변조 구간마다 M 개의 정수를 출력으로 내보낸다. 이 M 개의 정수는 M 개의 슬롯에서 수신된 광자의 개수를 나타낸다. 그림 4에 보인 것과 같이 변조 심벌 $u_k = (u_k^{(L-1)}, \dots, u_k^{(1)}, u_k^{(0)})$, $p_k = (p_k^{(L-1)}, \dots, p_k^{(1)}, p_k^{(0)})$ 및 $q_k = (q_k^{(L-1)}, \dots, q_k^{(1)}, q_k^{(0)})$ 에 의해 전송된 PPM 신호에 대한 직접 검파기의 출력은 각각 $x_k = (x_{k0}, x_{k1}, \dots, x_{k(M-1)})$, $y_k = (y_{k0}, y_{k1}, \dots, y_{k(M-1)})$ 및 $z_k = (z_{k0}, z_{k1}, \dots, z_{k(M-1)})$ 로 나타내어진다. 여기서 x_{kj}, y_{kj}, z_{kj} 는 모두 해당 변조 구간의 j 번째 슬롯에서 수신된 광자의 개수(photon count)를 나타낸다. 직접 검파기의 출력은 복호기에 입력되어 정보 비트의 복호에 사용된다.

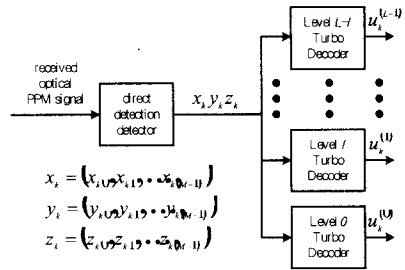


그림 4. 수신기의 구조

송신기에서, 주어진 M -ary PPM 채널을 L 개의 이진채널로 간주하여 각 이진채널에 대하여 별도로 이진 터보 부호를 적용하는 방식을 사용하였기 때문에, 수신기에서도 M -ary 복호방식을 사용하지 않고 L 개의 이진 터보 부호를 별도로 복호하는 방식을 취한다. 따라서 그림 4에 보인 것처럼 수신기는 L 개의 이진 터보 복호기(turbo decoder)로 구성되며, 직접 검파기로부터의 출력은 이들 각각의 복호기에 공통 입력으로 인가된다. 각 레벨의 터보 복호기에서의 터보 복호 알고리즘(turbo decoding algorithm)은 III장에서 설명한다.

III. 터보 복호 알고리즘

1. MAP 알고리즘

AWGN 채널을 위한 MAP 알고리즘은 기존의 문헌에 잘 소개되어 있다^{[7]-[9]}. 본 절에서는 Pietrobon^[8]의 알고리즘을 M -ary PPM 광통신 채널에서의 사용에 적합하도록 수정하여, 본 논문에서 제안된 M -ary PPM 광통신 채널을 위한 터보 부호의 복호에 적합한 MAP 알고리즘을 유도한다.

MAP 알고리즘의 유도를 위하여 전송률 $1/2$, 메모리 길이 ν 인 RSC 부호를 고려하자. 시간 k 일 때의 수신 신호를 $r_k = (x_k, y_k)$ 라 하고, RSC 부호기의 상태(state)를 s_k 라 하자. MAP 알고리즘의 목적은 수신 신호 $r_1^N = (r_1, r_2, \dots, r_N)$ 이 주어진 조건하에서의 정보 비트 $u_k^{(\ell)}$ 의 사후 확률(a posteriori probability)에 대한 log likelihood ratio(LLR) 값

$$L_k = \log \frac{\Pr(u_k^{(\ell)} = 1 | r_1^N)}{\Pr(u_k^{(\ell)} = 0 | r_1^N)} \quad (3)$$

을 제공하는 것이다.

