

불완전한 채널 정보가 시공간 블록 부호의 M-QAM 심볼에러율 성능에 미치는 영향

정희원 고은석*, 강창언*, 홍대식*

Effect of Imperfect Channel Knowledge on M-QAM SER Performance of Space-Time Block Codes

Eun-seok Ko*, Chang-eon Kang*, Dae-sik Hong* *Regular Members*

요약

본 논문에서는 불완전한 채널 정보가 시공간 블록 부호의 M-QAM 심볼에러율의 성능에 미치는 영향을 분석한다. 시공간 블록 부호를 복호하기 위해서는 채널 정보가 반드시 필요하므로 불완전한 채널 정보는 시공간 블록 부호의 성능을 저하시키는 원인이 된다. 본 논문에서는 채널 불일치 오차를 발생시키는 주된 원인을 채널 추정의 부정확성으로 인한 오차와 채널의 변화로 인한 오차로 모델링하고 이를 통해 채널 불일치 오차를 분석한다. 그리고 M-QAM 심볼에러율을 채널 불일치 오차 항이 들어간 채널당 평균 신호대 간섭비의 함수로 유도한다. 실험 결과, 신호대 잡음비 20dB에서 허용할 수 있는 채널 추정 오차는 10^{-3} 이고 채널 변화 정도는 $f_d T_B = 0.001$ 이다.

ABSTRACT

In this paper, we discuss the effect of imperfect knowledge of the transmission channel on the M-QAM SER performance of space-time block codes. Because the channel knowledge is used for decoding of space-time block codes, the imperfect channel knowledge can degrade the performance of space-time block codes. In this paper, the channel mismatch error is modeled as errors in the estimation of the channel due to noise and errors due to the variation of the channel. We derive the analytic expression for the symbol error rate (SER) as a function of the average signal to interference ratio (SIR) per channel including the terms of channel mismatch errors. Simulation results show that the acceptable levels of channel estimation error is 10^{-3} and that of channel variation is $f_d T_B = 0.001$ at SNR=20dB in space-time block codes.

1. 서론

무선 통신에서의 페이딩 채널로 인한 전송 신호의 왜곡 현상은 수신단에서 전송 신호를 결정하는데 오류를 일으키는 가장 큰 요인이다^{[1][2]}. 시공간 블록 부호를 사용한 전송 다이버시티 기법이 최근 들어 페이딩 채널 극복 방법으로 크게 주목받고 있다^{[3]-[5]}. 이 시공간 블록 부호를 사용하게 되면 전송 안테나가 줄 수 있는 최대 공간 다이버시티 이득을

얻을 수 있을 뿐 아니라 간단한 선형 처리만으로도 최대 근사화 (ML) 수신기의 구현이 가능하다. 이러한 장점으로 인해 시공간 블록 부호는 W-CDMA 시스템과 같은 무선 이동 통신 시스템에 널리 사용되고 있다^{[6][7]}.

전송단에서 시공간 블록 부호화된 신호를 수신단에서 복호하기 위해서는 각 전송 안테나와 수신 안테나 사이에 해당하는 채널 정보가 반드시 필요하다^{[4][5]}. 그러므로 수신단에의 채널 추정은 시공간 블

* 연세대학교 전기전자공학과 정보통신연구실(silver@itl.yonsei.ac.kr)

논문번호 : 010176-0710, 접수일자 : 2001년 7월 10일

※ 본 연구는 2001년도 두뇌한국21사업 핵심분야 및 삼성전자에 의하여 지원되었습니다.

록 부호를 사용하기 위해서는 필수적이다. 그러나 지금까지 대부분의 시공간 블록 부호에 대한 논문들은 수신단에서 완벽한 채널 정보를 가지고 있다고 가정하였다^[5]. 하지만 실제의 시공간 블록 부호를 사용하는 시스템에서는 채널 추정을 통해서 채널 정보를 얻어내므로 완벽한 채널 정보를 안다는 것은 불가능하다^[8]. 각 전송 안테나에 의해 전송되는 신호들이 서로 직교성을 가지도록 시공간 블록 부호가 만들어졌기 때문에, 완벽한 채널 정보가 있다면 다른 안테나로부터 전송되는 신호를 완벽하게 제거할 수 있다. 하지만 채널 정보에 오차가 있으면 시공간 블록 부호의 직교성이 깨지기 때문에, 다른 안테나로부터 전송되는 신호에 의한 간섭이 발생하게 된다. 따라서 불완전한 채널 정보는 시공간 블록 부호의 성능을 떨어뜨리게 한다. 본 논문에서는 수신단에서의 채널 정보 오차를 잡음에 의한 채널 추정오차와 채널 추정 후 채널 변화로 인한 오차로 모델링한다. 그리고 이 두 오차의 합으로 전체 채널 불일치 오차를 나타내고 이를 통해 레일리 페이딩 채널에서의 M-QAM 심볼에러율을 유도한다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 제 2장에서는 본 논문에서 사용되는 채널 모델과 시공간 블록 부호에 대해서 먼저 설명한다. 제 3장에서는 불완전한 채널 정보가 시공간 블록 부호의 성능에 미치는 영향에 대해서 살펴본다. 먼저 채널 불일치 오차를 모델링한 다음 그 오차를 가지고 레일리 페이딩 채널 하에서의 M-QAM 심볼에러율을 유도하여 그 오차가 성능에 미치는 영향을 살펴본다. 제 4장에서는 실험을 통해서 불완전한 채널 정보가 미치는 영향에 대해서 알아보고 또한 앞서 유도한 수식의 타당성을 검증한다. 마지막으로 제 5장에서 결론을 맺는다.

