

비선형성 전력증폭기를 사용한 16-QAM 변조 방식의 성능 분석 및 최적화

정희원 김태환*, 성원진*

Performance Analysis and Optimization of the 16-QAM Modulation Scheme Using a Nonlinear Power Amplifier

Taehwan Kim*, Wonjin Sung* *Regular Members*

요약

제한된 대역폭을 이용한 고속 데이터 전송이 요구됨에 따라 주파수 효율이 우수한 QAM 변조 방식이 다수의 유무선 시스템에 적용되고 있고, 가변 전송률을 갖는 무선통신시스템 등에서 그 적용 범위가 더욱 증가하고 있다. QAM 변조는 PSK 및 FSK 변조와 달리 전송 심볼 값에 따라 신호 포락선의 크기 변화가 심하고, 따라서 전력 효율이 좋은 비선형성 전력증폭기와 결합되어 사용되는 경우 성능 열화를 가져오는 단점을 가진다. 본 논문에서는 입력 신호의 크기가 전력증폭기 선형구간의 상한을 넘을 경우 출력 신호가 일정한 크기로 포화되는 전력증폭기 모델을 이용하여, 비선형성 특성 하에서의 16-QAM 변조 방식의 성능을 분석하였다. 비선형성 전력증폭기와 결합되어 사용되는 16-QAM 변조의 BER 성능 근사식을 유도하고, 시뮬레이션 값과의 비교를 통해 효율성을 입증하였다. 특히 왜곡 정도가 고정된 신호 정상도에 대한 성능을 분석한 기존 연구와는 달리, 실제 시스템에서 전력증폭기 입력 신호 크기 증감에 따라 변화하는 정상도의 특성을 이용한 BER 성능을 닫힌 형태의 계산식으로 제시하였다. 주어진 증폭기의 포화전력 값에 따른 최적의 성능을 갖는 입력 신호 크기가 있음을 보이고, 최소 BER 값과 최적 SNR 동작점을 분석 제시하였다.

ABSTRACT

Due to its bandwidth efficiency, a number of communication systems have adopted QAM as their modulation method. Increasing demand for a higher data rate using a limited bandwidth makes QAM attractive for a wider range of applications including rate-adaptive wireless systems. Unlike PSK or FSK, the severe signal envelop fluctuations of QAM give the performance degradation when the modulation is combined with power-efficient nonlinear PAs (Power Amplifiers). In this paper, the performance of 16-QAM under nonlinear characteristics is analyzed, using a PA model having a constant saturated output power when the input signal exceeds a threshold. Approximated BER performance for 16-QAM combined with the nonlinear PA is derived, and compared with the simulation result to show its effectiveness. Closed-form BER expressions are presented using a varying signal constellation based on the input signal level, as is the case for real systems, which differentiates this work from previously reported results that give performance analyses for constellation with fixed level of distortion. It is shown that the optimal input signal level exists for a given PA power saturation value, and the minimal value of BER as well as the optimal SNR operating point are presented.

* 서강대학교 전자공학과 디지털전송연구실 (wsung@sogang.ac.kr)
논문번호 : 020073-0215, 접수일자 : 2002년 2월 15일

I. 서론

제한된 주파수 자원 조건하에서의 데이터 전송량 증가는 통신 시스템 설계의 중요한 목적 중 하나이며, 이를 위해 QAM으로 대표되는 고밀도 변조 방식에 대한 연구 및 실용화가 활발히 진행되고 있다. QAM 변조^[1]는 전화선 모델과 케이블 모델 등의 유선통신시스템과, 점대점 LMDS, 디지털 위성방송 등의 무선통신시스템에서 사용되고 있으며, 고속 전송이 요구되는 전반적인 추세 속에 보다 폭넓은 사용이 예상되고 있다. 특히 채널 상태 추정을 통한 가변 전송률 변조의 사용이 증가함에 따라 QAM은 다양한 표준에서 변조 방식의 하나로 채택되고 있다. QAM 변조의 심볼 오류율과 비트 오류율(BER; Bit Error Rate) 성능 유도 및 근사식은 잘 알려져 있으며^{[2][3]}, 성능 유도의 정확도와 계산 효율을 높이기 위한 방법들이 연구되었다^{[4][5]}.

QAM 변조가 주파수 효율 측면에서의 이득을 갖는 반면, 위상 잡음에 민감하고 페이딩 환경에서의 채널 이득의 변화에 따른 성능 감퇴가 심하며, 또한 비선형적 특성을 갖는 전력증폭기와 결합되어 사용되는 경우 신호의 왜곡이 발생하게 된다. 이동통신용 단말기의 경우 전력 효율을 높이기 위해 비선형적 특성을 갖는 전력증폭기가 사용되고, 이는 수신 성능 열화를 가져오게 된다. 무선 통신 환경의 페이딩 현상 하에서 QAM 성능 분석^[6]과 채널 추정 오류가 성능에 미치는 영향^[7]이 연구된 바 있으며, 또한 비선형성 전력증폭기 사용 시 성능에 대한 연구 결과^{[8][9]}가 최근 보고되었다. 이 중 비선형성 전력증폭기에 관한 연구는 신호의 왜곡이 BER 성능에 미치는 영향을 분석한 것으로, 전력증폭기의 비선형성에 의해 왜곡된 신호 성상도(signal constellation)가 고정된 상태에서의 오류 유도를 하였다. 실제 시스템의 경우, 특정 값에서 포화 특성을 갖는 전력 증폭기가 주어진 상태에서 증폭기 입력 신호의 크기가 변화하면 성상도 형태도 동시에 변화하게 된다. 입력 신호의 크기가 증가함에 따라 SNR (Signal-to-Noise Ratio)이 증가하고 성능 향상이 일어나지만, 어느 한계점 이상에서는 포화 특성에 의해 오히려 성능 열화가 생기게 되고, 따라서 성능 최적화를 위한 적절한 입력 신호의 크기가 존재하게 된다.