순방향 상태 함수(forward state function) α_k^m , 역방향 상태 함수(reverse state function) β_k^m , 가지 메트릭(branch metric) $\delta_k^{i,m}$ 을 각각

$$\alpha_k^m = \Pr(r_1^{k-1} | s_k = m) \quad (4)$$

$$\beta_k^m = \Pr(r_k^N | s_k = m) \quad (5)$$

$$\delta_k^{i,m} = \Pr(u_k^{(\ell)} = i, s_k = m, r_k) \quad (6)$$

로 정의하면, Pietrobon^[8]의 알고리즘에서와 마찬가지로의 유도과정을 거쳐서 식 (3)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$L_k = \log \frac{\sum_m \alpha_k^m \beta_{k+1}^{f(1,m)} \delta_k^{1,m}}{\sum_m \alpha_k^m \beta_{k+1}^{f(0,m)} \delta_k^{0,m}} \quad (7)$$

식 (7)에서 $f(i, m)$ 은 부호기의 현재 상태가 m 이고 입력이 i 일 때의 다음 상태를 나타낸다. 식 (7)에 있는 α_k^m 과 β_k^m 은 참고문헌 [8]에 소개된 것과 같은 유도 과정을 이용하여 다음과 같은 회귀식(recursive equation)으로 계산될 수 있다.

$$\alpha_k^m = \sum_{j=0}^L \alpha_{k-1}^{b(j,m)} \delta_{k-1}^{j,b(j,m)} \quad (8)$$

$$\beta_k^m = \sum_{j=0}^L \delta_k^{j,m} \beta_{k+1}^{f(j,m)} \quad (9)$$

위 식에서 $b(j, m)$ 은 부호기의 이전 입력이 j 일 때 현재 상태가 m 이 되도록 하는 부호기의 이전 상태를 나타낸다.

가지 메트릭 $\delta_k^{i,m}$ 은 채널 전이 확률(channel transition probability)에 의존하므로, PPM 광통신 채널에 대한 가지 메트릭은 Pietrobon^[8]의 알고리즘에 소개된 AWGN 채널에 대한 가지 메트릭과는 달라지게 되며 이에 따른 MAP 알고리즘의 수정이 필요하게 된다. Bayes' rule을 이용하여 가지 메트릭 $\delta_k^{i,m}$ 의 정의식 (6)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta_k^{i,m} &= \Pr(u_k^{(\ell)} = i) \cdot \Pr(s_k = m | u_k^{(\ell)} = i) \\ &\quad \cdot \Pr(r_k | u_k^{(\ell)} = i, s_k = m) \\ &= \frac{\zeta_k^i}{2^\nu} \Pr(r_k | u_k^{(\ell)} = i, s_k = m) \\ &= \frac{\zeta_k^i}{2^\nu} \Pr(x_k, y_k | u_k^{(\ell)} = i, p_k^{(\ell)} = p(i, m), s_k = m) \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)에서 ζ_k^i 는 정보 비트 $u_k^{(\ell)}$ 의 사전 확률 $\Pr(u_k^{(\ell)} = i)$ 를 나타내며, $p(i, m)$ 은 부호기의 현재 상태가 $s_k = m$ 이고 입력이 $u_k^{(\ell)} = i$ 일 때의 코드 비트 $p_k^{(\ell)}$ 의 값을 나타낸다. 식 (10)의 마지막 등식은 코드 비트 $p(i, m)$ 이 현재 상태 $s_k = m$ 과 입력 $u_k^{(\ell)} = i$ 에 의존하는 값이므로 이미 $s_k = m$ 과 $u_k^{(\ell)} = i$ 이 주어진 조건하에서는 $p_k^{(\ell)} = p(i, m)$ 이라는 조건이 추가되어도 상관없다는 성질을 이용한 것이다.

수신 신호 $x_k = (x_{k0}, x_{k1}, \dots, x_{k(M-1)})$ 의 확률 분포는 $u_k^{(\ell)}$ 뿐 아니라 L 개의 정보 비트 $u_k = (u_k^{(L-1)}, \dots, u_k^{(1)}, u_k^{(0)})$ 에 의해 결정된다. 마찬가지로 $y_k = (y_{k0}, y_{k1}, \dots, y_{k(M-1)})$ 의 확률 분포는 $p_k^{(\ell)}$ 뿐 만 아니라 L 개의 코드 비트 $p_k = (p_k^{(L-1)}, \dots, p_k^{(1)}, p_k^{(0)})$ 에 의해 결정된다. 또한 수신 신호 x_k, y_k 는 변조 심벌 u_k, p_k 가 주어진 조건하에서 통계적으로 독립이다. 따라서 식