II. 채널 모델과 시공간 블록 부호

본 논문에서는 각 전송 안테나와 수신 안테나 사이의 채널은 서로 독립적이고 같은 분포 (i.i.d)를 가지며 한 블록 부호내에서는 채널이 일정하다고 가정한다. 본 논문에서는 영평균 과 단일 분산을 가지는 복소 가우시안 랜덤 변수 $\mathcal{N}(0, 1)$ 로 모델링되는 레일리 페이딩 채널 모델을 사용한다. 이 때, 각 채널의 자기 상관 함수는 Jake의 모델에 따라서

$$r_h(\tau) = E[h_c(t)h_c^*(t+\tau)] = J_0(2\pi f_d \tau) \quad (1)$$

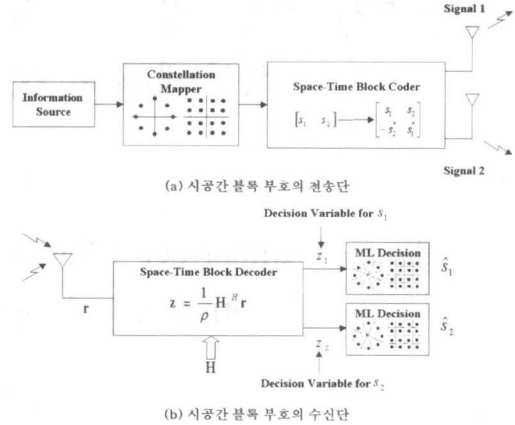


그림 1. 두 개의 전송 안테나와 하나의 수신 안테나를 가지는 시공간 블록 부호 블록도

이다^[9]. 여기서 f_d 는 도플러 주파수를 나타낸다.

두 개의 전송 안테나를 사용하는 시공간 블록 부호에 대해서 살펴보자. 그림 1은 두 개의 전송 안테나와 하나의 수신 안테나를 가지는 시공간 블록 부호에 대한 블록도를 보여준다^[10]. 모든 안테나로부터 전송되는 전체 신호의 평균 전력을 E_s 라 놓는다면 각 안테나로부터 전송되는 신호의 평균 전력은 전체 전송 안테나의 수로 정규화된다. 여기서 h_1 과 h_2 를 각각 첫 번째 전송 안테나와 수신 안테나 사이의 채널과 두 번째 전송 안테나와 수신 안테나 사이의 채널이라고 하자. 그러면 두 번의 연속된 심볼 구간에서 수신된 신호는 행렬 표현을 빌려 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^* & -h_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{H} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{n}. \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 n_1 과 n_2 는 복소 가우시안 잡음으로 영평균과 σ_n^2 의 분산을 가진다. 수신단에서 채널 정보를 완벽하게 알고 있다고 한다면, 전송 신호를 결정하는데 사용되는 결정 변수는 다음과 같이 구해진다^[10].

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}^H \mathbf{r} \quad (36)$$

이렇게 결정 변수를 만든 다음 결정 변수와 유클리드 거리가 가장 가까운 신호를 결정하면 된다. 이 때, 각 전송 심볼 s_1 과 s_2 에 대한 순시 신호대 잡음비는

$$SNR = \frac{\rho \cdot E_s}{n_T \cdot \sigma_n^2}$$

이 된다^[10]. 따라서, 시공간 블록 부호는 간단한 선형 처리만으로 간단하게 최대 근사화 복호가 가능하다. 전송 안테나가 두 개 이상인 경우에도 위와 똑같은 방법으로 복호과정을 거치게 된다. 이 때, 하나의 시공간 블록 부호에 해당하는 전송 안테나의 수와 전송 블록의 크기를 n_T 과 n_B 라 한다면, 임의의 전송 안테나 개수에 대한 시공간 블록 부호는 $(n_B \times n_T)$ 행렬의 형태로 표현된다. 예를 들어, 전송 안테나가 세 개 혹은 네 개에 해당하는 시공간 블록 부호 g_3, g_4 는 각각 $(8 \times 3), (8 \times 4)$ 의 행렬로 나타난다^[4].

III. 불완전한 채널 정보가 시공간 블록 부호에 미치는 영향

실제의 경우, 수신단에서 완벽한 채널 정보를 얻을 수 없는 주된 원인은 크게 두 가지이다. 하나는 잡음으로 인한 채널 추정 오차이고 다른 하나는 채널 추정을 한 다음 채널이 변화하는 것이다. 이 모든 원인들로 인한 실제 채널과의 차이를 채널 불일치 오차라 한다. 채널 불일치 오차가 존재할 경우에 결정 변수는 수식 (3)에 의해 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{z} = \tilde{H}^H \cdot r = \tilde{H}^H (H \cdot s + n) \tag{4}$$

이 때, \tilde{H} 은 채널 불일치 오차를 가지는 채널 행렬로 실제 채널과 오차 성분의 합으로 표현 가능하다.

$$\tilde{H} = H + \Delta H \tag{5}$$

따라서 결정 변수는 수식 (4)과 (5)에 의해

$$\begin{aligned} \hat{z} &= (H + \Delta H)^H \{ H s + n \} \\ &= \rho \cdot s + \Delta H^H H s + \tilde{H}^H n \end{aligned} \tag{6}$$

이다. 여기서, ρ 은 $\| H^H \cdot H \|^2$ 이다. 결국 채널 불일치 오차는 $\Delta H^H H s$ 의 항으로 시공간 블록 부호의 성능에 영향을 준다는 것을 알 수 있다. 그러므로 시공간 블록 부호를 사용하게 되면 잡음뿐만 아니라 채널 불일치 오차 또한 성능에 영향을 준다는 것을 알 수 있다.

