

신호부각법을 이용한 LCMV 빔형성기의 성능 개선

정회원 이상윤*, 김영수**, 손원***, 홍인기****

Performance Improvement of LCMV Beamformer Using Signal Enhancement Approach

Sang-Yoon Lee*, Young-Soo Kim**, Won Sohn***, Een Kee Hong**** *Regular Members*

요약

본 논문에서 등간격 선형 어레이로 입사하는 다중 인코히어런트 간섭 신호를 효율적으로 줄이기 위한 새로운 빔형성 기법을 제안한다. 제안된 알고리즘의 기본개념은 잡음과 간섭이 존재하는 신호로부터 행렬 특성매핑을 이용하여 원하는 신호를 복원하는 과정을 연속적으로 시행하는 것이다. 제안된 빔형성기법이 기존 LCMV 빔형성기보다 우수한 성능을 제공한다는 것을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 보여주었다.

ABSTRACT

A new beamforming technique is presented for effectively nulling out multiple incoherent interferences incident on an equispaced linear array. The basic idea of the proposed beamformer is based on the matrix property mapping which is basically concerned with the task of recovering a signal from a noise and interference contaminated measurement made on that signal. Computer simulations are shown to illustrate the superior performance achieved with the proposed beamformer relative to that of the conventional LCMV beamformer.

I. 서론

간섭 제거를 위한 많은 적응 빔형성 알고리즘이 있다. 그중 선형 제한 조건에 따라 출력 전력을 최소화 시키는 것을 가장 널리 사용하였다^[5].

LCMV(Linearly Constrained Minimum Variance) 빔형성기의 가중치 벡터는 원하는 신호와 다른 방향으로부터 입사되는 간섭 신호와 잡음의 출력파워 또는 분산을 최소화하면서 원하는 신호는 보존하도록 정해진다. 행렬특성매핑에 구간을 둔 새로운 빔형성 기법은 선형등간격 어레이로 입사되는 다중 협대역 인코히어런트 간섭신호의 도래각 방향으로 효율적으로 깊은 영점화(nulling)를 시킨다. 새로운 빔형성 기법은 잡음 환경 하에서 측정된 신호에서 원하는 신호를 복원한다. 선형등간격 어레이에서 추출된 공분산 행렬은 toeplitz 구조, positive semi-

definite, 고유특성과 같은 이론적인 특성이 있다. 제안된 알고리즘은 다음의 두가지 과정으로 이루어진다. (i) Frobenius norm을 이용해 주어진 공분산 행렬로부터 이상적인 공분산 행렬이 가지는 성질에 가장 가까운 부각된 행렬을 찾고, (ii) 부각된 행렬을 가지고 기존의 방법(LCMV, 최대 신호대 잡음비 등.)에 적용한다.

제안된 알고리즘을 사용한 빔형성기는 기존의 LCMV 빔형성기와 비교해서 다중 간섭을 효율적으로 영점화한다.

II. 어레이 모델

이 절에서 사용한 어레이 모델은 다음에 주어진 가정을 토대로 전개된다.

(1) 어레이 센서는 등방성이다. (균일한 이득과 위상천이는 0)

* 경희대학교 전자공학과 ** 연세대학교 전자공학과 *** 경북대학교 전자공학과 **** 연세대학교 전기공학과
논문번호 : #010299-1023, 접수일자 : 2001년 10월 23일

(2) 입사 평면파 신호의 대부분 전력 (또는 에너지)은 중심주파수 ω_0 에 위치하고 있으며 신호의 전파속도는 상수 c 이다.

(3) 부가성 잡음은 수신기 잡음과 외부 잡음을 모두 포함하여 잡음 공분산 행렬 R_n 는 알려져 있다. (일반적으로 공간적인 백색 잡음으로 가정하여 단위행렬로 가정한다.)

(4) 평면파 신호와 부가성 잡음은 평균값이 0 인 W.S.S. (Wide-Sense Stationary)이며 서로 상호상관이 0 인 에르고딕 복소 가우시안 랜덤과정이다.

어레이 안테나로 입사하는 신호는 어레이 센서를 통하여 나타나는 시간지연 패턴을 모델링 함으로서 구해질 수 있다. 여러 가지 모델링 기술은 근본적으로 복소정현파를 이용하여 신호를 표시한다.

2.1 신호 모델

3차원 공간상에 그림 2와 같이 등간격 선형어레이가 배치되어 있을 때 센서 위치벡터 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \dots, \mathbf{r}_M$ 에 놓여 있는 M 개의 등방성 센서로 구성되어 있는 어레이로 방향벡터 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \dots, \mathbf{u}_N$ 방향으로부터 N 개의 신호가 입사한다고 가정하면 \mathbf{u}_k ($1 \leq k \leq N$) 방향 신호들에 대한 m ($1 \leq m \leq M$) 번째 센서 \mathbf{r}_m 에서 수신된 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_m(t) = \sum_{k=1}^N s_k(t) e^{j(\omega_0 \tau_k(m) + \phi_k)} + n_m(t) \quad (1)$$

$$\tau_k(m) = \frac{\mathbf{r}_m \cdot \mathbf{u}_k}{c} \quad (2)$$

$$\mathbf{u}_k = [\cos \phi_k \cos \theta_k \quad \cos \phi_k \sin \theta_k \quad \sin \phi_k]^T \quad (3)$$