(10)에 있는 조건부 확률은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} & \Pr(x_k, y_k \mid u_k^{(\ell)} = i, p_k^{(\ell)} = p, s_k = m) \\ &= \sum_{h \in D_i^{(\ell)}} \sum_{q \in D_p^{(\ell)}} \Pr(u_k = h, p_k = q \mid u_k^{(\ell)} = i, \\ & \quad p_k^{(\ell)} = p, s_k = m) \cdot \Pr(x_k, y_k \mid u_k = h, p_k = q, \\ & \quad u_k^{(\ell)} = i, p_k^{(\ell)} = p, s_k = m) \\ &= \frac{1}{(M/2)^2} \sum_{h \in D_i^{(\ell)}} \sum_{q \in D_p^{(\ell)}} \Pr(x_k, y_k \mid u_k = h, p_k = q) \\ &= \frac{\sum_{h \in D_i^{(\ell)}} \Pr(x_k \mid u_k = h) \sum_{q \in D_p^{(\ell)}} \Pr(y_k \mid p_k = q)}{(M/2)^2} \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)에서 p 는 $p(i, m)$ 을 간단히 줄여서 표기할 것이며, 집합 $D_i^{(\ell)}$ 은 M -ary 변조 심벌 집합 $S = \{0, 1, \dots, M-1\}$ 의 부분 집합으로서 $D_i^{(\ell)}$ 는 "이진 표현의 ℓ 번째 비트가 i 인 정수의 집합"으로 정의된다.

전송 심벌 $u_k = h$ 가 주어진 조건하에서, 수신 신호 $x_{k0}, x_{k1}, \dots, x_{k(M-1)}$ 은 모두 독립이다. 따라서,

$$\begin{aligned} & \sum_{h \in D_i^{(\ell)}} \Pr(x_k \mid u_k = h) \\ &= \sum_{h \in D_i^{(\ell)}} \Pr(x_{k0}, x_{k1}, \dots, x_{k(M-1)} \mid u_k = h) \\ &= \sum_{h \in D_i^{(\ell)}} \prod_{j=0}^{M-1} \Pr(x_{kj} \mid u_k = h) \end{aligned} \quad (12)$$

조건 $u_k = h$ 가 주어진 경우 h 번째 슬롯에만 펄스가 전송되므로, x_{kh} 는 식 (1)에 보인 평균이 $K_s + K_n$ 인 Poisson 분포를 갖고 나머지 $x_{kj}, j \neq h$ 들은 식 (2)에 보인 평균이 K_n 인 Poisson 분포를 갖는다. 따라서 식 (12)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sum_{h \in D_i^{(\ell)}} \Pr(x_k \mid u_k = h) \\ &= \sum_{h \in D_i^{(\ell)}} e^{-(K_s + K_n)} \frac{(K_s + K_n)^{x_{kh}}}{x_{kh}!} \prod_{j=0, j \neq h}^{M-1} e^{-K_n} \frac{K_n^{x_{kj}}}{x_{kj}!} \\ &= c_k \sum_{h \in D_i^{(\ell)}} a^{x_{kh}} \end{aligned} \quad (13)$$

식 (13)에서 a 와 c_k 는 다음과 같이 정의되는 상수이다.

$$a = \frac{K_s + K_n}{K_n} \quad (14)$$

$$c_k = e^{-(K_s + MK_n)} \frac{K_n^{x_{k0} + x_{k1} + \dots + x_{k(M-1)}}}{x_{k0}! x_{k1}! \dots x_{k(M-1)}!} \quad (15)$$

마찬가지로, 전송 심벌 $p_k = q$ 가 주어진 조건하에서, 수신 신호 $y_{k0}, y_{k1}, \dots, y_{k(M-1)}$ 은 모두 독립이므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sum_{q \in D_p^{(\ell)}} \Pr(y_k \mid p_k = q) \\ &= \sum_{q \in D_p^{(\ell)}} \Pr(y_{k0}, y_{k1}, \dots, y_{k(M-1)} \mid p_k = q) \\ &= \sum_{q \in D_p^{(\ell)}} \prod_{j=0}^{M-1} \Pr(y_{kj} \mid p_k = q) \\ &= c'_k \sum_{q \in D_p^{(\ell)}} a^{y_{kq}} \end{aligned} \quad (16)$$

식 (16)에서 c'_k 는 다음과 같이 정의되는 상수이다.

$$c'_k = e^{-(K_s + MK_n)} \frac{K_n^{y_{k0} + y_{k1} + \dots + y_{k(M-1)}}}{y_{k0}! y_{k1}! \dots y_{k(M-1)}!} \quad (17)$$