본 논문에서는 주어진 비선형성 전력증폭기의 전력 포화 특성 하에서 입력 신호의 변화에 따른 16-QAM 변조의 BER 성능을 분석하고, 이를 증폭

기 입력단 SNR과 출력단 SNR의 함수로 각각 나타내었다. 특히 성능 최적화를 위한 성상도의 특성과 최적 입력 신호 값을 제시하고 분석하였다. 성상도 왜곡 시 BER 성능 근사식을 유도하고, 시뮬레이션 결과와의 비교를 통해 유도된 계산식의 효율성을 입증하였다.

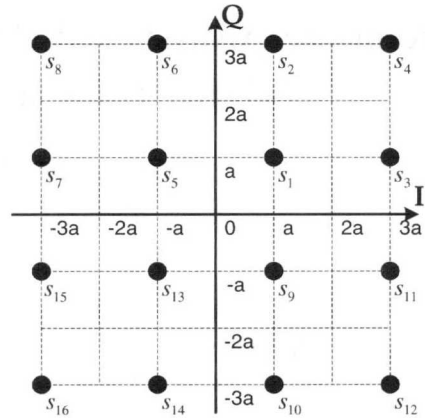


그림 1. 16-QAM 변조 방식의 신호 성상도

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 16-QAM 변조 방식의 특성과 본 연구에 사용한 비선형성 전력증폭기의 모델을 정의하였으며 이로 인해 발생하는 영향을 설명하였다. III장에서는 왜곡된 성상도에 따라 나타나는 BER 특성을 입력 SNR과 출력 SNR에 대해 분석하였다. IV장에서는 III장에서의 분석 결과를 활용하여 주어진 전력증폭기의 포화 특성에 대한 BER 성능 공식을 유도하였으며, 이를 통해 최적의 성능을 나타내는 SNR 값을 도출하였다. 끝으로 V장에서 본 논문의 결론을 맺는다.

II. 비선형성 전력증폭기를 사용한 16-QAM

1. 16-QAM 신호 성상도

왜곡이 없는 상태에서의 16-QAM 변조의 신호 성상도를 그림 1에 나타내었다. s_1, s_2, \dots, s_{16} 은 16개의 심볼을 표시하고, a 는 성상도 상에서 각각의 심볼 위치를 나타내기 위한 기본 길이 단위이다. 심볼을 I-성분과 Q-성분으로 이루어진 2차원 벡터로 표시할 때, $s_1 = (a, a)$, $s_2 = (a, 3a)$, $s_3 = (3a, a)$, $s_4 = (3a, 3a)$ 등으로 나타낼 수 있다. 심볼의 평균 에너지를 E_s 라 할 때,

$$a = \sqrt{E_s/10} \tag{1}$$

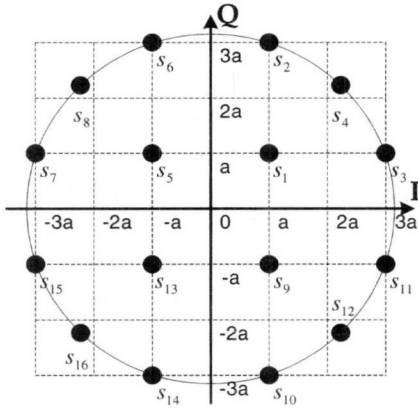


그림 2. 전력증폭기 선형 구간의 상한값이 $K = \sqrt{10}a$ 일 때 신호 성상도

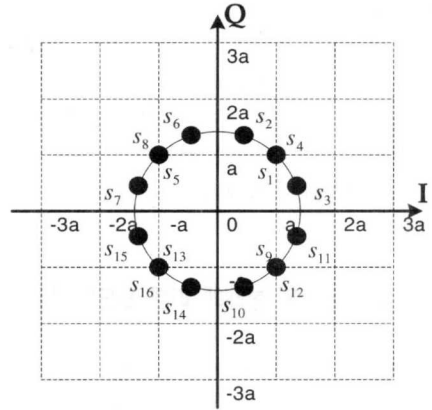


그림 3. 전력증폭기 선형 구간의 상한값이 $K = \sqrt{2}a$ 일 때 신호 성상도

의 관계가 성립한다. 또한 심볼 s_i 와 심볼 s_k 간의 Euclidean 거리 (Euclidean distance)를 $d_{i,k}$ 로, AWGN 채널의 단방향 잡음 전력스펙트럼밀도 (power spectral density)를 N_o 로 나타내기로 할 때, 심볼 s_i 가 심볼 s_k 로 잘못 판별될 확률을 Q-function을 사용하여 표시하면 $Q(d_{i,k}/\sqrt{2N_o})$ 가 된다. 일반적으로 같은 확률로 전송되는 M 개의 심볼을 사용하는 변조의 심볼 오류 $P(E)$ 는 union bound를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P(E) \leq \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sum_{k \neq i}^M Q\left(\frac{d_{i,k}}{\sqrt{2N_o}}\right) \quad (2)$$

각 심볼이 Gray coding으로 비트 열과 매핑된 경우, BER P_b 는 심볼 오류 $P(E)$ 를 사용하여 다음의 근사식으로 표시될 수 있다.

$$P_b \approx P(E)/\log_2 M \quad (3)$$

비선형성 전력증폭기를 통과하여 왜곡이 발생한 16-QAM의 경우 수식 (2)와 (3)의 개선 방안을 III장에서 논의한다.