1. 채널 불일치 오차

(1) 채널 추정 오차로 인한 채널 불일치 오차

채널 추정 오차로 인한 채널 불일치 오차는 완벽하지 못한 채널 추정 과정에서 발생하게 된다. 채널 추정을 하기 위해서 이미 수신단에서 알고 있는 파일럿 신호를 사용하면, 채널 추정을 위해 수신된 신호는 수식 (2)와 비슷하게 표현 가능하다.

$$\begin{aligned} r_\rho &= \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ -p_2^* & p_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \\ &= P \cdot h + n_\rho \end{aligned} \tag{7}$$

여기서, P 는 시공간 블록 부호화된 파일럿 신호의 행렬이고 h 는 각 전송 안테나와 수신 안테나에 해당하는 채널 벡터이다. 따라서, 수식 (7)를 사용하면 추정된 채널은

$$\hat{h} = \frac{1}{\rho_\rho} P^H \cdot r_\rho = h + \hat{n} \tag{8}$$

이다^[6]. 여기서 ρ_ρ 는 $\| P^H \cdot P \|^2$ 이고 \hat{n} 은 $\frac{1}{\rho_\rho} P^H \cdot n_\rho$ 이다. 여러 개의 전송 안테나를 사용하는 경우에도 수식 (8)과 같이 채널을 추정한다. 본 논문에서는 수식 (8)과 같은 방법으로 채널 추정을 한다고 가정하고 파일럿 심볼은 PSK 신호와 같이 일정한 진폭을 가지는 신호라고 가정한다. 그러므로 채널 추정 과정에서 생기는 오차는 잡음 성분으로 인해 발생하고 채널 추정 오차는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$e_n = h - \hat{h} = \frac{1}{\rho_\rho} P^H \cdot n_\rho \tag{9}$$

여기서, $e_n = [h_1 - \hat{h}_1 \dots h_{n_T} - \hat{h}_{n_T}]^T$ 이고 n_T 는 전체 전송 안테나의 개수이다. 수식 (9)를 통해 e_n 는 가우시안 잡음 n_ρ 의 확률 분포를 가지게 되므로 e_n 는 복소 가우시안 랜덤 변수로 모델링할 수 있다. 그러면, e_n 의 평균은

$$E[e_n] = E\left[\frac{1}{\rho_\rho} P^H\right] \cdot E[n_\rho] = 0$$

이다. 그리고 공분산 행렬 (covariance matrix)은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}
 C_{e_n} &= E [e_n e_n^H] \\
 &= E \left[\left(\frac{1}{\rho_\beta} P^H n_\beta \right) \cdot \left(\frac{1}{\rho_\beta} P^H n_\beta \right)^H \right] \\
 &= \frac{\sigma_n^2}{\rho_\beta} I_{n_T} = \frac{n_T \sigma_n^2}{c_g n_s E_\beta} I_{n_T} .
 \end{aligned}$$

여기서, σ_n^2 은 가우시안 잡음의 분산이고 I_{n_T} 는 $(n_T \times n_T)$ 단위 행렬을 나타내고 c_g 는 시공간 블록 부호가 주는 부호이득이고 n_s 는 하나의 시공간 블록 부호에 의해 전송되는 심볼의 개수이다. E_β 는 전송한 파일럿 신호의 전체 전력이고 파일럿이 일정한 진폭을 가지므로 모든 파일럿이 같은 전력을 가지게 된다. 일반적으로 채널 추정에 있어서 오차는 평균 자승 오차 (MSE)의 형태로 나타낸다. 수식 (8)과 같은 채널 추정 방식의 평균 자승 오차는

$$\begin{aligned}
 \text{MSE} &= \frac{1}{n_T} E [e_n^H e_n] \\
 &= \frac{1}{n_T} \text{Tr} \{ E [e_n e_n^H] \} \\
 &= \frac{n_T \sigma_n^2}{c_g n_s E_\beta} ,
 \end{aligned}$$

이다. 여기서 $\text{Tr}\{\cdot\}$ 는 행렬의 트레이스(trace)를 나타낸다. 이렇게 구해진 평균 자승 오차를 이용해서 채널 추정 오차의 공분산 행렬은 다시 표현하면 다음과 같다.

$$C_{e_n} = \text{MSE} \cdot I_{n_T} . \tag{10}$$

(2) 채널 변화로 인한 채널 불일치 오차

채널 불일치 오차는 채널을 추정한 후에 채널이 변하게 되면 또한 발생하게 된다. 무선 이동 통신 환경에서 채널은 수신단의 이동에 의해 시간적으로 변화한다. 하지만 시간적으로 변화하는 채널을 변화하는 순간마다 추정하기 위해서는 매번 파일럿 신호를 전송해야 하므로 전송율을 고려할 때 채널 변화를 모두 추정하는 것은 어렵다. 그러므로 일반적인 이동 통신 시스템에서는 채널 변화로 인한 오차가 존재한다. 본 논문에서 가정한 Jake 채널 모델의 경우 채널이 WSS(Wide Sense Stationary)하므로 채널 변화로 인한 오차는 채널간의 시간차에 의해 결정된다^[9]. 시공간 블록 부호를 사용했을 때, k 개의 시공간 블록 부호만큼 시간이 경과했을 때의 오차를

$$e_h(\tau_k) = h(i) - h(i + \tau_k) ,$$

로 놓자. 이 때, $h(i) = [h_1(i) \cdots h_{n_T}(i)]^T$ 이다. i 는 임의의 시간 지표를 나타내고, $\tau_k = k \cdot T_B = k \cdot n_B T_s$ 이다. T_B 는 한 시공간 블록 부호 전체를 전송하는데 걸리는 시간을 나타내고 T_s 는 하나의 심볼을 전송하는데 걸리는 시간을 나타내므로 $T_B = n_B T_s$ 이다. $h(i)$ 와 $h(i + \tau_k)$ 는 레일리 페이딩 채널이므로 복소 가우시안 랜덤 변수 $(N(0, 1))$ 이다. 따라서 $e_h(\tau_k)$ 또한 복소 가우시안 랜덤 변수로 모델링 할 수 있고 평균은

$$E [e_h(\tau_k)] = E [h(i)] - E [h(i + \tau_k)] = 0 ,$$

이다. 각 전송 안테나와 수신 안테나 사이의 채널이 독립적이고 같은 분포를 가진다는 가정하면, $e_h(\tau_k)$ 의 각 성분의 상관성(correlation)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 &E [(h_l(i) - h_l(i + \tau_k))(h_m(i) - h_m(i + \tau_k))^*] \\
 &= \begin{cases} 2(1 - r_{h_l}(\tau_k)), & l = m \\ 0, & l \neq m . \end{cases}
 \end{aligned}$$