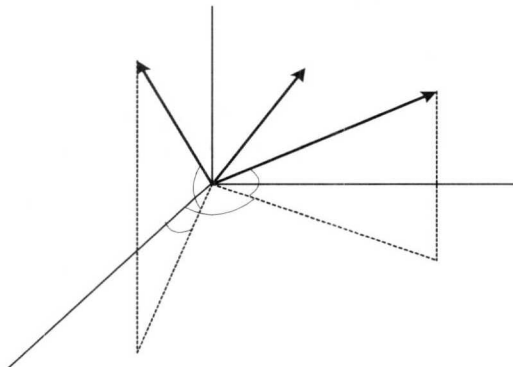


그림 1. 3차 좌표계

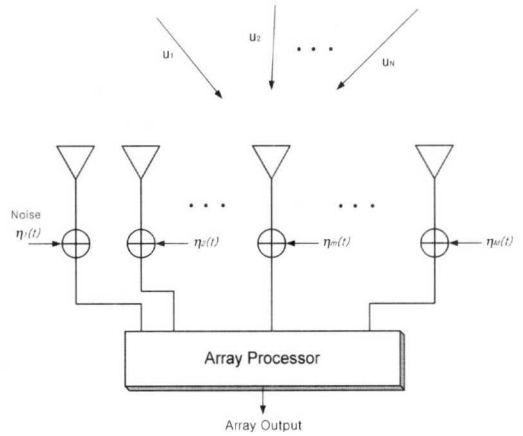


그림 2. 선형 어레이 안테나

여기에서 ω_0 는 반송주파수인 중심 라디안 주파수 ($2\pi f_0$), c 는 신호의 전파속도, ϕ_k 는 k 번째 신호의 랜덤위상, $s_k(t)$ 는 k 번째 신호의 포락선 크기, $n_m(t)$ 는 m 번째 센서의 부가성 잡음, \mathbf{r}_m 은 m 번째 센서의 위치벡터, \mathbf{u}_k 은 k 번째 신호의 방향벡터이고, $\mathbf{r}_m \cdot \mathbf{u}_k$ 은 \mathbf{r}_m 과 \mathbf{u}_k 의 내적을 의미한다. ϕ, θ 는 그림 1에서 보여진 바와 같이 양각과 방위각을 나타낸다. 식 (1)을 벡터 형태로 표시하면 다음과 같다.

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (4)$$

여기서, 사용된 변수들은 각각 다음을 의미한다.

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T \in \mathbb{C}^M$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_N] \in \mathbb{C}^{M \times N}$$

$$\mathbf{a}_k = [e^{j\omega_0 \tau_k(1)}, e^{j\omega_0 \tau_k(2)}, \dots, e^{j\omega_0 \tau_k(M)}]^T \in \mathbb{C}^M$$

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t)e^{j\varphi_1}, s_2(t)e^{j\varphi_2}, \dots, s_N(t)e^{j\varphi_N}]^T \in \mathbb{C}^N$$

$$\mathbf{n}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T \in \mathbb{C}^M$$

\mathbf{S} 는 $M \times N$ 스티어링행렬로서 각 열은 방향 행렬 \mathbf{s}_n 로 구성되어 있으며 각 열은 서로 선형독립 관계를 갖는다. 신호의 공분산 행렬은 도래각 추정은 물론 입사 평면파 신호의 갯수를 추정하는데 매우 유용한 도구이다. $M \times M$ 공간 공분산 행렬은 다음과 같이 정의된다^[2,5].

$$R = E [\mathbf{x}(t) \mathbf{x}^*(t)] \quad (5)$$

여기서, E 와 $*$ 는 각각 기대값과 복소공액 전치자를 나타낸다. 식 (4)를 식 (5)에 대입하면 다음과 같다.

$$R = AR_s A^* + \sigma_n^2 R_n \quad (6)$$

$$R_g = E [\mathbf{g}(t) \mathbf{g}^*(t)] \quad (7)$$

$$\sigma_n^2 R_n = E [\mathbf{n}(t) \mathbf{n}^*(t)] \quad (8)$$

2.2 빔패턴 및 빔형성기에서의 SNR 한계

등간격으로 M 개의 센서가 놓여있는 선형어레이와 여기에 서로 다른 입사각 $\{\theta_i, i = 0, \dots, K-1\}$ 을 이루며 입사하는 K 개의 평면파를 생각한다. 원하는 신호의 도래각을 θ_0 이고 협대역 신호형태로 다음과 같이 정의한다⁷⁾.

$$s(t) = P_0 e^{j(\omega_0 t + \phi_0)} \quad (9)$$

나머지 $K-1$ 개의 신호는 협대역 간섭신호이며 다음과 같이 표기한다.

$$j_i(t) = P_i e^{j(\omega_i t + \phi_i)}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, K-1 \quad (10)$$

열벡터를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{s}(t) = [s(t) \mathbf{j}(t)]^T, \quad \mathbf{j}(t) = [j_1(t), \dots, j_{K-1}(t)]^T \quad (11)$$

여기서 “ T ” 는 전치자를 나타낸다. i 번째 신호의 방향(또는 스티어링) 벡터는 다음과 같다.

$$\mathbf{a}(\tau_i) = [1 e^{-j\omega_0 \tau_i}, \dots, e^{-j(M-1)\omega_0 \tau_i}]^T, \quad \tau_i = d \cos \theta_i / c \quad (12)$$

c 는 평면파의 전파속도이고 d 는 선형어레이의 인접 센서간의 간격이다. K 개 신호의 스티어링 벡터를 행렬 A 로 아래와 같이 표기할 수 있다.

$$A = [\mathbf{a}(\tau_0), \dots, \mathbf{a}(\tau_{K-1})] \quad (13)$$

각 센서에 백색 가우시안 잡음이 더해진다면 어레이로 수신되는 신호는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{x}(t) = A \mathbf{s}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (14)$$

$$= \mathbf{a}(\tau_0) s(t) + \tilde{A} \mathbf{j}(t) + \mathbf{v}(t)$$

여기서 A 는 $M \times K$ 행렬이고 \tilde{A} 는 $M \times (K-1)$ 행렬이다. $s(\cdot)$ 와 $\mathbf{j}(\cdot)$ 는 잡음 벡터 $\mathbf{v}(\cdot)$ 와 무상관관계이다. 수신된 신호는 어레이의 출력으로 결합될 수 있다.

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{w}^* \mathbf{x}(t) \quad (15)$$

여기서 \mathbf{w} 는 어떤 범주에서 정해진 최적의 가중치 벡터이다. 몇 가지 범주가 있지만 결과식은 모두

$$\mathbf{w}_{opt} = \alpha R_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\tau_0) \quad (16)$$

의 형태로 나타난다.

여기서 α 는 비례 상수로 각각의 범주에 따라 달라질 수 있다. Frost 가 제안한 빔형성기에서 $\mathbf{w}^* \mathbf{a}(\tau_0) = 1$ 이므로 α^{-1} 는 $\mathbf{a}(\tau_0)^* R_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\tau_0)$ 와 같다.