2. 전력증폭기 모델

비선형성 전력증폭기의 입력 신호 크기를 증가시키는 경우, 선형 구간 내에서는 입력 신호에 비례하는 출력 신호가 얻어지고, 선형 구간을 벗어남에 따라 출력 신호 크기의 포화 현상이 일어나게 된다. 본 논문에서는 참고문헌 [8],[9]에서와 마찬가지로 입력 신호의 크기가 선형 구간 상한값 이상일 때

상수의 포화 출력 특성을 갖는 모델을 사용한다. 신호 크기의 선형 구간 상한을 K 로 나타내면 포화 전력값은 K^2 이 되고, 입력 신호 전력 P_{in} 과 출력 신호 전력 P_{out} 의 관계는 다음과 같다.

$$P_{out} = \begin{cases} P_{in}, & \text{if } P_{in} \leq K^2 \\ K^2, & \text{if } P_{in} > K^2 \end{cases} \quad (4)$$

전력증폭기 입력 신호 크기 변화에 대한 위상 왜곡은 없는 것으로 가정하였다. 전력 포화 특성에 의한 성상도 형태를 나타내는 경우, 다음과 같이 K 를 단위 길이 a 의 상수배로 나타내는 것이 편리하다.

$$K = c_1 a \quad (5)$$

선형 구간 상한값이 $K \geq \sqrt{18}a$ 일 때는 그림 1에서와 마찬가지로 성상도의 왜곡이 없으며, c_1 값이 감소함에 따라 왜곡 정도가 증가하게 된다. 그림 2는 $K = \sqrt{10}a$ 일 때의 성상도로써, 심볼 s_2, s_3, s_4 의 원점으로부터의 거리가 모두 동일한 경우이다. 그림 3의 $K = \sqrt{2}a$ 일 때의 성상도는 심한 왜곡이 생겨 심볼 s_1 과 s_4 의 위치가 동일하며, 이들 심볼의 전송 시 채널 SNR에 관계없이 약 50%의 심볼 오류가 발생하게 된다.

실제 시스템에서 사용되는 전력증폭기의 포화 전력값은 고정된 절대값이며 이를 평균 잡음 전력의 상수배로 표시할 수 있다. 즉 $K^2 = c_2^2 N_o$ 이라 할 때,

$$K = c_2 \sqrt{N_o} \quad (6)$$

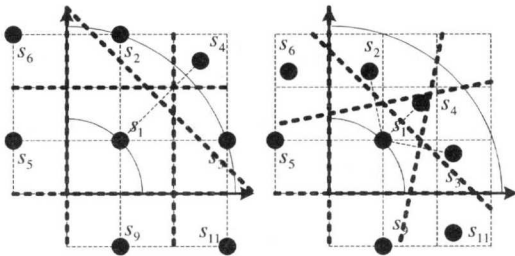
의 관계를 얻는다. 전력증폭기의 상한이 이와 같이

결정될 때, 입력 신호 크기의 변화에 따라 성상도의 형태도 변화하게 된다. 주어진 성상도 형태에 따른 성능 평가 결과를 제시하는 III장에서는 식 (5)의 정의를, 입력 신호 크기 증가에 따른 SNR 증가와 성상도 변화로 인한 왜곡이 성능에 미치는 영향을 종합적으로 평가하는 IV장에서는 식 (6)의 정의를 사용한다.

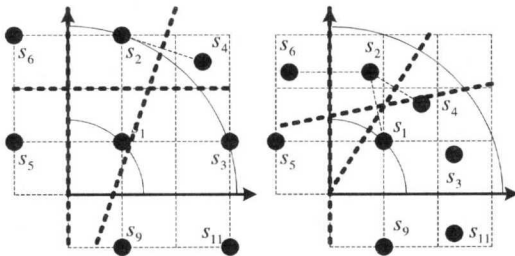
III. 성상도 형태에 따른 BER 성능

1. 전력 포화특성 하에서의 성능 상한값

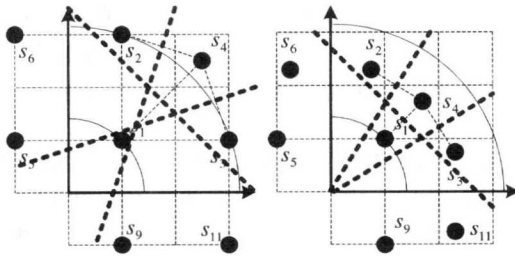
식 (2)의 심볼 오류 상한값은 그림 1의 성상도에 서 결정되는 Euclidean 거리 $d_{i,k}$ 의 값을 대입함으



(a) $\sqrt{10} \leq c_1 \leq \sqrt{18}$ 일 때 s_1 의 판정경계 (d) $\sqrt{2} \leq c_1 < \sqrt{10}$ 일 때 s_1 의 판정경계



(b) $\sqrt{10} \leq c_1 \leq \sqrt{18}$ 일 때 s_2 의 판정경계 (e) $\sqrt{2} \leq c_1 < \sqrt{10}$ 일 때 s_2 의 판정경계



(c) $\sqrt{10} \leq c_1 \leq \sqrt{18}$ 일 때 s_4 의 판정경계 (f) $\sqrt{2} \leq c_1 < \sqrt{10}$ 일 때 s_4 의 판정경계

그림 4. 왜곡된 성상도 상에서의 판정 경계

로써 일반적인 16-QAM 변조에 적용할 수 있다. 비선형성 전력증폭기를 통과하여 전력 포화 현상이 발생하는 경우, 심볼간의 거리가 변화하고 심볼 오류의 계산도 그에 따라 변화하게 된다. 16-QAM의 신호 성상도에서 각 사분면에 존재하는 심볼의 위치는 대칭적인 형태를 가지므로, 1사분면 상의 심볼 s_1, s_2, s_3, s_4 가 각각 1/4의 확률로 전송될 때의 오류를 계산함으로써 평균 오류를 계산할 수 있다. 또한 두 심볼 s_2, s_3 전송 시의 성능은 동일하므로, 다음과 같은 수식으로 평균 심볼 오류를 표현할 수 있다.

$$P(E) = \frac{1}{4} (P(E|s_1) + 2P(E|s_2) + P(E|s_4)) \quad (7)$$

이때 $P(E|s_i)$ 는 s_i 전송 시의 심볼 오류로써,

$$P(E|s_i) \leq \sum_{k=1, k \neq i}^{16} Q\left(\frac{d_{i,k}}{\sqrt{2N_0}}\right), \quad i=1,2,4 \quad (8)$$

의 관계를 만족한다.