식 (11), (13), (16) 및 (10)을 이용하면 가지 메트릭은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta_k^{i,m} &= \frac{c_k c'_k}{2^{\nu(M/2)^2}} \zeta_k^i \sum_{h \in D_i^{(\ell)}} a^{x_{kh}} \sum_{q \in D_p^{(\ell)}} a^{y_{kq}} \\ &= e^{C_k + [L_k + L_c(x_k)] + \rho(i,m)L(x_k)} \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)에서 $L_k, L_c(\cdot), C_k$ 는 각각

$$L_k = \log \frac{\zeta_k^1}{\zeta_k^0} \quad (19)$$

$$L_c(x_k) = \log \frac{\sum_{h \in D_i^{(\ell)}} a^{x_{kh}}}{\sum_{h \in D_0^{(\ell)}} a^{x_{kh}}} \quad (20)$$

$$C_k = \log \frac{c_k c'_k \zeta_k^0}{2^{\nu(M/2)^2}} \sum_{h \in D_0^{(\ell)}} a^{x_{kh}} \sum_{q \in D_0^{(\ell)}} a^{y_{kq}} \quad (21)$$

로 정의되는 값이다.

MAP 알고리즘은 식 (18)에 의하여 우선 가지 메트릭을 계산하고, 이를 식 (8), (9) 및 (7)에 대입하여 LLR 값을 계산한다.

2 터보 복호 알고리즘

터보 복호는 MAP 알고리즘을 반복적으로 사용하는 복호 방법이다. 식 (18)을 식 (7)에 대입하면 MAP 복호기의 출력인 LLR 값은 다음과 같이 L_k , $L_c(x_k)$, $L_k^{(e)}$ 의 3개 항의 합으로 표시할 수 있다.

$$L_k = L_k + L_c(x_k) + L_k^{(e)} \quad (22)$$

$$L_k^{(e)} = \log \frac{\sum_m a_k^m \beta_{k+1}^{f(1,m)} \sum_{q \in D_{k+1}^{(1,m)}} a^{y_{kq}}}{\sum_m a_k^m \beta_{k+1}^{f(1,m)} \sum_{q \in D_{k+1}^{(1,m)}} a^{y_{kq}}} \quad (23)$$

$L_k^{(e)}$ 는 MAP 복호기에서 출력하는 부가 정보(extrinsic information)이며 이 정보는 그 다음 MAP 복호기에 입력되어 정보 비트에 대한 사전 정보(a priori information)로 이용된다. L_k 는 정보 비트에 대한 사전 정보로서, 맨 처음의 MAP 복호기에서는 $L_k=0$ 으로 설정되고 그 다음 MAP 복호기부터는 그 이전 MAP 복호기로부터 출력되는 부가 정보 $L_k^{(e)}$ 가 L_k 값으로서 사용된다.

식 (7)-(9), (18) 및 (22)에 기초한 터보 복호기의 구조는 그림 5에 보인 것과 같다. 그림 5에 보인 터보 복호기의 복호 과정은 다음과 같다. 먼저 MAP1은 $[L_k + L_c(x_k)]$ 및 $L_c(y_k)$ 를 입력으로 받아 식 (18) 및 (7)-(9)을 이용하여 L_k 를 계산하여 출력한다. 이 때 사용되는 L_k 의 값은 맨 처음 복호 시에는 $L_k=0$ 으로 설정되고 반복 복호 시에는 MAP2 복호기로부터 출력되는 부가 정보 $L_j^{(e)}$ 를 디인터리브 하여 얻어지는 값 $L_k^{(e)}$ 가 L_k 값으로서 사용된다. MAP2는 $[L_j + L_c(x_j)]$ 및 $L_c(z_j)$ 를 입력으로 받아 식 (18) 및 (7)-(9)을 이용하여 L_j 를 계산하여 출력한다. 이 때 사용되는 L_j 의 값은 MAP1으로부터 출력되는 부가 정보 $L_k^{(e)}$ 를 인터리브 한 값을 사용한다. 이와 같은 복호 과정이 필요한 만큼 반복되며, 마지막으로 MAP2로부터 출력되는 L_j 값을 디인터리브하여 얻어지는 L_k 값에 대하여 경판정(hard decision)

$$u_k^{(e)} = \begin{cases} 1, & L_k > 0 \\ 0, & L_k < 0 \end{cases} \quad (24)$$

을 수행하여 정보 비트 $u_k^{(e)}$ 을 결정한다.