식 (14)를 식 (5)에 대입하면 공분산 행렬 $R_{xx} = E[\mathbf{x}(t) \mathbf{x}^*(t)]$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$R_{xx} = P_0^2 \mathbf{a}(\tau_0) \mathbf{a}^*(\tau_0) + R_{nn} \quad (17)$$

$$R_{nn} \triangleq \tilde{A} R_{jj} \tilde{A}^* + \sigma^2 I \quad (18)$$

$K-1$ 개의 서로 다른 간섭신호의 스티어링 벡터로 이루어진 행렬 \tilde{A} 는 full Rank 이다. 식 (16)에 식 (17)을 대입하고 Sherman-morrison 공식을 이용하면 다음과 같이 표기할 수 있다⁷⁾.

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{opt} &= \alpha R^{-1} \mathbf{a}(\tau_0) \\ &= \alpha [R_{nn}^{-1} \mathbf{a}(\tau_0) \\ &\quad - P_0^2 \frac{R_{nn}^{-1} \mathbf{a}(\tau_0) \cdot \mathbf{a}^*(\tau_0) R_{nn}^{-1} \mathbf{a}(\tau_0)}{1 + P_0^2 \mathbf{a}^*(\tau_0) R_{nn}^{-1} \mathbf{a}(\tau_0)}] \\ &= \beta \cdot R_{nn}^{-1} \mathbf{a}(\tau_0) \end{aligned} \quad (19)$$

여기서, β 는 스칼라 상수이다. 식 (18)에서 $\tilde{A} R_{jj} \tilde{A}^*$ 를 고유값과 고유벡터로 표현하면

$$\tilde{A} R_{jj} \tilde{A}^* = \sum_{i=1}^{K-1} \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^* \quad (20)$$

위에서 \bar{A} 는 full rank를 가짐을 설명하였고 R_{jj} 역시 K-1개의 인코더러턴트 간섭신호의 공분산 행렬이라고 가정하면 K-1 rank를 가진다. 따라서 식 (20)에서 $\{\lambda_i\} \neq 0$ 이다. 그리고 $\bar{A}R_{jj}\bar{A}^*$ 는 $M \times M$ 행렬이다.

하나의 지지국에 의해서 형성되는 셀내에서 하나의 이동국의 수신신호에 대해서 셀내의 다른 이동국의 수신신호는 간섭신호로 작용하고 그 간섭신호의 전력은 잡음 전력보다 훨씬 높다. 따라서

$$\lambda_i \gg \sigma^2 \text{ and } \frac{1}{\sigma^2} \gg \frac{1}{\lambda_i + \sigma^2},$$

$$i = 1, 2, \dots, K-1$$

이고, 식 (20)을 식 (19)에 대입하여 다시 쓰면,

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{opt} &= \beta R_{nn}^{-1} \mathbf{a}(\tau_0) \\ &= \beta \left\{ \sum_{i=1}^{K-1} \frac{1}{\lambda_i + \sigma^2} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^* \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=K}^M \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^* \right\} \mathbf{a}(\tau_0) \\ &\cong \frac{\beta}{\sigma^2} \sum_{i=K}^M \rho_i \mathbf{e}_i, \quad \rho_i = \mathbf{e}_i^* \mathbf{a}(\tau_0) \end{aligned} \quad (21)$$

행렬 \bar{A} 의 열로 이루어진 방향 벡터 $\{\mathbf{a}(\tau_1), \dots, \mathbf{a}(\tau_{K-1})\}$ 는 처음의 K-1개의 고유벡터 $\{\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_{K-1}\}$ 로 span되고 나머지 고유벡터 $\{\mathbf{e}_k, \dots, \mathbf{e}_M\}$ 과는 직교한다.

$$\mathbf{w}^* \mathbf{a}(\tau_l) \cong \frac{\beta}{\sigma^2} \sum_{i=K}^M \rho_i \mathbf{e}_i^* \mathbf{a}(\tau_l) = 0,$$

$$l = 1, \dots, K-1 \quad (22)$$

식 (22)로부터 간섭신호 방향으로 빔형성이 깊게 영점화 됨을 알 수 있다. 반대로 원하는 신호 방향으로는 상수 α 를 적절히 선택하여 $\mathbf{w}_{opt}^* \mathbf{a}(\tau_0) = 1$ 을 유지하도록 한다.

어레이의 빔패턴은 방향에 따른 이득을 나타내는데 아래의 식 (23)에 의해서 형성된다.

$$\|\mathbf{w}^* \mathbf{a}(\tau)\|^2$$

$$\tau = d \cos \theta / c, \quad 0 \leq \theta \leq \pi \quad (23)$$

SNR의 한계는 어떤 범주에서 최적의 가중치 벡터 \mathbf{w}_{opt} 에 의해서 각자 다른 SNR을 가지는 것에

대해서 어레이 출력성능을 가능하는 척도로 사용된다⁶⁾. 식 (15)에서 주어진 어레이 출력의 정의는 식 (24)와 (25)처럼 수신된 신호 $\mathbf{x}(t)$ 에 원하는 신호가 없는 경우와 원하는 신호가 있는 경우로 구분할 수 있다.

$$E[\mathbf{x}(t)] = 0 \quad (24)$$

$$E[\mathbf{x}(t)] = \mathbf{a}(\tau_0)s(t) \quad (25)$$

따라서, 식 (15)의 어레이 출력의 평균값을 구하면 원하는 신호가 존재하지 않는 경우와 원하는 신호성분이 존재하는 경우 식 (26)과 (27)처럼 나타난다.

$$E[y] = E[\mathbf{w}^* \mathbf{x}(t)] = 0 \quad (26)$$

$$\begin{aligned} E[y] &= E[\mathbf{w}^* \mathbf{x}(t)] \\ &= \mathbf{w}^* \mathbf{a}(\tau_0)s(t) = \mathbf{w}^* \mathbf{d}(\tau_0) \end{aligned} \quad (27)$$

이것은 무잡음 상태에서 원하는 신호만이 수신되어 어레이의 가중치를 거쳐 나온 출력을 나타낸다. 여기서 $\mathbf{d}(\tau_0)$ 는 $\mathbf{a}(\tau_0)s(t)$ 이다. 이런 경우에서 어레이 출력의 분산은 식 (28)과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Var}(y) &= E[|y|^2] - |E[y]|^2 \\ &= E[\mathbf{w}^* \mathbf{n} \mathbf{n}^* \mathbf{w}] = \mathbf{w}^* R_{nn} \mathbf{w} \end{aligned} \quad (28)$$

여기서, \mathbf{n} 은 M 개의 어레이로 들어오는 간섭신호와 백색 가우시안 잡음이다. 따라서 임의의 범주에서 구한 최적의 가중치 벡터와 M개의 어레이로 수신된 신호벡터의 내적의 결과로 나온 어레이 출력에서 최적의 SNR은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (S/R)_o &= |E[y]|^2 / \text{Var}(y) \\ &= |\mathbf{w}^* \mathbf{d}(\tau_0)|^2 / \mathbf{w}^* R_{nn} \mathbf{w} \end{aligned} \quad (29)$$

만약, X와 Y가 M개의 요소를 가진 열벡터이고 R_{nn} 이 positive definite hermitian 행렬일 때 식 (30)과 같이 정의한다⁶⁾.