식 (8)에서의 $Q(d_{i,k}/\sqrt{N_0})$ 값은 심볼 s_i 가 전송되었을 때 수신된 신호가 심볼 s_k 의 판정 영역 (decision region)에 존재할 확률로, 그 값들을 합산하는 과정에서 중복되는 영역이 있게되고, 이는 상한값의 정확도를 떨어뜨리는 요인이 된다. 따라서 일부 심볼의 완전히 중복되는 판정 영역을 제거함으로써 향상된 오류 계산이 구현이 가능하다. 성상도 상에서 오류 판정 영역 중복성 여부의 조사를 통해, s_1 전송 시는 s_2, s_3, s_4, s_5, s_9 의 판정 영역만을, s_2 전송 시는 s_1, s_4, s_6 의 판정 영역만을, s_4 전송 시는 s_1, s_2, s_3 의 판정 영역만을 고려하면 충분함을 알 수 있고, 나머지 심볼들의 판정 영역은 이미 고려된 심볼들의 판정 영역에 완전히 포함되게 된다.

심볼간의 Euclidean 거리 계산은 신호 성상도의 형태에 따라 두 가지 경우에 대해 구분된다. 선형 구간의 상한이 $\sqrt{10} \leq c_1 \leq \sqrt{18}$ 를 만족하는 경우, 심볼 s_4 만이 비선형 구간에 존재하게 되고 이 때 심볼간 판정 영역의 경계는 그림 4 (a),(b),(c)에 나타내어진 바와 같다. 한편 선형 구간의 상한이 $\sqrt{2} \leq c_1 < \sqrt{10}$ 를 만족하는 경우는 s_2, s_3, s_4 가 비선형 구간에 존재하게 되고, 심볼간 판정 영역의 경계는 그림 4 (d),(e),(f)에서와 같다. ($c_1 < \sqrt{2}$ 의 경우는 모든 심볼이 비선형 구간에 존재하며 심볼간의 상대적인 위치는 그림 3의 $c_1 = \sqrt{2}$ 경우와 같

다.) 그림 4를 이용하여 심볼간의 거리를 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & \text{i) } \sqrt{10} \leq c_1 \leq \sqrt{18} : \\
 & d_{1,2} = d_{1,3} = d_{1,5} = d_{1,9} = d_{2,6} = d_{2,1} = d_{3,1} = d_{3,11} = 2a \\
 & d_{1,4} = d_{4,1} = \sqrt{c_1^2 - 2\sqrt{2}c_1 + 2a} \\
 & d_{2,4} = d_{3,4} = d_{4,2} = d_{4,3} = \sqrt{c_1^2 - 4\sqrt{2}c_1 + 10}a \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{ii) } \sqrt{2} \leq c_1 < \sqrt{10} : \\
 & d_{1,2} = d_{1,3} = d_{2,1} = d_{3,1} = \sqrt{c_1^2 - 8c_1/\sqrt{10} + 2a} \\
 & d_{1,4} = d_{4,1} = \sqrt{c_1^2 - 2\sqrt{2}c_1 + 2a} \\
 & d_{1,5} = d_{1,9} = 2a \\
 & d_{2,4} = d_{3,4} = d_{4,3} = d_{4,2} = \sqrt{2 - 4/\sqrt{5}}c_1a \\
 & d_{2,6} = d_{3,11} = 2c_1a/\sqrt{10} \quad (10)
 \end{aligned}$$

또한 심볼 s_i 가 전송되었을 때의 심볼 오류 $P(E|s_i)$ 와 BER $P_b(E|s_i)$ 의 관계는 식 (2)로부터

$$P_b(E|s_i) \approx \frac{1}{4} P(E|s_i) \quad (11)$$

가 된다. 이는 최소 거리 (minimum distance)를 갖는 인접 심볼간의 오류는 Gray coding으로 인해 한 비트의 오류를 발생시키기 때문이다. 그러나 비선형성으로 인한 성상도 왜곡이 있는 경우, 그림 2와 3에서 심볼 s_1, s_4 와 같이 최소 거리를 갖는 두 심볼은 대각선적인 위치에 있을 수 있다. 이 때 최소 거리를 갖는 심볼간의 오류는 두 비트의 오류를 발생시키며 다음의 관계가 적용된다.

$$P_b(E|s_i) \approx \frac{1}{2} P(E|s_i) \quad (12)$$

즉 두 심볼 s_i, s_k 의 위치 관계에 따라, 인접 심볼의 경우는 $(1/4)Q(d_{ik}/\sqrt{2N_o})$, 대각선적 위치의 심볼 경우는 $(1/2)Q(d_{ik}/\sqrt{2N_o})$ 값이 BER 계산에 사용된다. 본 절에서의 논의를 바탕으로 식 (7)-(12)를 이용하여 전력 포화 특성이 고려된 16-QAM BER의 근사식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & \text{i) } \sqrt{10} \leq c_1 \leq \sqrt{18} : \\
 & P_b \approx \frac{1}{4} \left\{ \frac{8}{4} Q\left(\frac{d_{1,2}}{\sqrt{2N_o}}\right) + \frac{2}{2} Q\left(\frac{d_{1,4}}{\sqrt{2N_o}}\right) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{4}{4} Q\left(\frac{d_{2,4}}{\sqrt{2N_o}}\right) \right\} \quad (13)
 \end{aligned}$$

$$\text{ii) } \sqrt{2} \leq c_1 < \sqrt{10} :$$

$$\begin{aligned}
 P_b \approx & \frac{1}{4} \left\{ \frac{4}{4} Q\left(\frac{d_{1,2}}{\sqrt{2N_o}}\right) + \frac{2}{2} Q\left(\frac{d_{1,4}}{\sqrt{2N_o}}\right) \right. \\
 & + \frac{2}{4} Q\left(\frac{d_{1,5}}{\sqrt{2N_o}}\right) + \frac{4}{4} Q\left(\frac{d_{2,4}}{\sqrt{2N_o}}\right) \\
 & \left. + \frac{2}{4} Q\left(\frac{d_{2,6}}{\sqrt{2N_o}}\right) \right\} \quad (14)
 \end{aligned}$$

위 수식의 Q-function 계수의 분자는 식 (9), (10)에서 같은 거리 값을 갖는 항의 개수를 나타내고, 분모는 식 (11), (12)에 의해 2 또는 4를 사용하였으며, 그 의미를 나타내기 위해 의도적으로 약분을 피하였다. SNR의 함수로 표현되는 정리된 수식은 다음절에서 다룬다.