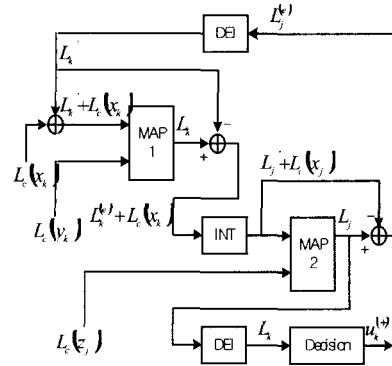


그림 5. 각 레벨 터보 복호기의 구조

IV. 이론적인 비트 에러 확률 상한 값

본 논문에서 제안된 터보부호의 성능분석을 위해서는 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 분석방법 또는 이론적인 비트 에러확률(BER) 상한값에 의한 해석적 방법을 사용할 수 있다. 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 성능분석 방법은 아주 낮은 BER의 경우에 대해서는 시뮬레이션 결과를 얻기가 용이하지 않기 때문에, 이 경우에는 이론적인 BER 상한값을 이용한 성능분석이 필요하다. 블록 부호의 경우 웨이트 분포(weight distribution)가 알려져 있으면 유니온 바운드를 이용하여 BER 상한값을 구할 수가 있다. 선형 (n, k) 블록부호의 경우, ML 복호를 가정할 때 비트 에러 확률 P_b 에 대한 유니온 바운드는 다음과 같이 주어진다[11].

$$P_b \leq \sum_{i=1}^n \frac{i}{k} \sum_{d=1}^n A(i, d) P_2(d) \quad (25)$$

식 (25)에서 $A(i, d)$ 는 웨이트가 i 인 입력워드 에 의해 발생하는 웨이트 d 인 코드워드의 개수, $P_2(d)$ 는 올바른 코드워드와의 해밍거리(Hamming distance)가 d 인 다른 특정 코드워드를 선택할 확률(즉 pair-wise error probability)을 나타낸다. $p(d|i)$ 를 입력워드의 웨이트가 i 라는 조건하에서 코드워드의 웨이트가 d 일 조건부 확률, 즉 $p(d|i) = A(i, d) / \binom{k}{i}$ 이라고 정의하면, 식 (25)는

$$P_b \leq \sum_{i=1}^n \frac{i}{k} \binom{k}{i} \sum_{d=1}^n p(d|i) P_2(d) \quad (26)$$

와 같이 나타내어진다. 본 논문에서 사용된 터보 부호는 $n = 3N$, $k = N$ (N 은 터보부호의 block length)인 선형 (n, k) 블록부호로 간주할 수 있으므로 식 (26)에 $n = 3N$, $k = N$ 을 대입하면

$$P_b \leq \sum_{i=1}^N \frac{i}{N} \binom{N}{i} \sum_{d=1}^{3N} p(d|i) P_2(d) \quad (27)$$

즉

$$P_b \leq \sum_{i=1}^N \frac{i}{N} \binom{N}{i} E_{d|i} [P_2(d)] \quad (28)$$

로 다시 쓸 수 있다. 식 (28)에서 $E_{d|i} [\cdot]$ 는 확률분포 $p(d|i)$ 에 대한 기대값을 나타내며, 식 (28)의 계산에 필요한 $p(d|i)$ 를 구하기 위한 알고리즘은 참고문헌 [10]에 상세히 기술되어 있으므로 여기서는 생략한다.

한편 본 논문에서 제안된 부호화 방식처럼 M -ary (즉 2^L -ary) PPM 채널을 L 개의 이진채널로 간주하여 각 이진채널에 별도로 이진 부호를 적용하는 경우 $P_2(d)$ 는 참고문헌 [5]에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$P_2(d) = \sum_{i=0}^{+\infty} q_h(i) \sum_{j=0}^{i-1} p_h(j) \quad (29)$$

식 (29)에서 $p_h(\cdot)$ 와 $q_h(\cdot)$ 는 다음과 같이 정의되는 함수이다.