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{x}^* R_{nn} \mathbf{y} \quad (30)$$

식 (29)에 Schwartz inequality $|(X, Y)|^2 \ll (X, X)(Y, Y)$ 을 이용하면,

$$\begin{aligned}
 (S/N)_o &= |(\mathbf{w}, R_{nn}^{-1} \mathbf{d})|^2 / (\mathbf{w}, \mathbf{w}) \\
 &\leq [(\mathbf{w}, \mathbf{w})(R_{nn}^{-1} \mathbf{d}, R_{nn}^{-1} \mathbf{d})] / (\mathbf{w}, \mathbf{w}) \\
 &= (R_{nn}^{-1} \mathbf{d}, R_{nn}^{-1} \mathbf{d}) = \mathbf{d}^* R_{nn}^{-1} \mathbf{d} \quad (31)
 \end{aligned}$$

이 된다. 식 (31)로부터 SNR의 이론적인 한계를 알 수 있다.

III. LCMV 빔형성기 고찰

이 절에서는 잡음으로부터 원하는 신호를 분리하면서 어레이센서를 조정하는 단순한 알고리즘을 기술하고자 한다. 이 방법은 원하는 방향으로 선택주파수를 유지하면서 어레이출력에서의 잡음전력을 최소화하는 방향으로 센서 어레이의 가중치를 반복적으로 적응 선정하는 방법이다⁴⁾.

어레이의 출력 신호를 식 (32)와 같이 정의하면,

$$y(k) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}(k) = \mathbf{x}^T(k) \mathbf{w} \quad (32)$$

어레이의 출력 전력의 평균은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E[y^2(k)] &= E[\mathbf{w}^T \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^T(k) \mathbf{w}] \\
 &= \mathbf{w}^T R_{xx} \mathbf{w} \quad (33)
 \end{aligned}$$

식 (12)의 스티어링 벡터 중 원하는 방향의 스티어링 벡터 $\mathbf{a}(\tau_0)$ 와 가중치의 스칼라 곱을 상수로 제한조건을 식(34)과 같이 준다.

$$\mathbf{a}(\tau_0)^T \mathbf{w} = f \quad (34)$$

만약, 멀티빔으로 원하는 방향이 J 개일 경우 원하는 방향의 스티어링 벡터도 J 개이므로

$$A \triangleq [\mathbf{a}_1 : \mathbf{a}_2 : \dots : \mathbf{a}_J] \quad (35)$$

그리고 가중치 합 벡터 \mathbf{f} 를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{f} \triangleq [f_1 : f_2 : \dots : f_J] \quad (36)$$

식 (34)는 식(35)와 (36)을 이용하여 다음과 같이 주어진다.

$$A^T \mathbf{w} = \mathbf{f} \quad (37)$$

여기서, A의 rank는 J이다.

원하는 방향에 대한 신호의 주파수 응답은 J개의 제한조건으로 고정되어 있으므로, 원하지 않는 방향의 잡음 전력을 최소화한다는 것은 전체전력을 최소화하는 과정과 같은 결과를 제공한다. 최적의 필터 가중치를 결정하기 위하여 제한 조건을 갖는 최소화 문제는 다음과 같이 요약될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^T R_{xx} \mathbf{w} \quad (38) \\
 \text{subject to} \quad & A^T \mathbf{w} = \mathbf{f}
 \end{aligned}$$

식 (37)은 제한조건을 갖는 LMS 문제이다. Lagrange multiplier를 이용하여 비용함수 $H(\mathbf{w})$ 를 표현하면 다음과 같다.

$$H(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^T R_{xx} \mathbf{w} + \lambda^T (A^T \mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (39)$$

여기서, λ 는 J-차원의 미지의 Lagrange multiplier 벡터이다. 식(39)를 \mathbf{w} 에 대하여 미분하면

$$\nabla_{\mathbf{w}} H = 2R_{xx} \mathbf{w} + A \lambda \quad (40)$$

$$\mathbf{w} = -\frac{1}{2} R_{xx}^{-1} A \lambda \quad (41)$$

$$A^T \mathbf{w} - \mathbf{f} = 0 \text{으로부터 } -\frac{1}{2} A^T R_{xx}^{-1} A \lambda = \mathbf{f}$$

R_{xx}^{-1} 가 존재하고 A의 차수는 J이므로

$$\lambda = -2[A^T R_{xx}^{-1} A]^{-1} \mathbf{f} \quad (42)$$

그러므로, 최적 필터 가중치 벡터 \mathbf{w}_0 는 식 (43)과 같다.

$$\mathbf{w}_0 = R_{xx}^{-1} A [A^T R_{xx}^{-1} A]^{-1} \mathbf{f} \quad (43)$$

\mathbf{w}_0 은 공간 및 시간변에서 최적의 필터를 나타내는 어레이 프로세서의 가중치 벡터이다. 따라서 원하는 방향으로 입사하는 신호의 어레이 출력은,

$$y_0(k) = \mathbf{w}_0^T \mathbf{x}(k) \quad (44)$$

IV. 신호부각법

신호부각 알고리즘은 다음의 두가지 과정으로 이루어진다. (i) Frobenius norm을 이용해 주어진 공

분산 행렬로부터 이상적인 공분산 행렬이 가지는 성질에 가장 가까운 부각된 행렬을 찾고, (ii) 부각된 행렬을 가지고 빔형성 알고리즘 LCMV에 적용하는 것이다. 이상적인 공분산행렬의 성질은 3가지 성질은 먼저 다음과 같이 가정한다^[3].

- (1) 어레이는 M 개의 등간격 센서로 이루어진 선형 어레이를 고려한다.
- (2) N개의 입사 평면파는 인코히어런트 신호이다.