2. 입력 신호 SNR에 대한 BER 성능

식 (9), (10)을 이용하여 $d_{i,k}$ 를 c_1 과 a 에 대해 나타낸 뒤, $a = \sqrt{E_s/10}$, $E_s = 4E_b$ 의 관계를 이용하면 다음과 같이 E_b/N_0 의 함수로 표시되는 BER 근사식이 얻어진다.

$$\text{i) } \sqrt{10} \leq c_1 \leq \sqrt{18} :$$

$$\begin{aligned}
 P_b \approx & \frac{1}{4} \left\{ 2Q\left(\sqrt{\frac{4}{5} \frac{E_b}{N_o}}\right) \right. \\
 & + Q\left(\sqrt{\frac{c_1^2 - 2\sqrt{2}c_1 + 2}{5} \frac{E_b}{N_o}}\right) \\
 & \left. + Q\left(\sqrt{\frac{c_1^2 - 4\sqrt{2}c_1 + 10}{5} \frac{E_b}{N_o}}\right) \right\} \quad (15)
 \end{aligned}$$

$$\text{ii) } \sqrt{2} \leq c_1 < \sqrt{10} :$$

$$\begin{aligned}
 P_b \approx & \frac{1}{4} \left\{ Q\left(\sqrt{\frac{c_1^2 - 8c_1/\sqrt{10} + 2}{5} \frac{E_b}{N_o}}\right) \right. \\
 & + Q\left(\sqrt{\frac{c_1^2 - 2\sqrt{2}c_1 + 2}{5} \frac{E_b}{N_o}}\right) \\
 & + \frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{4}{5} \frac{E_b}{N_o}}\right) + Q\left(c_1 \sqrt{\frac{2 - 4/\sqrt{5}}{5} \frac{E_b}{N_o}}\right) \\
 & \left. + Q\left(c_1 \sqrt{\frac{2}{25} \frac{E_b}{N_o}}\right) \right\} \quad (16)
 \end{aligned}$$

식 (15), (16)에서 나타낸 BER 근사식을 전력증폭기 상한 계수 c_1 의 다양한 값에 대해 계산하여 그림 5에 실선으로 나타내었다. 시뮬레이션을 통해 얻은 BER 결과를 함께 나타내어 비교하였으며, 1% 이하의 BER 값에서는 계산값과 실험값이 정확히 일치함을 볼 수 있다. 또한 c_1 값이 감소함에 따라, 즉 전력증폭기 선형 구간이 감소함에 따라 성능 열화가 발생함을 확인할 수 있다. 그림에서 $c_1 = \sqrt{18}$ 의 경우는 성상도 왜곡이 없는 16-QAM 성능과 일

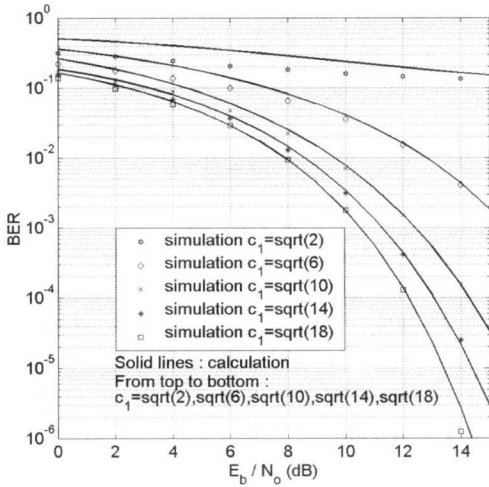


그림 5. $K = c_1 a$, $c_1 = \sqrt{2}, \sqrt{6}, \sqrt{10}, \sqrt{14}, \sqrt{18}$ 일 때 입력 신호 SNR에 대한 BER 성능

치한다. $c_1 = \sqrt{2}$ 의 경우는 s_1 과 s_4 의 위치가 동일하고, SNR 매우 큰 경우에도 BER이 0.125이하로 감소하지 않는다. 동일 위치를 갖는 심볼이 전송될 확률 8/16, 전송 시 심볼 오류 확률 1/2, 심볼 오류 시 비트 오류 확률 2/4로부터 $(8/16) \times (1/2) \times (2/4) = 0.125$ 의 값을 가지며, 식 (16)에서 $E_b/N_0 \rightarrow \infty$ 를 대입하는 경우도 같은 결과를 얻을 수 있다. 또한 $c_1 > \sqrt{18}$ 일 때는 $c_1 = \sqrt{18}$ 의 경우와, $c_1 < \sqrt{2}$ 일 때는 $c_1 = \sqrt{2}$ 의 경우와 각각 동일한 성능을 갖는다.