$$\begin{aligned} p_h(n) &= \sum_{i=0}^n p_{h-1}(n-i) p_1(i), \quad h \geq 2 \\ q_h(n) &= \sum_{i=0}^n q_{h-1}(n-i) q_1(i), \quad h \geq 2 \\ p_1(n) &= Pos(n, K_s + K_n) \left[\sum_{j=0}^n Pos(j, K_n) \right]^{M/2-1} \\ &\quad + \sum_{i=0}^{n-1} Pos(i, K_s + K_n) \left\{ \sum_{m=1}^{M/2-1} \binom{M/2-1}{m} \right. \\ &\quad \left. \cdot [Pos(n, K_n)]^m \left[\sum_{j=0}^{n-1} Pos(j, K_n) \right]^{M/2-m-1} \right\} \\ q_1(n) &= \sum_{m=1}^{M/2} \binom{M/2}{m} [Pos(n, K_n)]^m \\ &\quad \cdot \left[\sum_{j=0}^{n-1} Pos(j, K_n) \right]^{M/2-m} \end{aligned}$$

식 (28), (29)에 기초한 이론적 바운드를 이용한 터보 부호의 성능을 그림 6에 보였다.

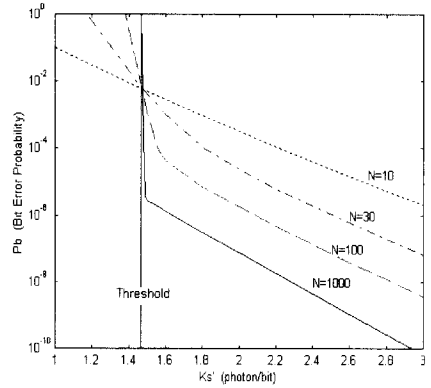


그림 6(a) (1, 5/7, 5/7) code (L=3)

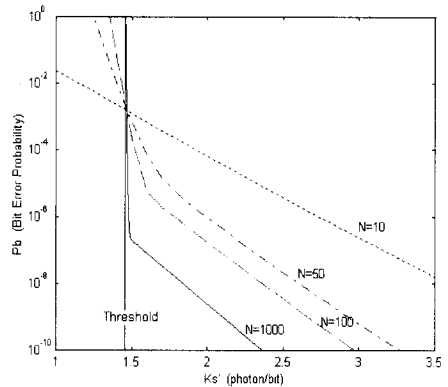


그림 6(b) (1, 17/15, 17/15) code (L=3)

그림 6(a)와 6(b)는 정보 비트 당 배경잡음의 평균 에너지 값이 $K_n' = 1.0$ (photon/bit) 인 8-ary PPM 채널 ($L=3$)에 대해 각각 $K=3$ 인 (1, 5/7, 5/7) 터보 부호와, $K=4$ 인 (1, 17/15, 17/15) 터보 부호를 사용하는 경우에 대해, 블록 크기 N 을 변화시키면서 N 에 따른 비트 에러 확률(P_b)의 변화를 그래프로 나타낸 것이다. 그림 6은 정보 비트 당 평균 신호 에너지 값 $K_s' = K_s / (RL)$ (photons/bit)가 같을 때, 블록길이 N 의 크기가 커짐에 따라 터보 부호의 성능이 점차 향상됨을 보이고 있다. 또한, K_s' 값이 특정 임계값(Threshold) 이하가 되면 BER 바운드가 급격하게 발산하는 형태를 보이고 있는데, 이것은 바운드를 이용한 성능 분석에서 일반적으로 나타나는 특성이다.

V. 성능 분석

제안된 부호화 방식의 성능을 확인하기 위하여 제 2절 및 제 3 절에 기술된 부호화 방식 및 복호 알고리즘을 바탕으로 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였고, 제 4 절에 나타난 이론적 바운드를 이용하여 비트 에러 확률 상한 값을 계산하였다. 각 레벨의 부호기로는 모두 부호화율 $R=1/3$ 인 동일한 터보부호를 사용하였으며, 각 터보부호기는 부호화율 1/2인 동일한 RSC 부호기 2 개가 병렬로 연결된 형태를 사용하였다. 성능분석은 구속장이 $K=3$ (즉 메모리 길이 $\nu=2$) 인 경우와 $K=4$ (즉 메모리 길이 $\nu=3$)인 경우에 대하여 수행하였으며, $K=3$ 인 경우에는 (1, 5/7, 5/7)부호를 사용하였고, $K=4$ 인 경우에는 (1, 17/15, 17/15)부호를 사용하였다. 인터리버로는 모두 랜덤 인터리버를 사용하였고, 블록크기로는 $N=1024$ 를 사용하였으며, 반복 복호는 1회 시행하였다. 또한 변조 방식으로는 8-ary PPM ($L=3, M=8$)과 16-ary PPM ($L=3, M=8$)을 사용하였고, 채널의 배경잡음은 정보 비트 당 배경잡음의 평균 에너지 값 $K_n'=(MK_n)/(RL)$ 이 1.0 (photon/bit) 인 경우를 가정하였다.