이같은 가정 하에서 이상적인 공간 공분산 행렬 R은 다음과 같은 3가지 성질을 가짐은 잘 알려져 있다^[3].

- (1) R의 가장 작은 고유값은 센서의 잡음 전력 σ_n^2 과 같으며 M-N개가 있다.
- (2) R은 Toeplitz 행렬이다. (등간격 선형 어레이를 가정하였으므로)
- (3) R은 Hermitian positive semidefinite 행렬이다.

이론상 공분산 행렬을 이용해 여러 가지 간섭 제거 빔형성 방법을 적용할 때 입사각과 완벽하게 동일한 값을 얻을 수 있다. 그러나, 공분산 행렬이 이용될 때, 이들의 전형적인 추정방법은 종종 빈약한 성능을 나타내곤 한다. 상대적으로 센서 잡음이 크거나 신호와 간섭신호의 사이가 가까울 때 이런 경우가 발생한다. 행렬 특성 매핑은 공간 공분산 행렬 추정에서 원하지 않는 효과를 제거하는데 유용하게 사용된다.

● Rank N 근사화

이상적인 공분산 행렬 R은 인코히어런트 평면파에서 이론적으로 rank N을 가진다. singular value decomposition (SVD)을 사용하면 행렬의 이와 같은 성질을 잘 알 수 있다.

(정리 1) 주어진 행렬 $R \in C^{M \times M}$ 을 SVD하게 되면,

$$R = \sum_{k=1}^M \sigma_k \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^* \tag{45}$$

이 된다. 여기서, σ_k 은 양의 실수값이고 내림차순 ($\sigma_k \geq \sigma_{k+1}$)으로 되어 있다. \mathbf{u}_k 와 \mathbf{v}_k 은 각각 행렬 R의 $M \times 1$ 정규직교 좌측과 우측 singular 벡터이다.

$\|R - R^{(N)}\|_F$ 이 최소화되는 rank N을 갖는 최적화된 행렬 $R^{(N)}$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$R^{(N)} = \sum_{k=1}^N \sigma_k \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^* \tag{46}$$

2개의 인코히어런트 신호가 입사한다고 가정하면 다음과 같이 전개된다.

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 = \dots = \sigma_M$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_M \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

rank 2를 갖는 최적화된 행렬에서 σ_1 과 σ_1 는 변하지 않고 σ_3 부터 σ_M 까지의 작은 Singular value는 0으로 둔다. $A \in C^{M \times M}$ 인 행렬의 Frobenius norm은 다음과 같이 정의된다.

$$\|A\|_F = \left[\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M |a(i, j)|^2 \right]^{1/2} \tag{47}$$

이 행렬 특성매핑은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$R^{(N)} = G^{(N)}(R) \tag{48}$$

실제적 적용에 있어 이 특성 매핑은 신호처리의 다양한 응용에서 신호대 잡음비 증가의 효과를 나타낸다. 즉, 이 매핑에 의해 잡음 고유벡터의 원하지 않는 효과가 감소되어 신호대 잡음비 레벨이 증가되게 된다.

(정리 2) 주어진 행렬 $R \in C^{M \times M}$ 에 대하여 $R^{(N)}$ 을 (M-N)개의 작은 고유값 ($N < M$)을 갖는 임의의 행렬이라 하자. 이런 구조를 가지며 $\|R - R^{(N)}\|_F$ 을 최소화하는 최적의 행렬은 다음 식으로 구해진다.

$$\begin{aligned} R^{(N)} &= \sum_{k=1}^N \lambda_k \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^* + \lambda_{N+1} \sum_{k=N+1}^M \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^* \\ &= G_{(N)}(R) \end{aligned} \tag{49}$$

마찬가지로 2개의 신호가 입사한다고 가정하면

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 = \dots = \lambda_M \tag{50}$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_M \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda \end{bmatrix}$$

여기서, λ 는 식 (50)과 같이 표현되며 R의 고유값 λ_k 는 내림차순으로 정렬된

$$\lambda = \frac{1}{M-N} \sum_{k=N+1}^M \lambda_k \quad (50)$$

값이고, ($\lambda_k \geq \lambda_{k+1}$), \mathbf{v}_k 는 λ_k 에 대응하는 고유벡터이다. 만약 $\lambda_N \neq \lambda_{N+1}$ 라면 특성매핑 $G_{(M)}$ 는 $R_{(N)}$ 의 유일한 해를 제공한다.

(정리 2)로부터 식 (50)으로 주어지는 신호모델 식을 고유값-고유벡터 분해하여 잡음의 평균전력 σ_v^2 이 추정될 수 있음을 알 수 있다. 특성매핑 $G^{(M)}$ 과는 대조적으로 $G_{(M)}$ 은 잡음고유벡터를 유지하고 (M-N)개의 작은 고유값을 잡음효과를 제거하지 않으면서 갖게 만든다. 이 매핑은 항상된 안정성을 제공하므로 고유값-고유벡터 분해를 이용하는 알고리즘에 이 매핑이 매우 유용하다고 보여진다.

특성매핑 $G^{(M)}$ 과 $G_{(M)}$ 은 점대점 매핑이 아니며 또한 자신의 '0'이 아닌 N번째, (N+1)번째 고유값 (또는 singular value)들이 서로 같은 행렬에 대하여 연속이 아니다. 더 나아가 만약 두 개의 고유값 λ_k 과 λ_{k+1} 이 컴퓨터 정확도면에서 그 크기가 다르다면 ill-conditioned 상황이 발생될 수 있다. 이 상황은 두 정현파가 공간적으로 매우 근접해 있거나 신호대 잡음비가 낮은 경우에 쉽게 발생할 수 있다. 즉, 이 상황에서 공분산행렬의 신호고유값은 거의 잡음고유값과 같다.

● Toeplitz 구조 행렬 근사화

많은 신호 처리와 시스템 이론 응용에서 선형 행렬 구조의 성분은 위에서 언급한 몇가지의 특성과 밀접한 관계가 있다. $R^{(T)}$ 이라 표기한, 주어진 $M \times M$ 행렬에 최적으로 접근하는 Hermitian-Toeplitz 구조로된 행렬 특성에 속하는 $M \times M$ 행렬에서 발견할 수 있는 특별한 문제를 고려할 수 있다. Toeplitz 구조 행렬은 신호처리와 시스템 이론에서 매우 중요한 행렬이다. R_x 의 두 번째 성질과 관련있는 이론은 다음에 주어진다.