따라서, $e_h(\tau_k)$ 의 공분산 행렬은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}
 C_{e_h}(\tau_k) &= E [e_h(\tau_k) e_h^H(\tau_k)] \\
 &= 2(1 - r_h(\tau_k)) \cdot I_{n_T} .
 \end{aligned} \tag{11}$$

(3) 전체 채널 불일치 오차

채널 불일치 오차가 생기는 원인이 잡음으로 인한 채널 추정 오차와 채널 추정후 채널 변화이므로 전체 채널 불일치 오차는 두 오차의 합으로 모델링 할 수 있다. 즉,

$$\Delta h = e_n + e_h(\tau_k) ,$$

이다. 여기서 $\Delta h = [\Delta h_1 \cdots \Delta h_{n_T}]^T$ 로 전체 채널 불일치 오차 벡터이다. 앞서 e_n 과 $e_h(\tau_k)$ 는 모두 가우시안 랜덤 변수로 모델링 되었다. 그리고 e_n 과 $e_h(\tau_k)$ 는 서로 발생하는 원인이 다르므로 서로 독립적이다. 그러므로 Δh 는 복소 가우시안 랜덤 변수이고, 평균은

$$E [\Delta h] = E [e_n] + E [e_h(\tau_k)] = 0 ,$$

이고 공분산 행렬은

$$\begin{aligned} C_{\Delta h} &= C_{e_n} + C_{e_h}(\tau_k) \\ &= \{ \text{MSE} + 2(1 - r_h(\tau_k)) \} \cdot I_{n_T} \quad (12) \\ &= \sigma_{\Delta}^2(\tau_k) \cdot I_{n_T}, \end{aligned}$$

이다. 여기서, $\sigma_{\Delta}^2(\tau_k) = \text{MSE} + 2(1 - r_h(\tau_k))$ 로 놓는다. 또한 본 논문에서는 Δh 가 실제 채널과 상관성이 없다고 가정한다. 시공간 블록 부호에서 채널 불일치 오차는 수식 (6)에서 $\Delta H^H H s$ 의 항으로 나타났다. 그러므로 채널 불일치 오차가 미치는 영향을 살펴보려면 $\Delta H^H H s$ 의 형태로 변환시켜야 한다. 먼저 $(n_T \times 1)$ 벡터 Δh 를 시공간 블록 부호의 복호를 위한 $(n_B \times n_s)$ 채널 행렬 ΔH 로 바꾼다. 성상도 맵핑된 전송 심볼 벡터 s 과 채널 불일치 오차 $\Delta H^H H s$ 는 독립적이므로 $\Delta H^H H s$ 의 평균은

$$\begin{aligned} E[\Delta H^H H s] &= E[\Delta H^H] E[H] E[s] \\ &= 0, \end{aligned}$$

이다. 그리고 공분산 행렬은 다음과 같이 구해진다 (부록 참조).

$$C_{\Delta H} = \bar{\rho} E_s \sigma_{\Delta}^2 \cdot I_{n_s}. \quad (13)$$

2. 레일리 페이딩 채널에서의 M-QAM 심볼에러율 (SER) 성능

이 절에서는 채널 불일치 오차가 시공간 블록 부호의 성능에 미치는 영향을 살펴보기 위해 시공간 블록 부호의 M-QAM 심볼에러율(SER)을 유도한다. 수식 (6)에서 수신단에서 복호과정을 거친 결정 변수는 가우시안 잡음뿐만 아니라 채널 불일치 오차 성분 또한 가지고 있다. 그리고 채널 불일치 오차는 $\Delta H^H H s$ 의 항으로 나타났고 채널 불일치 오차의 평균은 영벡터이고 공분산 행렬은 수식 (13)로 유도되었다. 그러므로, 본 논문에서는 채널 불일치 오차를 가우시안 근사화를 통해 채널 불일치 벡터의 각 성분들이 서로 상관성이 없는 가우시안 랜덤 변수라고 가정한다. 그리고 각 랜덤 변수의 평균은 영이고 분산은 수식 (13)의 공분산 행렬의 각각의 대각 성분이다. 수식 (6)에서의 가우시안 잡음 성분의 통계적 특성을 살펴보면, 평균은

$$E[\tilde{H}^H n] = E[\tilde{H}^H] E[n] = 0,$$

이고 공분산 행렬은

$$\begin{aligned} C_n &= E[(\tilde{H}^H n)(\tilde{H}^H n)^H] \\ &= \sigma_n^2(\bar{\rho} + c_g n_T \sigma_{\Delta}^2) \cdot I_{n_s}, \end{aligned} \quad (14)$$

이다. 수식 (6)에서의 $\Delta H^H H s + \tilde{H}^H n$ 은 채널 불일치 오차를 가우시안 랜덤 변수로 모델링함으로써 가우시안 잡음 형태의 간섭신호로 모델링할 수 있다. 그러므로 $(n_s \times 1)$ 전송 신호 벡터 s 의 각 성분에 대한 전체 간섭 신호의 평균 전력은

$$I = \bar{\rho} E_s \sigma_{\Delta}^2 + \sigma_n^2(\bar{\rho} + c_g n_T \sigma_{\Delta}^2), \quad (15)$$

이다. 따라서, 하나의 전송 심볼에 대한 전체 평균 신호대 간섭비(SIR)는

$$\overline{SIR} = \overline{\Omega_{\Delta}} \cdot \sum_{i=1}^{n_T} E[|h_i|^2], \quad (16)$$