3. 출력 신호 SNR에 대한 BER 성능

위 수식에서의 E_b/N_0 는 전력증폭기의 입력 신호 기준의 SNR이다. 상황에 따라서는 전력증폭기의 왜곡을 거친 출력 신호에 대한 SNR을 기준으로 성능을 표현하는 것이 더 의미 있을 수 있으며, 출력 신호의 비트당 에너지를 \bar{E}_b 라 할 때 출력 신호 기준의 SNR인 \bar{E}_b/N_0 에 대한 BER 성능을 본 절에서 나타낸다. 출력 신호 심볼당 에너지 $\bar{E}_s = 4\bar{E}_b$ 의 경우 정상도의 왜곡이 있을 때 식 (1)에서와 같이 $a = \sqrt{\bar{E}_s/10}$ 의 관계는 유효하지 않다. 대신 새로운 파라미터 β 를 사용하여

$$a = \sqrt{\bar{E}_s/\beta} \tag{17}$$

로 나타낼 수 있고 이때 β 는 왜곡된 정상도 상의 평균 심볼 에너지 \bar{E}_s 와 단위 길이 a 의 관계를 나타낸다. 증폭기 선형 구간의 상한 $K = c_1 a$ 에 의해

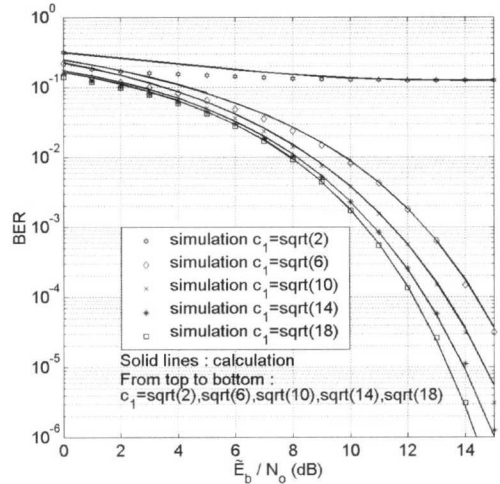


그림 6. $K = c_1 a$, $c_1 = \sqrt{2}, \sqrt{6}, \sqrt{10}, \sqrt{14}, \sqrt{18}$ 일 때 출력 신호 SNR에 대한 BER 성능

왜곡된 정상도를 이용하여 β 를 구하면 다음과 같다.

i) $\sqrt{10} \leq c_1 \leq \sqrt{18}$: $\beta = (c_1^2 + 22)/4$ (18)

ii) $\sqrt{2} \leq c_1 < \sqrt{10}$: $\beta = (3c_1^2 + 2)/4$ (19)

이와 같은 β 값을 이용한 식 (17)과 식 (13), (14)를 결합하면 출력 신호 SNR \bar{E}_b/N_0 에 따른 BER 근사식이 다음과 같이 유도된다.

i) $\sqrt{10} \leq c_1 \leq \sqrt{18}$:

$$P_b \approx \frac{1}{4} \left\{ 2Q\left(\sqrt{\frac{32}{c_1^2 + 22} \frac{E_b}{N_0}}\right) + Q\left(\sqrt{\frac{8(c_1^2 - 2\sqrt{2}c_1 + 2)}{c_1^2 + 22} \frac{E_b}{N_0}}\right) + Q\left(\sqrt{\frac{8(c_1^2 - 4\sqrt{2}c_1 + 10)}{c_1^2 + 22} \frac{E_b}{N_0}}\right) \right\} \tag{20}$$

ii) $\sqrt{2} \leq c_1 < \sqrt{10}$:

$$P_b \approx \frac{1}{4} \left\{ Q\left(\sqrt{\frac{8(c_1^2 - 8c_1/\sqrt{10} + 2)}{3c_1^2 + 2} \frac{E_b}{N_0}}\right) + Q\left(\sqrt{\frac{8(c_1^2 - 2\sqrt{2}c_1 + 2)}{3c_1^2 + 2} \frac{E_b}{N_0}}\right) + \frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{32}{3c_1^2 + 2} \frac{E_b}{N_0}}\right) + Q\left(c_1 \sqrt{\frac{8(2 - 4/\sqrt{5})}{3c_1^2 + 2} \frac{E_b}{N_0}}\right) + Q\left(c_1 \sqrt{\frac{16}{5(3c_1^2 + 2)} \frac{E_b}{N_0}}\right) \right\} \tag{21}$$

식 (20), (21)을 이용한 계산 결과를 시뮬레이션 결

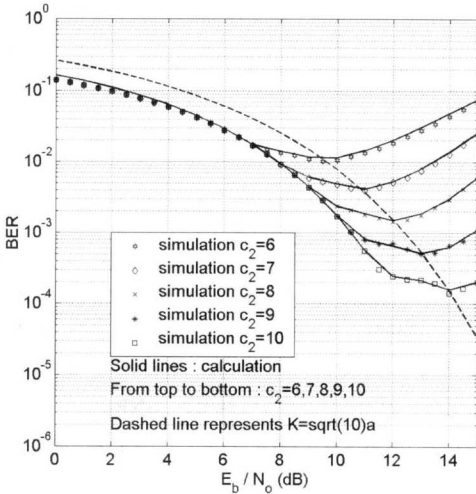


그림 7. $K = c_2\sqrt{N_o}$, $c_2 = 6, 7, 8, 9, 10$ 일 때 입력 신호 SNR에 대한 BER 성능

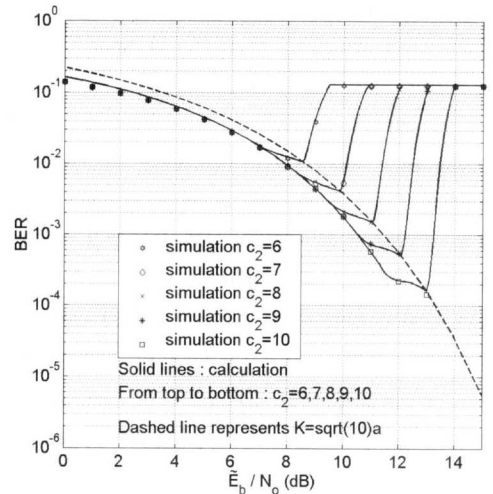


그림 8. $K = c_2\sqrt{N_o}$, $c_2 = 6, 7, 8, 9, 10$ 일 때 출력 신호 SNR에 대한 BER 성능

과와 함께 그림 6에 도시하였다.