그림 7은 바운드를 이용한 경우와 시뮬레이션을 이용한 경우의 터보부호의 비트 에러 확률을 나타낸다. 그림 7의 시뮬레이션 결과를 보면 낮은 K_s' 에서 터보부호의 성능이 급속하게 낮아지기는 하지만, 이론적인 바운드처럼 발산하는 형태를 보이지 않는다. 이와 같이 낮은 K_s' 에 대해 성능이 급속하게 낮아지는 이유는 반복 복호 알고리즘의 한계 때문이며 그 범위에서는 복호 알고리즘이 제대로 동작하지 않기 때문이다^[10]. 그림 7에서 K_s' 가 증가함에 따라 이론적 바운드에 의한 결과와 시뮬레이션에 의한 결과가 거의 일치하는 것을 볼 수 있다. 시뮬레이션을 수행할 경우 낮은 BER 영역에서의 시뮬레이션 결과를 얻기 위해서는 상대적으로 많은 시간을 필요로 하면서도 결과를 얻기가 쉽지 않기 때문에, 낮은 BER의 경우는 이론적 바운드를 이용한 비트 에러 확률을 적용할 수 있음을 알 수 있다. 일반적으로 이론적 바운드가 정확한 성능 분석을 제공하는 영역인 K_s' 가 큰 영역에서는 시뮬레이션 결과와 이론적 바운드에 의한 결과가 일치함에 따라, M -ary(즉 2^L -ary) PPM 채널을 L 개의 이진채널로 간주하여 L 개의 이진채널에 별도로 이

진부호를 적용하는 터보 부호에 대해 신뢰성 있는 성능을 확인할 수 있다.

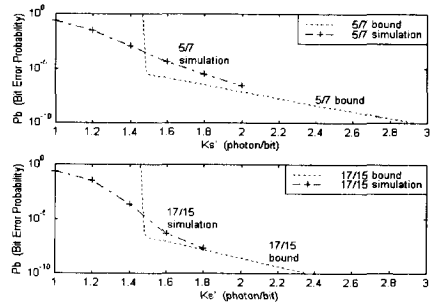


그림 7 이론적 바운드와 시뮬레이션의 비트 에러확률(BER) 비교

그림 8은 $K_n'=1$ 인 경우에 대하여, 정보 비트 당 평균 신호 에너지 값 K_s' 의 변화에 따른 평균 비트 에러 확률(BER)을 나타낸 것이다. 그림 8을 보면 구속장이 $K=3, 4$ 밖에 안 되는 비교적 간단한 RSC 부호로 구성된 터보 부호를 사용하여 매우 우수한 성능을 보임을 알 수 있다.

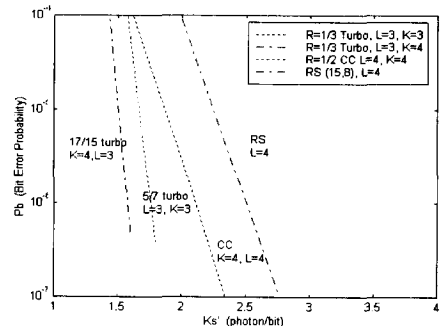


그림 8. BER 성능($K_n'=1.0$ 인 경우)

그림 8에는 비교를 위하여 16-ary PPM ($L=4$)에 부호화율 $R=1/2$ 인 길쭉 부호를 적용한 경우^[5]와 부호화율 $R=8/15$ 인 (15,8) Reed-Solomon 부호를 적용한 경우^[3]의 비트 에러 확률도 같이 표시하였다. 비교의 대상으로 사용된 부호는 모두 참고 문헌 [3]에서 제시된 대역폭 확장 인수(bandwidth expansion factor) F (slots/bit)가 동등한 값인

부호를 사용하였다. 즉 터보 부호의 경우는 $L=3$, $R=1/3$ 이므로 $F=2^L/(LR)=8$ 이고, 길쌈 부호의 경우는 $L=4$, $R=1/2$ 이므로 $F=2^L/(LR)=8$ 이며, RS 부호의 경우는 $L=4$, $R=8/15$ 이므로 $F=2^L/(LR)=7.5$ 이다.