으로 유도된다. 여기서,

$$\overline{\Omega_{\Delta}} = \frac{E_s c_g}{n_T (\sigma_n^2 + E_s \sigma_{\Delta}^2(\tau_k) + \sigma_{\Delta}^2(\tau_k) \sigma_n^2)},$$

이다. 수식 (16)에서 $\sigma_{\Delta}^2(\tau_k)$ 는 채널 불일치 오차로 인해 발생하는 항이다. 만일 채널 불일치 오차가 없는 완벽한 채널 정보를 아는 경우라면, 수식 (16)은

$$\overline{SIR} = \frac{E_s c_g}{n_T \sigma_n^2} \sum_{i=1}^{n_T} E[|h_i|^2], \quad (17)$$

으로 n_T 차수의 공간 다이버시티를 얻는 경우와 똑같은 형태가 된다. 따라서 n_T 개의 수신 안테나를 사용하여 최대비 결합(MRC)을 한 것과 같으므로, 이 경우에 있어서의 M-QAM 심볼에러율을 이용하여 우선 완벽한 채널 정보하의 시공간 블록 부호의 심볼에러율을 구하면 아래의 수식 (18)과 같다^[11]. 이 수식(18)에서, $g_{QAM} = 3/(2(M-1))$ 이고 $\bar{\gamma}_c$ 는 채널당 평균 신호대 잡음비로

$$\bar{\gamma}_c = \frac{E_s c_g}{n_T \sigma_n^2} E[|h_i|^2], \quad (19)$$

이고

$$\mu_c = \sqrt{\frac{g_{QAM} \bar{\gamma}_c}{1 + g_{QAM} \bar{\gamma}_c}},$$

이다. 또한

$$T_{il} = \frac{\binom{2l}{l}}{\binom{2(l-i)}{l-i} 4^i (2(l-i)+1)}$$

이다. 이제 채널 불일치 오차가 존재할 경우에 대해서 심볼에러율을 구해보자. 채널 불일치 오차가 존재하게 되면 M-QAM의 심볼에러율은 수식 (19)에서 채널당 평균 신호대 간섭비 (SIR)가 수식 (16)에 의해 다음과 같이 바뀌게 된다.

$$\bar{\gamma}_c = \overline{\Omega_d} \cdot E[|h_i|^2]. \tag{20}$$

그러므로, 주어진 MSE와 $r_k(\tau_k)$ 에 의해 $\sigma_d^2(\tau_k)$ 가 정해지고, 결국 시공간 블록 부호의 M-QAM 심볼에러율은 수식 (20)에 의해 구해진 채널당 평균 신호대 간섭비가 수식 (18)에 들어간 형태인 $P_M(\sigma_d^2(\tau_k))$ 로 구해진다. 따라서 M-QAM의 심볼에러율 성능은 채널 불일치 오차의 분산 $\sigma_d^2(\tau_k)$ 에 영향을 받게된다. 수식 (20)의 채널당 평균 신호대 간섭비 (SIR)에서 채널 불일치 오차가 증가하게 되면 분모 성분이 커지기 때문에 신호대 간섭비가 감소하게 되고 따라서 성능의 저하가 일어난다. 또한 전송 안테나 수 (n_T)에 비례해서 분모가 증가하므로 전송 안테나 수가 증가할수록 채널 불일치 오차에 민감하게 된다.

본 논문에서는 파일럿 심볼과 다음 파일럿 심볼 사이의 시공간 블록 부호화된 데이터 심볼을 복호하기 위해 사용되는 채널은 앞선 파일럿 심볼에 의해 추정된 것을 사용한다고 가정하였다. 그러므로 채널 추정을 위한 파일럿 심볼과 전송된 데이터 심볼과의 간격에 따라 채널의 변화 정도가 다르다. 즉, 파일럿 심볼로 채널을 추정할 때의 채널과 현재 데이터 심볼이 겪은 채널의 차이가 시간이 지날수록 커진다는 것이다. 파일럿 심볼과 다음 파일럿 심볼 사이의 시공간 블록 부호화된 심볼의 수가 L 개라고 하면, 전체 심볼에러율은 다음과 같이 구해진다.

$$P_M = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L P_M(\sigma_d^2(\tau_k)). \tag{21}$$

IV. 실험 결과

본 장에서는 불완전한 채널 정보가 시공간 블록 부호에 미치는 영향을 모의 실험을 통해 살펴보고 앞서 유도한 식과의 비교를 통해 수식의 타당성을 검증한다. 실험에 사용된 시공간 블록 부호는 Tarokh에 의해 제안된 것들을 사용하였다^[4]. 본 실험은 Jake의 레일리 페이딩 채널 모델을 사용하여 수행하였고 전송 안테나 간의 채널들은 서로 독립적이라고 가정하였다. 그리고 하나의 수신 안테나를 사용하는 경우에 대해서 실험을 하였다. 하나의 시공간 블록 부호 내에서는 채널이 변하지 않는다고 가정하였다. 채널 추정을 위한 파일럿 심볼은 매 10개의 시공간 블록 부호마다 ($L=10$) 전송하였고 파일럿 심볼은 QPSK 변조를 하였다. 그리고 파일럿 심볼 사이의 데이터 심볼을 복호하기 위해서는 이전 파일럿 심볼을 통해 추정된 채널을 사용하였다.