IV. BER 성능 최적화

잡음 전력의 상수배에 해당하는 포화 전력값을 갖는 전력증폭기가 주어졌을 때, 입력 신호 크기의 변화에 따른 BER 성능을 확인해 볼 수 있다. 입력 신호의 크기가 증가함에 따라 평균 심볼 에너지와 SNR이 증가하고 따라서 성능 향상이 일어나지만, 신호의 크기가 어느 한계점 이상으로 증가하는 경우 성장도의 왜곡으로 인한 심볼간 최소 거리가 오히려 감소하게 되며, 이로 인해 성능 저하가 발생한다. 이 과정에서 다양한 형태의 성장도 왜곡이 생기고, III장에서의 성능 계산식을 활용하여 새로운 성능 계산식을 유도할 수 있다. 그 결과를 바탕으로 최적 성능을 갖는 입력 신호 크기와 그 때의 BER 값을 결정할 수 있게 된다.

식 (5)와 (6)으로부터 $c_1a = c_2\sqrt{N_o}$ 의 관계가 성립하고, 식 (1)의 $a = \sqrt{E_s/10}$ 을 이용하면 다음과 같은 관계를 얻는다.

$$c_1 = c_2\sqrt{10\left(\frac{E_s}{N_o}\right)^{-1}} = c_2\sqrt{\frac{5}{2}\left(\frac{E_b}{N_o}\right)^{-1}} \quad (22)$$

식 (22)을 사용하여 c_1 값에 대한 조건을 c_2 와 E_b/N_o 값에 대한 조건으로 변환할 수 있다. 즉 $\sqrt{10} \leq c_1 \leq \sqrt{18}$ 의 조건은

$$(5/36)c_2^2 \leq E_b/N_o \leq c_2^2/4 \quad (23)$$

로, $\sqrt{2} \leq c_1 < \sqrt{10}$ 의 조건은

$$c_2^2/4 < E_b/N_o \leq (5/4)c_2^2 \quad (24)$$

로 변환할 수 있다. 식 (22)를 식 (15)와 (16)에 대입함으로써 다음 결과를 얻는다.

i) $(5/36)c_2^2 \leq E_b/N_o \leq c_2^2/4$:

$$P_b \approx \frac{1}{4} \left\{ 2Q\left(\sqrt{\frac{4}{5}\frac{E_b}{N_o}}\right) + Q\left(\sqrt{\frac{c_2^2}{2} - \frac{2c_2}{\sqrt{5}}\sqrt{\frac{E_b}{N_o}} + \frac{2}{5}\frac{E_b}{N_o}}\right) + Q\left(\sqrt{\frac{c_2^2}{2} - \frac{4c_2}{\sqrt{5}}\sqrt{\frac{E_b}{N_o}} + 2\frac{E_b}{N_o}}\right) \right\} \quad (25)$$

ii) $c_2^2/4 < E_b/N_o \leq (5/4)c_2^2$:

$$P_b \approx \frac{1}{4} \left\{ Q\left(\sqrt{\frac{c_2^2}{2} - \frac{4c_2}{\sqrt{5}}\sqrt{\frac{E_b}{N_o}} + \frac{2}{5}\frac{E_b}{N_o}}\right) + Q\left(\sqrt{\frac{c_2^2}{2} - \frac{2}{\sqrt{5}}\sqrt{\frac{E_b}{N_o}}c_2 + \frac{2}{5}\frac{E_b}{N_o}}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{4}{5}\frac{E_b}{N_o}}\right) + Q\left(c_2\sqrt{1 - \frac{2}{\sqrt{5}}}\right) + Q\left(\frac{c_2}{\sqrt{5}}\right) \right\} \quad (26)$$

유도된 계산식 (25), (26)을 이용한 BER 값을 그림 7에 나타내었다. c_2 값이 증가함에 따라 증폭기 선형 구간이 늘어나고, 따라서 성능 향상이 있음을 알 수 있다. 전력증폭기 포화 특성이 c_2 값으로 주

어졌을 때 BER을 최소로 만드는 입력 신호 크기가 존재함을 볼 수 있고, 그 점에서의 SNR은 식 (25)와 (26)이 적용되는 SNR의 경계점, 즉 $E_b/N_0 = c_2^2/4$ 일 때이다. $E_b/N_0 \leq c_2^2/4$ 의 구간에서는 SNR 증가에 따른 성능 향상이 일어나고, $E_b/N_0 \geq c_2^2/4$ 의 구간에서는 전력 포화에 의한 성장도의 왜곡이 SNR 증가에 의한 이득을 상쇄시키지 않을 수 있다. 최적 성능을 갖는 SNR이 $E_b/N_0 = c_2^2/4$ 임을 다음과 같이 확인할 수도 있다. 식 (25)의 우변을 P_1 , 식 (26)의 우변을 P_2 , $\Gamma = E_b/N_0$ 라 정의할 때, 모든 $c_2 (\neq 0)$ 값에 대해 $dP_1/d\Gamma < 0$, $dP_2/d\Gamma > 0$ 임을 확인할 수 있고, 이는 식 (25)이 SNR에 대한 단조 감소 함수이며 식 (26)이 SNR에 대한 단조 증가 함수임을 의미한다.

최적 SNR인 $E_b/N_0 = c_2^2/4$ 를 식 (22)에 대입함으로써 $c_1 = \sqrt{10}$ 을 얻는다. 즉 입력 신호를 증가시키기에 따라 성장도의 왜곡이 생기고, 그 형태가 그림 2와 같을 때 BER이 최소가 되며, 그 이상의 입력 신호 크기 증가로 인한 왜곡은 성능 감소를 가져오게 된다. 그림 7에서 각각의 c_2 값에 대해 최소 BER 점을 점선으로 연결한 곡선은 그림 5에서의 $c_1 = \sqrt{10}$ 성능 곡선에 해당된다. 또한 비교를 위해 성능 시뮬레이션 결과를 그림 7에 함께 도시하였다.