그림 8에서 알 수 있듯이 터보부호를 사용하는 경우 길쌈부호 및 Reed-Solomon 부호를 사용하는 경우와 비교하여 볼 때, 같은 K_s (photons/bit)의 값에 대하여 더 높은 성능을 보였다. 터보 부호를 사용하는 경우, 복호 알고리즘으로 반복 복호(iterative decoding)를 사용하고, 최적 알고리즘인 MAP 알고리즘을 사용하며, 또한 인터리버의 사용으로 인한 상당한 시간 지연이 도입되는 등 길쌈부호를 사용하는 경우에 비해 복호기의 복잡도가 높아지지만, 반면에 길쌈부호를 사용하는 경우에 비해 더 짧은 구속장 K 및 더 작은 L 값으로도 더 높은 성능을 보이므로 결국 시스템 전체로 본 복호의 복잡도는 그다지 증가하지 않는 것으로 생각할 수 있다. 성능의 향상 정도에 비하여 복호의 복잡도의 증가는 그다지 크지 않다는 점에서 볼 때, 터보 부호의 장점이 있다고 할 수 있다.

VI. 결 론

본 논문에서는 PPM 변조를 사용하는 직접 검파 광통신 채널에서의 터보부호의 성능을 분석하였다. 이를 위하여 PPM 광통신 채널에 터보부호를 적용하기 위한 부호화 방식의 모델을 제시하였으며, 제시된 터보부호화 방식에 대한 수신기의 구조 및 복호 알고리즘을 유도하였고, 컴퓨터 시뮬레이션 및 이론적인 BER 바운드를 이용하여 제안된 부호화 방식의 성능을 분석하였다.

성능 분석의 결과로서, 제안된 터보부호화 방식이 PPM 변조를 사용하는 직접 검파 광통신 채널에서 기존의 Reed-Solomon 부호 또는 길쌈부호를 이용하는 부호화 방식과 비교해 볼 때 상대적으로 높은 성능을 지니고 있음을 확인할 수 있었다.

참 고 문 헌

[1] J. R. Lesh, J. Katz, H. H. Tan, and D. Zwillinger, "2.5 bit/detected photon demonstration program: Description, analysis, and phase I results," *TDA Progress Report*, vol.

42-66, pp. 115-132, Dec. 1981.
 [2] J. R. Pierce, "Optical channels: practical limits with photon counting," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-26, pp. 1819-1821, Dec., 1978.
 [3] R. J. McEliece, "Practical codes for photon communication," *IEEE Trans. Inform Theory*, vol. IT-27, pp. 393-398, Jul., 1981.
 [4] J. L. Massey, "Capacity, cutoff rate, and coding for a direct detection optical channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-29, pp. 1615-1621, Nov. 1981.
 [5] E. Forestieri, R. Gangopadhyay, and G. Prati, "Performance of convolutional codes in a direct-detection optical PPM channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-37, pp. 1303-1317, Dec. 1989.
 [6] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding : Turbo Codes," *Proceeding of ICC'93*, Geneva, Switzerland, pp. 1064-1070, May 1993.
 [7] C. Berrou and A. Glavieux, "Near optimum error correcting coding and decoding : turbo codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-44, no. 10, pp. 1261-1271, Oct. 1996.
 [8] S. S. Pietrobon, "Implementation and performance of a turbo/MAP decoder," *Int. J. of Satellite Commun.*, vol.16, pp.23-46, Jan.-Feb., 1988.
 [9] 김동완, 이호웅, 강철호, "3개의 직렬 MAP 복호기를 이용한 반복 터보 부호화기" *한국통신학회 논문지*, vol.26, No.6B pp.709-716, 2001.
 [10] D. Divsalar, S. Dolinar, R. J. McEliece, and F. Pollara, "Transfer function bounds on the performance of turbo codes," *TDA Progress Report* 42-121, JPL, Aug, 1995.
 [11] A.J.Viterbi and J.K.Omura, "Principles of Digital Communication and Coding," New York: McGraw-Hill, 1979.