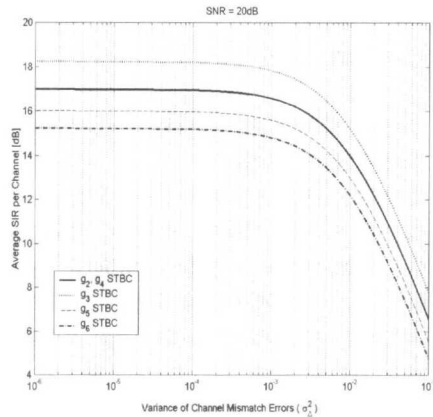


그림 2. 신호대 잡음비(SNR)가 20dB일 때 채널 불일치 오차의 분산에 따른 각 시공간 블록 부호의 채널당 평균 신호대 간섭비(SIR)의 변화

$$P_M = 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \left(\frac{1-\mu_c}{2}\right)^{n_T} \sum_{l=0}^{n_T-1} \binom{n_T-1+l}{l} \left(\frac{1+\mu_c}{2}\right)^l \tag{18}$$

$$- 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{\mu_c}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\mu_c\right] \sum_{l=0}^{n_T-1} \frac{\binom{2l}{l}}{[4(1+g_{QAM}\bar{\gamma}_c)]^l}\right.$$

$$\left. - \sin(\tan^{-1}\mu_c) \sum_{l=1}^{n_T-1} \sum_{i=1}^l \frac{T_{il}}{(1+g_{QAM}\bar{\gamma}_c)^l} [\cos(\tan^{-1}\mu_c)]^{2(l-i)+1}\right).$$

그림 2는 신호대 잡음비(SNR)가 20dB일 때 채널 불일치 오차의 분산에 따른 각 시공간 블록 부호의 채널당 평균 신호대 간섭비(SIR)의 변화를 보여준다. 이 경우에 있어서 2개에서 6개의 전송 안테나를 사용하는 시공간 블록 부호 모두 10^{-3} 의 채널 불일치 오차 분산에서 급격히 채널당 평균 SIR이 변화한다. 즉, 채널 불일치 오차의 전력이 10^{-3} 보다 크게 되면 채널당 평균 SIR이 크게 저하된다. 그러므로 신호대 잡음비가 20dB일 때 시공간 블록 부호의 성능이 저하되지 않으려면 채널 불일치 오차의 전력이 10^{-3} 이하가 되도록 시스템을 설계해야 한다. 그림 2에서 채널 당 평균 SIR이 서로 다른 것은 수식 (22)에서 유도하였듯이 각 시공간 블록 부호마다 부호 이득이 다르고, 또한 전송 안테나 수가 증가할수록 전송 전력이 고정되어 있으므로 각 안테나마다 전송하는 신호의 전력이 감소하기 때문이다.

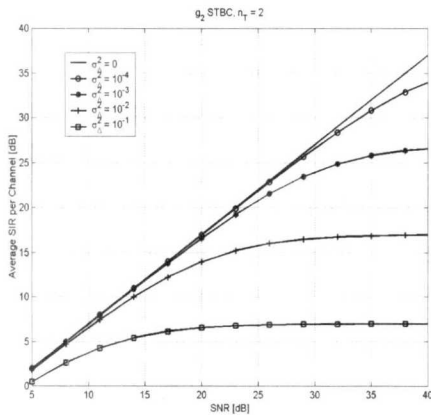


그림 3. 두 개의 전송 안테나를 사용하는 g_2 시공간 블록 부호를 사용할 때 신호대 잡음비에 따른 채널당 평균 SIR의 변화

그림 3에서는 두 개의 전송 안테나를 사용하는 g_2 시공간 블록 부호를 사용할 때 신호대 잡음비에 따른 채널당 평균 SIR의 변화를 보여준다. 이 그림에서 채널 불일치 오차가 없는 경우($\sigma_d^2 = 0$)에는 SNR에 따른 채널당 평균 SIR이 선형적으로 증가하지만 채널 불일치 오차가 존재하는 경우에는 각 채널 불일치 오차의 전력에 따라 최대도 도달할 수 있는 채널당 평균 SIR의 한계가 있게 된다. 즉, SNR이 20dB까지는 그림 2에서의 결과에서처럼 채널 불일치 오차가 $\sigma_d^2 = 10^{-3}$ 인 곡선이 채널 불일

치 오차가 없는 경우와 거의 비슷한 값을 가진다. 하지만 SNR이 30dB에서는 시공간 블록 부호의 성능을 채널 불일치 오차가 없는 경우와 같게 유지하지 위해서는 채널 불일치 오차의 전력이 10^{-4} 이하가 되어야 한다. 따라서 시공간 블록 부호를 사용하는 시스템을 설계하는 경우 얻고자 하는 최대 시공간 블록 부호의 성능에 대해 얼마만큼의 채널 불일치 오차를 허용할 것인지를 그림 3을 통해 결정할 수 있다.

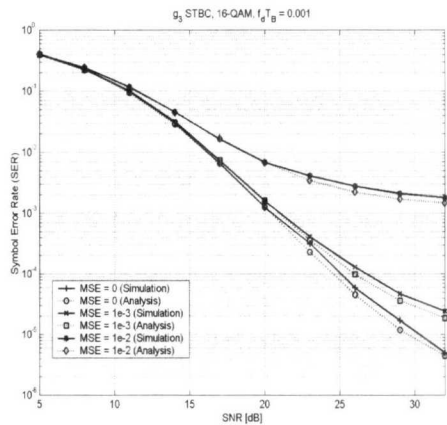


그림 4. 채널 불일치 오차가 존재할 때 세 개의 전송 안테나를 사용하는 g_3 시공간 블록 부호의 16-QAM 심볼에러율(SER) 성능

그림 4에서는 채널 불일치 오차가 존재할 때 세 개의 전송 안테나를 사용하는 g_3 시공간 블록 부호의 16-QAM 심볼에러율(SER) 성능을 보여준다. 채널의 변화는 정규화된 도플러 주파수가 $f_d T_B = 0.001$ 이다. 여기서 T_B 는 하나의 시공간 블록 부호를 전송하는데 걸리는 시간이다. 각 SER 곡선은 채널 추정의 평균 자승 오차에 따라 실험 결과와 수식 (20)에 따라 그린 것이다. 그 결과 수식적으로 유도한 것과 실험 결과가 거의 일치한다는 것을 알 수 있다. 또한 SNR=20dB까지의 SER 성능에서 채널을 완벽하게 아는 경우와 비슷한 성능을 유지하기 위해서는 채널 추정 오차의 평균 자승 오차가 10^{-3} 이하여야 한다.