III장에서와 마찬가지로 BER 성능을 출력 신호 SNR에 대해 나타낼 수 있다. 이 경우 식 (5), (6), (17)로부터

$$c_1 = c_2 \sqrt{\beta \left(\frac{\bar{E}_s}{N_0} \right)^{-1}} = c_2 \sqrt{\frac{\beta}{4} \left(\frac{\bar{E}_b}{N_0} \right)^{-1}} \quad (27)$$

의 관계가 성립하고, 식 (27)에 식 (18)을 대입한 뒤 c_1 에 대해 정리하면

$$c_1 = \sqrt{\frac{22c_2^2(\bar{E}_b/N_0)^{-1}}{16 - c_2^2(\bar{E}_b/N_0)^{-1}}} \quad (28)$$

을 얻는다. 식 (28)을 이용하여 $\sqrt{10} \leq c_1 \leq \sqrt{18}$ 의 조건이

$$(5/36)c_2^2 \leq \bar{E}_b/N_0 \leq c_2^2/5 \quad (29)$$

와 동일함을 유도할 수 있고, 식 (29)의 출력 신호 SNR 구간에서 BER 근사식은 식 (20)에 식 (28)을 대입함으로써 계산된다. 또한 식 (27)에 식 (19)를 대입한 뒤 c_1 에 대해 정리함으로써

$$c_1 = \sqrt{\frac{2c_2^2(\bar{E}_b/N_0)^{-1}}{16 - 3c_2^2(\bar{E}_b/N_0)^{-1}}} \quad (30)$$

을 얻고, 식 (30)으로부터 $\sqrt{2} \leq c_1 < \sqrt{10}$ 의 조건은

$$c_2^2/5 < \bar{E}_b/N_0 \leq c_2^2/4 \quad (31)$$

와 동일함을 알 수 있다. 식 (31)의 출력 신호 SNR 구간에서의 BER 근사식은 식 (21)에 식 (30)을 대입하여 계산할 수 있다. 이와 같이 계산한 BER을 그림 8에 나타내고 시뮬레이션 결과와의 일치 여부를 확인하였다. 최적 성능을 나타내는 SNR은 $\bar{E}_b/N_0 = c_2^2/5$ 일 때로써, 식 (27)로부터 $c_1 = \sqrt{10}$ 에 해당함을 확인할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 전력 포화 특성을 갖는 비선형성 전력증폭기와 결합하여 사용되는 16-QAM 변조의 BER 근사식 유도를 통한 성능 분석을 하였다. 심볼 오율 상한값으로부터 유도된 이 계산식은, 왜곡된 성장도에서 오류 판정 중복 영역을 제거함으로써 정확도를 향상시켰고, 10^{-2} 이하의 BER 영역에서는 시뮬레이션 결과와 일치하는 정확도를 가짐을 확인하였다. 특히 주어진 전력증폭기의 포화 특성 하에서 입력 신호에 따라 변화하는 성장도의 왜곡 형태를 고려한 BER 성능을 단편 형태의 계산식으로 나타내었으며, 이를 통해 최적 성능을 갖는 SNR과 이때의 최소 BER 값을 결정하였다. 선형 구간 상한이 $K = c_2\sqrt{N_0}$ 로 주어진 전력증폭기에서, 입력 신호 기준으로 $E_b/N_0 = c_2^2/4$, 출력 신호 기준으로 $\bar{E}_b/N_0 = c_2^2/5$ 의 SNR에서 최적 성능을 가짐을 보였다.

참고 문헌

- [1] W. T. Webb and L. Hanzo, *Modern Quadrature Amplitude Modulation*. New York, NY: IEEE Press, 1994.
- [2] S. Haykin, *Communication Systems*, 4th ed. New York, NY: Wiley, 2001.
- [3] R. E. Ziemer and R. L. Peterson, *Introduction to Digital Communication*, 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2001.

[4] J. Lu and K. B. Letaief, "M-PSK and M-QAM BER computation using signal- space concepts," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, no. 2, pp. 181-184, Feb. 1999.

[5] L. Yang and L. Hanzo, "A recursive algorithm for the error probability evaluation of M-ary QAM," *IEEE Commun. Letters*, vol. 4, no. 10, pp. 304-306, Oct. 2000.

[6] X. Dong, N. C. Beaulieu, and P. H. Wittke, "Error probabilities of two- dimensional M-ary signaling in fading," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, no. 3, pp. 352-355, Mar. 1999.

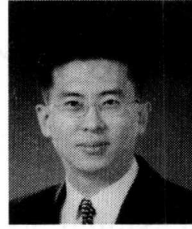
[7] X. Tang, M.-S. Alouini, and A. J. Goldsmith, "Effect of channel estimation error on M-QAM BER performance in Rayleigh fading," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, no. 12, pp. 1856-1864, Dec. 1999.

[8] G. Chrisikos, "Analysis of 16-QAM over a nonlinear channel," in *Proc. PIMRC '98*, Boston, MA, Sept. 1998, vol. 3, pp. 1325-1329.

[9] G. Chrisikos and M. Z. Win, "Performance of quadrature amplitude modulation with nonlinear transmit amplifiers in Rayleigh fading," in *Proc. RAWCON 2000*, Denver, CO, Sept. 2000, pp. 51-54.

성 원 진(Wonjin Sung)

정회원



1990년 2월 : 서울대학교
전자공학과 학사

1992년 5월 : University of
Michigan 전기공학과
석사

1995년 12월 : University of
Michigan 전기공학과
박사

1996년 1월~2000년 8월 : Hughes Network Systems
사 책임연구원

2000년 9월~현재 : 서강대학교 전자공학과 조교수
<주관심 분야> 디지털통신, 모뎀신호처리, 채널코딩

김 태 환(Taehwan Kim)

정회원



2001년 8월 : 서강대학교
전자공학과 학사

2001년 9월~현재 : 서강대학교
전자공학과 석사과정

<주관심 분야> 모뎀신호처리