(정리 3) $C^{M \times M}$ 에 속한 행렬을 R, Hermitian-Toeplitz 행렬의 집합에 속한 행렬을 $R^{(T)}$ 라 하자. $\|R - R^{(T)}\|_F$ 을 최소화 하는 $M \times M$ Hermitian-Toeplitz 행렬의 첫 번째 열을 기술하면 다음과 같다.

$$r_i = \frac{1}{M-i} \sum_{k=1}^{M-i} r(k+i, k) \quad \text{for } 0 \leq i \leq M-1 \quad (51)$$

$$R = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & f_1 \\ b_1^* & a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ c_1^* & b_2^* & a_3 & b_3 & c_3 \\ d_1^* & c_2^* & b_3^* & a_4 & b_4 \\ f_1^* & d_2^* & c_3^* & b_4^* & a_5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a & b & c & d & f \\ b^* & a & b & c & d \\ c^* & b^* & a & b & c \\ d^* & c^* & b^* & a & b \\ f^* & d^* & c^* & b^* & a \end{bmatrix}$$

여기서, $r(k, m)$ 은 R의 성분을, r_i 는 $R^{(T)}$ 의 첫 번째 열의 (i+1)번째 요소를 나타낸다.

이 행렬 매핑 $G^{(T)}$, $R^{(T)}$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$R^{(T)} = G^{(T)}(R) \quad (52)$$

Toeplitz 구조 행렬 접근은 R의 각 부대각 (subdiagonal) 성분의 평균으로 얻을 수 있다. 이 또한 잡음의 효과를 감소시킬 수 있는 연산이다. 특히, 부가성 백색 가우시안 잡음 환경하의 어떤 정현파는 이 매핑에 의해 상당히 깨끗하게 잡음을 제거시킬 수 있다.

어레이로 수신되는 신호들은 그 신호환경이 가변적이기 때문에 이 절의 처음에 언급한 이상적인 공분산 행렬의 세가지 특성이 잡음이나 간섭원으로 인해 파괴되어있다. 따라서 위에서 언급한 Rank N 근사화와 Toeplitz 구조 행렬 근사화를 통해 이상적인 행렬로 맵핑을 한다. 이 때 원신호의 왜곡을 최소한으로 줄이기 위해 Frobenius norm이 최소화 되는 행렬로 맵핑을 하지만 Rank N 근사화 후에 Toeplitz 구조 행렬 근사화를 하면 맵핑된 공분산 행렬은 Rank N의 특성을 잃어버리게 된다. 따라서 Rank N 근사화와 Toeplitz 구조 행렬 근사화를 반복적으로 시행한다.

V. 시뮬레이션 결과

본 논문에서 제안하는 이런 적응 알고리즘에 있어 세가지 주된 성능척도방법 중 첫째는, 빔조정으로 이것은 원하는 신호원이 움직일 때 어레이로 수신되는 신호의 입사각이 변하기 때문에 원하는 신호원이 움직이는 방향으로 주빔의 이득이 최대가 되는 빔패턴을 형성하는 능력이다. 두 번째는, 원하지 않는 간섭 신호가 어레이로 수신될 때 이를 제거시키기 위해서 수신되는 방향으로 정확히 영점화

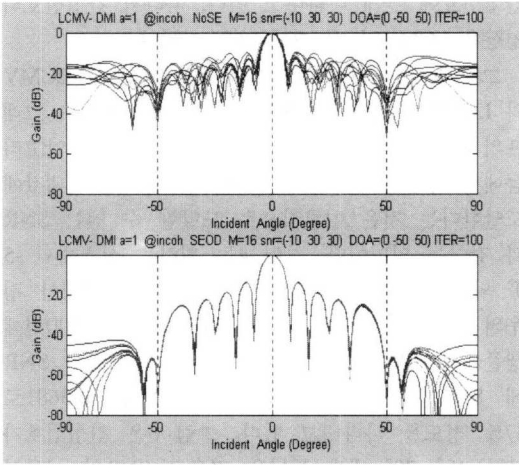


그림 3. 간섭신호 2개인 경우 어레이 빔패턴(M=16, $\theta_0=0^\circ$, $\theta_1=50^\circ$, $\theta_2=-50^\circ$, $\theta_0=0^\circ$ 원하는 신호 방향)

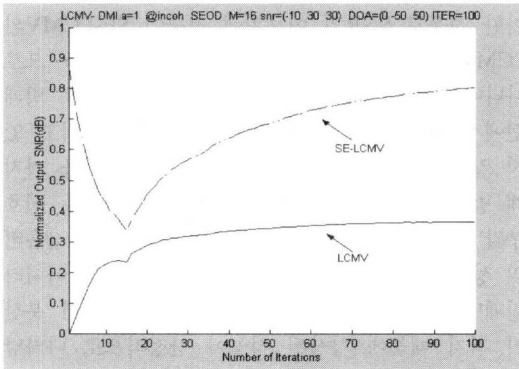


그림 4. 간섭신호 2개인 경우 SNR(M=16, $\theta_0=0^\circ$, $\theta_1=50^\circ$, $\theta_2=-50^\circ$, $\theta_0=0^\circ$ 원하는 신호 방향)

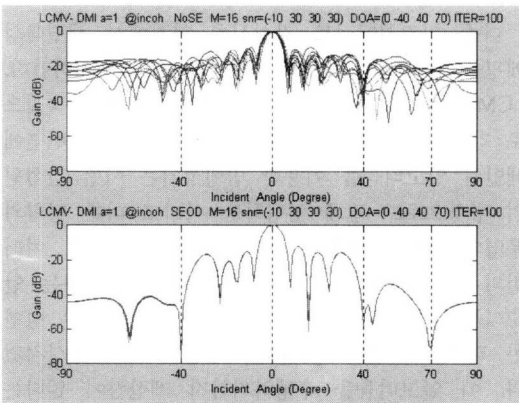


그림 5. 간섭신호 3개인 경우 어레이 빔패턴(M=16, $\theta_0=0^\circ$, $\theta_1=40^\circ$, $\theta_2=-40^\circ$, $\theta_3=70^\circ$, $\theta_0=0^\circ$ 원하는 신호 방향)