그림 5에서는 고정된 채널 추정의 평균 자승 오차에 대해 채널 변화 정도에 따른 SER 성능의 변화를 보여준다. $f_d T_B$ 가 커질수록 채널 변화가 심하게 되므로 채널 추정후 채널의 변화 정도가 크므로 성능이 저하되게 된다. 또한 결과에서 3개의 전

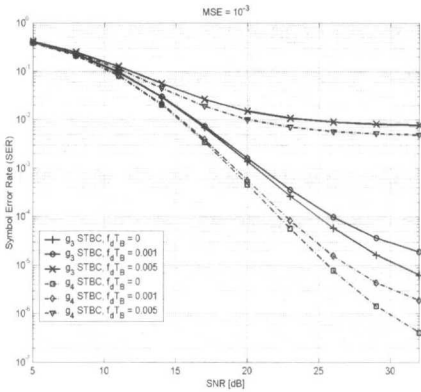


그림 5. 고정된 채널 추정의 평균 자승 오차에 대해 채널변화 정도에 따른 SER 성능

송 안테나를 사용할 때(g_3 STBC)와 4개의 전송 안테나를 사용할 때(g_4 STBC)의 성능을 보여준다. 그림 5는, 비록 g_4 시공간 블록 부호가 공간 다이버시티 이득이 크기 때문에 성능은 더 낮지만, g_3 보다 g_4 가 채널 변화에 더 민감하다는 것을 보여준다. 이는 수식 (22)에서 유도했듯이 채널당 평균 SIR이 전송 안테나의 개수에 반비례하기 때문이다. SNR=20dB에서 MSE = 10^{-3} 일 경우에 매 10개마다 파일럿 심볼을 전송하는 경우에 허용할 수 있는 $f_d T_B$ 는 0.001이다.

실험 결과를 통해 불완전한 채널 정보가 존재하는 경우에 앞서 유도한 시공간 블록 부호의 M-QAM 심볼에러율을 검증하였다. 또한 채널 불일치 오차로 인해 시공간 블록 부호의 M-QAM 심볼에러율 성능은 신호대 잡음비가 20dB이상에서 채널 불일치 오차의 전력이 10^{-3} 보다 크면 성능이 저하됨을 알 수 있다. 그리고 신호대 잡음비 20dB에서 허용할 수 있는 채널 추정의 평균 자승 오차는 10^{-3} 이고 채널 변화 정도는 $f_d T_B = 0.001$ 이다.

V. 결론

본 논문에서는 불완전한 채널 정보가 시공간 블록 부호의 M-QAM 심볼에러율의 성능에 미치는 영향을 분석하고 그것을 모의 실험을 통해 검증하였다. 본 논문에서는 채널 불일치 오차를 발생시키는 주된 원인을 채널 추정의 부정확성으로 인한 오차와 채널의 변화로 인한 오차로 모델링하고 이를 통해 채널 불일치 오차를 분석하였다. 불완전한 채널

정보가 시공간 블록 부호에 미치는 영향을 분석하기 위해 채널 불일치 오차를 가우시안 근사화를 시켜 레일리 페이딩 채널 하에서의 M-QAM 심볼에러율 성능을 유도하였다. 이렇게 유도된 식은 실험 결과와 아주 정확하게 일치하였다. 신호대 잡음비가 20dB이상에서 시공간 블록 부호의 M-QAM 심볼에러율 성능은 채널 불일치 오차의 전력이 10^{-3} 보다 클 때 저하되었다. 또한 실험 결과 신호대 잡음비 20dB에서 허용할 수 있는 채널 추정의 평균 자승 오차는 10^{-3} 였고 채널 변화 정도는 $f_d T_B = 0.001$ 였다. 그러므로 비록 대부분의 시공간 블록 부호가 완벽한 채널 정보를 가정하고 설계되지만, 실제의 시스템을 설계하는 경우에는 채널 추정 오차와 채널의 변화 정도를 고려해야 한다.

참고 문헌

- [1] B. Sklar, "Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems - Part I : Characterization," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 35, pp. 90-100, July 1997. .
- [2] B. Sklar, "Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems - Part II : Mitigation," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 35, pp. 102-109, July 1997. .
- [3] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE J. Select. Areas. Commun.*, vol. 40, pp. 1451-1458, Oct. 1998.
- [4] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time block codes form orthogonal designs," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, pp. 1456-1457, July 1999.
- [5] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time block coding for wireless communication : performance results," *IEEE J. Select. Areas. Commun.*, vol. 17, pp. 451-460, Mar. 1999.
- [6] 3GPP, "Technical specification 25.211, physical channels and mapping of transport channels onto physical channels (fdd)," *Tech. Rep.*, ITU, 2000.
- [7] 양하영, 김주웅, 강범주, 강창언, 홍대식, "적응 채널 프리코딩을 이용한 시공간 블록 부호 전송 다이버시티," *한국 통신 학회 논문지*, 제 26권,

pp. 514-523, 2001년 4월.

- [8] X. Tang, M. S. Alouini, A. J. Goldsmith, "Effect of channel estimation error on M-QAM BER performance in Ryleigh fading," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, pp. 1856-1864, Dec. 1999.
- [9] W. C. Jakes Jr., *Microwave Mobile Communications*, New York: Wiley, 1974.
- [10] A. Naguib, N. Seshadri, A. R. Calderbank, "Increasing data rate over wireless channels," *IEEE Signal Processing Mag.*, vol. 17, pp. 76-92, May 2000.
- [11] M. S. Alouini, A. J. Goldsmith, "A unified approach for calculating error rates of linearly modulated signals over generalized fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, pp. 1324-1334, Sep. 1999.