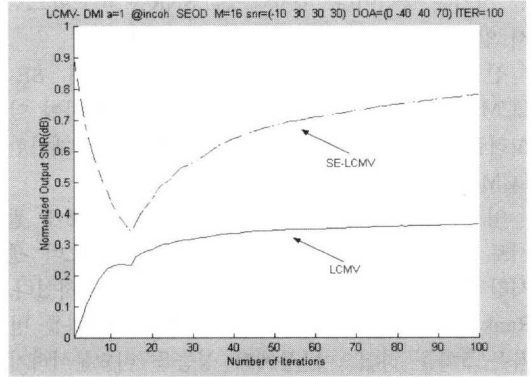


그림 6. 간섭신호 3개인 경우 SNR(M=16, $\theta_0=0^\circ$, $\theta_1=40^\circ$, $\theta_2=-40^\circ$, $\theta_3=70^\circ$, $\theta_0=0^\circ$ 원하는 신호 방향)

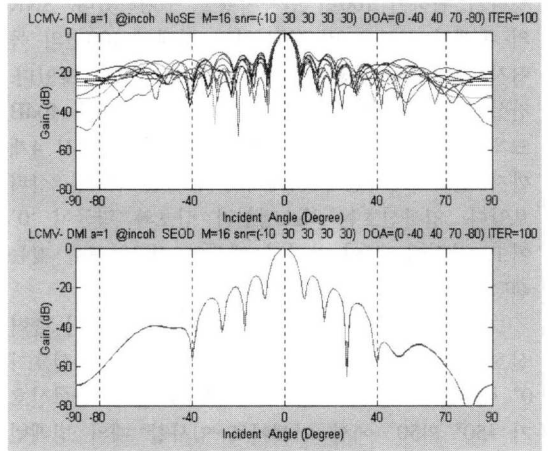


그림 7. 간섭신호 4개인 경우 어레이 빔패턴(M=16, $\theta_0=0^\circ$, $\theta_1=40^\circ$, $\theta_2=-40^\circ$, $\theta_3=70^\circ$, $\theta_4=-80^\circ$, $\theta_0=0^\circ$ 원하는 신호 방향)

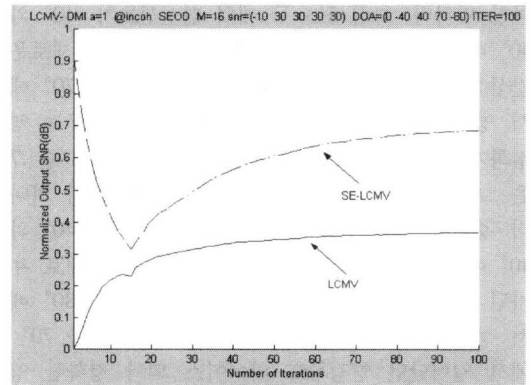


그림 8. 간섭신호 4개인 경우 SNR(M=16, $\theta_0=0^\circ$, $\theta_1=40^\circ$, $\theta_2=-40^\circ$, $\theta_3=70^\circ$, $\theta_4=80^\circ$, $\theta_0=0^\circ$ 원하는 신호 방향)

를 시키는 능력이다. 마지막으로 SNR을 비교함으로써 알고리즘의 우수성을 판단할 수 있다.

신호부각법과 결합된 LCMV 빔형성기인 SE-LCMV 방법의 우수한 성능을 보여 주기 위하여 알고리즘의 통계적 성능을 기존에 Frost가 제안한 LCMV 방법과 비교 분석하였다.

입사신호의 정규화된 주파수는 0.25이며 16개 센서로 구성된 등간격 선형어레이를 사용하였으며 센서간격은 입사신호의 반파장 간격을 유지하였다. Rank N 근사화와 Toeplitz 구조 행렬 근사화를 반복은 5회를 하였으며 통계적 성능을 비교분석하기 위하여 10번의 독립시행을 수행하였다. 여기서 사용한 방법은 Frost 적응빔형성기에서 선형제한조건을 갖는 최소분산(LCMV)으로서 표본공분산 행렬을 추정하기 위하여 100번 반복시행을 수행하였다. SNR의 통계적 성능을 비교분석하기 위해서 100번의 독립시행을 하여 평균을 하여 그래프로 그려 보았다. 간섭신호의 전력은 원하는 신호의 전력보다 40dB 크게 설정하였으며 간섭신호의 개수를 2개에서 4개 까지 변화시켜가면서 어레이의 빔패턴 변화를 살펴 보았다. 입사신호는 복소정현파 신호와 평균이 '0' 이고 분산이 '1'인 부가성 백색의 정규분포를 갖는 랜덤잡음이 더해진 형태이다.

그림 3, 그림5, 그림7은 식 (44), 즉 어레이 출력 신호를 나타낸 것이다. 그림. 3은 원하는 신호가 0° 에 있고 원하는 신호보다 40dB 높은 간섭신호가 -50° 와50° 에서 어레이로 입사할 때의 빔패턴을 나타낸다. 빔패턴이 SE-LCMV가 LCMV 보다 깨끗하다는 사실은 분산이 적음을 알 수 있고 부엽 역시 SE-LCMV가 낮게 나타난다. 특히 SE-LCMV가 LCMV보다 영점화가 깊게 되는 점은 주목할 만하다. 그림 5는 두 개의 간섭신호가 -40° 와 40° 에서 들어오고 있는 상황에서 70° 에서 새로운 간섭신호가 들어 왔을 경우에 SE-LCMV는 70° 에서 영점화가 이루어지고 있는 반면에 LCMV는 영점화가 전혀 되지 않고 있음을 알 수 있다. 그림 .7은 그림. 5의 상황에서 80° 에서 간섭신호가 하나 더 증가한 경우이다. SE-LCMV의 경우 -40° 와 40° 에서는 정확하게 영점화가 일어나지만 새로 추가된 80° 에서 발생한 간섭신호의 영향으로 80° 에서 정확한 영점화가 일어나지 않을 뿐 아니라 70° 에서 일어났던 영점화도 바이어스 되어 정확한 영점화가 일어나지 않는다. 하지만 LCMV와 비교할 때 LCMV 또한 간섭신호에 영점화를 주지 못하고 있을 뿐 아니라 그 dB 값이 SE-LCMV와 비교해서

간섭신호에 높게 나타나고 있다. 따라서 간섭신호의 영향은 LCMV가 더 크게 받을 것이다.