부록. $\Delta H^H H$ s의 공분산 행렬 유도

공분산 행렬을 유도하는데 필요한 계산들을 먼저 수행하면, 전송 신호 벡터의 공분산 행렬은

$$E [s s^H] = \frac{E_s}{n_T} I_{n_s}, \tag{A-1}$$

이다. 여기서 E_s 는 전체 전송 신호의 평균 전력이다. 각 안테나로부터 전송되는 각 신호의 평균 전력은 전체 전송 안테나 수로 정규화되기 때문에 수식 (A-1)에서 E_s/n_T 가 된다. 시공간 블록 부호가 직교성을 가지도록 만들어졌기 때문에 $H^H H$ 는 간단히 대각 행렬로 표현된다. 하지만 시공간 블록 부호의 직교성은 두 개의 전송 안테나를 사용하는 g_2 를 제외하고는 열벡터 성분에만 해당하는 것이다. 즉, 시공간 블록 부호의 행벡터에 대해서는 직교성이 성립하지 않는다. 그러므로 세 개 이상의 전송 안테나에 대해 $(n_B \times n_B)$ 행렬 $H H^H$ 는 대각 행렬의 형태로 표현되지 않는다. H 행렬을 이루는 각 전송 안테나 사이의 채널이 서로 독립적인 레일리 페이딩 채널이라고 가정하였으므로 서로 독립적인 영평균과 단일 분산을 가지는 복소 가우시안 랜덤 변수들이다. g_2 시공간 블록 부호를 제외하고 세 개 이상의 전송 안테나를 사용하는 복소 시공간 블록 부호는 두 부분으로 나뉘는 블록 행렬로 표현 가능하다. 즉,

$$\begin{bmatrix} B_{(n_B/2) \times n_s} \\ B_{(n_B/2) \times n_s}^* \end{bmatrix},$$

의 형태로 나타나게 된다. 여기서, $(\cdot)^*$ 는 행렬에 켈레 (complex conjugate)를 취하는 것이다. 이러한 시공간 블록 부호와 H 행렬의 특성을 이용하여 $H H^H$ 의 평균은 다음과 같이 구해진다.

$$E [H H^H] = E \left[\begin{bmatrix} B_H \\ B_H^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_H^H & B_H^T \end{bmatrix} \right] \tag{A-2}$$

$$= \begin{bmatrix} D_H^1 & D_H^2 \\ (D_H^2)^* & D_H^1 \end{bmatrix}.$$

즉, 블록 대각 행렬의 형태로 구해진다. 여기서, $[\cdot]^T$ 는 행렬의 전치(transpose)를 나타내고 D_H^1 와 D_H^2 는 $\left(\frac{n_B}{2} \times \frac{n_B}{2}\right)$ 행렬로 다음과 같다.

$$D_H^1 = E [B_H B_H^H] = E [B_H^* B_H^T]$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n_T} E [|h_i|^2] & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sum_{i=1}^{n_T} E [|h_i|^2] \end{bmatrix},$$

이고

$$D_H^2 = E [B_H B_H^T] = (E [B_H^* B_H^H])^*$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n_T} E [h_i \cdot h_i] & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sum_{i=1}^{n_T} E [h_i \cdot h_i] \end{bmatrix},$$

이다. 그런데 h_i 는 앞서 독립적인 복소 가우시안 랜덤 변수로 모델링을 하였다. 그러므로 $h_i = x_i + jy_i$ 로 표현할 수 있고 이 때 x_i 와 y_i 는 서로 독립적인 영평균과 같은 분산을 가지는 가우시안 랜덤 변수이다. 그러면,

$$E [h_i \cdot h_i] = E [x_i^2 + 2jx_i y_i - y_i^2] = 0,$$

이다. 그러므로 $H H^H$ 는 대각 행렬이 아니지만 평균은 다음과 같은 대각 행렬로 표현된다.

$$E [H H^H] = \left(\sum_{i=1}^{n_T} E [|h_i|^2] \right) \cdot I_{n_s} \tag{A-3}$$

$$= \frac{\rho}{c_g} \cdot I_{n_s}.$$

여기서, $\bar{\rho} = E [\| H^H \cdot H \|]$ 이다. 그러므로 $\Delta H^H H s$ 의 공분산 행렬은 다음과 같이 구해진다.

$$C_{\Delta H} = E [(\Delta H^H H s) (\Delta H^H H s)^H] \quad (A-4)$$

$$= \frac{E_s}{n_T} E [\Delta H^H H H^H \Delta H] .$$

ΔH 과 s 가 서로 독립적이므로 평균을 구하는 식에서 분리가 가능하다. ΔH 와 H 가 서로 상관성이 없으므로, 수식 (A-3)을 대입하면 공분산 행렬 $C_{\Delta H}$ 는

$$C_{\Delta H} = \frac{E_s \bar{\rho}}{n_T c_g} \left(c_g \sum_{i=1}^{n_T} E [|\Delta h_i|^2] \right) \cdot I_{n_s}$$

$$= \frac{E_s \bar{\rho}}{n_T} Tr \{ C_{\Delta h} \} \cdot I_{n_s} \quad (A-12)$$

$$= \bar{\rho} E_s \sigma_{\Delta}^2 \cdot I_{n_s} ,$$

으로 유도된다.

고 은 석(Eun-seok Ko)

정회원



1999년 2월 : 연세대학교
전자공학과 졸업(학사)
2001년 8월 : 연세대학교
전기전자공학과 졸업
(석사)
2001년 9월~현재 : 연세대학교
전기전자공학과 박사과정

<주관심 분야> 통신 신호 처리, 시공간 부호

강 창 언(Chang-eon Kang)

정회원

1973년 2월 : 미시간 주립대학교 전자공학과 박사
1981년 3월~현재 : 연세대학교 전기전자공학과 교수

홍 대 식(Dae-sik Hong)

정회원

1990년 2월 : Purdue University Electrical Eng. 박사
1991년 9월~현재 : 연세대학교 전기전자공학과 교수