그림 4, 그림 6 그리고 그림 8을 보면 SE-LCMV 와 LCMV의 성능을 SNR을 통해 비교하였다. 그래프의 세로축의 최대값은 1로서 식(31)로 두 알고리즘에서 측정된 SNR을 정규화시킨 것으로 최대값에 도달한다는 것은 이론적으로 도달할 수 있는 SNR 과 같다는 의미이다. 그림 4는 원하는 신호에서 -5 0° 와 50° 떨어진 지점에서 간섭신호가 발생한 경우의 SNR을 나타내고 있다. SE-LCMV는 100번째 샘플에서 0.8082를 나타내고 있어서 이론치 SNR 에 81%정도 근접하고 있고 LCMV는 0.3681로 37% 정도를 나타내고 있다. 그림 6은 간섭신호가 -40° ,40° ,70° 에서 들어올 경우로 SNR의 이론치에 접근이 SE-LCMV와 LCMV가 100번째 샘플에서 0.7830, 0.3676으로 나타나고 있다. 그림 8은 그림 6의 경우에서 간섭신호가 80° 에서 하나 더 증가한 경우로 SNR의 이론치에 접근이 SE-LCMV와 LCMV가 100번째 샘플에서 0.7830, 0.3676 으로 나타나고 있다. 따라서 간섭신호가 4개인 경우 빔패턴에서 SE-LCMV가 정확하기 영점화를 시키고 있지 않지만 간섭신호의 방향으로 낮은 dB값을 가지게 빔패턴을 형성하고 있음을 확인할 수 있다. 신호 부가법을 이용한 LCMV 빔형성기가 신호대 잡음비의 성능 향상이 있음을 알 수 있다. 그 뿐만 아니라 빔패턴의 형성에 있어서도 독립시행에 대해서 분산이 적기 때문에 향상된 성능이 안정적으로 나타남을 알 수 있다.

VI. 결론

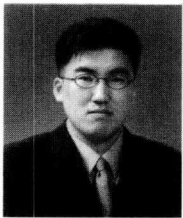
다중 인코히어런트 간섭신호 환경에서 행렬특성 매핑을 이용한 새로운 빔형성기를 제시하였다. LCMV 빔형성기가 여러번의 독립시행에 연속적으로 간섭신호의 방향에 영점화시키지 못하는 반면에 제안된 알고리즘을 이용한 빔형성기는 어떤 간섭원의 방향으로도 깊게 영점화를 시키고 다른 방향의 부엽의 레벨로 억압되고 있음을 확인하였다. 여러 번의 독립시행으로 그 안정성도 새로 제안하는 알고리즘의 우수함을 알 수 있었으며 이에 따른 당연한 결과로 수신되는 SNR의 성능도 크게 향상시켰다. 이 알고리즘을 수행하기까지 계산량이 많다는 단점이 있다. 하지만 고속의 DSP가 개발 되고 있는 상황에서 별 어려움 없이 처리될 수 있을 것이라 생각된다.

참 고 문 헌

- [1] S. Anderson, B. Carlqvist, B. Hagerman and R. Lagerholm, "Ericsson Review", no. 3, 1999.
- [2] J. C. Liberti and T. S. Rappaport, *Smart Antennas for Wireless Communications*, Prentice-Hall : Upper Saddle River, 1999.
- [3] Y. S. Kim and J. A. Cadzow, "Multiple source direction finding : A signal enhancement approach", *Academic Press, Digital Signal Processing : A Review Journal*, vol. 8, no. 2, pp. 82-94, April, 1998.
- [4] O. Frost III, "An algorithm for linearly constrained adaptive array processing," *Proceedings of the IEEE*, vol. 60, no. 8, pp. 926-935, 1972.
- [5] R. A. Monzingo, *Introduction to Adaptive Arrays*, John Wiley & Sons, Inc., 1980.
- [6] I. S. Reed, J. D. Mallett, L. E. Brennan, "Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays," *IEEE trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. ASE-10, no. 6, pp. 853-863, November, 1974.
- [7] T. J. Shan, T. Kailath, "Adaptive Beamforming for Coherent Signals and Interference," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. ASSP-33, no. 3, pp. 527-536, June, 1985.

이 상 윤(Sang-Yoon Lee)

학생회원



2000년 2월 : 경희대학교 전파공학과 공학사
 2002년 2월 : 경희대학교 전파공학과 공학석사
 2002년 3월 ~ 현재 : Setri Micro-systems corp 기술연구원

<주관심 분야> 어레이신호처리, 스펙트럼 추정, 적응 필터

김 영 수(Yung-Soo Kim)

중신회원



1981년 2월 : 연세대학교 전자공학과 공학사
 1983년 2월 : 연세대학교 전자공학과 공학석사
 1988년 12월 : Arizona State University 전기 및 컴퓨터 공학과 공학박사
 1996년 9월 ~ 현재 : 경희대학교 전자정보학부 교수
 <주관심 분야> 어레이신호처리, 이동통신 시스템, 스펙트럼 추정, 적응필터

손 원(Won Sohn)

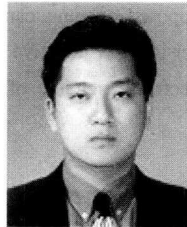
정회원



1982년 2월 : 경북대학교 전자공학과 졸업
 1990년 5월 : 텍사스 A&M대 전기 공학과 석사
 1993년 8월 : 텍사스 A&M대 전기 공학과 박사
 1982년 1월 ~ 1987년 6월 : 국방과학연구소(진해)
 1993년 9월 ~ 1999년 2월 : 한국전자통신연구원
 1999년 3월 ~ 현재 : 경희대학교 전자정보학부 조교수
 <주관심 분야> 디지털방송, 위성통신, 신호처리

홍 인 기(Een Kee Hong)

중신회원



1985 ~ 1989: 연세대 전기공학과 학사
 1989 ~ 1991: 연세대 전기공학과 공학석사
 1991 ~ 1995: 연세대 전기공학과 공학박사
 1995 ~ 1999: SK Telecom 중앙연구원 선임연구원

1997 ~ 1998: NTT DoCoMo 교환 연구원
 1999 ~ 현재: 경희대학교 전자정보학부 조교수
 <주관심 분야> CDMA, 이동통신