

자장 적분방정식을 이용한 3 차원 임의 형태 도체 구조의 지연 산란 해석

정회원 정 백 호*, 김 채 영**

Analysis of Transient Scattering from 3-Dimensional Arbitrarily Shaped Conducting Structures Using Magnetic Field Integral Equation

Baek Ho Jung*, Che Young Kim** *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 표면이 닫혀진 삼차원 도체 구조의 전자파 지연 산란 응답을 얻기 위하여 임의 구조의 모델링에 적합한 삼각형 전개함수를 이용하여 시간영역 자장 적분방정식(Time-Domain Magnetic Field Integral Equation, TD-MFIE)의 해석 과정을 제안하였다. 이를 통하여 산란 도체로부터 정확하고, 시간영역 전장 적분방정식(Time-Domain Electric Field Integral Equation, TD-EFIE)과 비교하여 상대적으로 안정된 지연 응답의 해를 구할 수 있었다. 자세한 공식화의 전개 과정과 육면체 및 구와 원통형 도체에 대한 수치 예를 보였으며, TD-EFIE로부터 계산된 해 및 주파수 영역에서 동일한 전개함수를 이용하여 EFIE 및 MFIE로부터 얻어진 결과를 시간영역으로 변환한 해와도 비교하였다.

ABSTRACT

In this paper, we present a procedure to obtain the transient scattering response from three-dimensional arbitrarily shaped and closed conducting bodies using time-domain magnetic field integral equation (TD-MFIE) with triangular patch functions. This approach results in accurate and comparably stable transient responses from conducting scatterers. Detailed mathematical steps are included, and several numerical results are presented and compared with results from a time-domain electric field integral equation (TD-EFIE) and the inverse Fourier transform solution of the frequency domain results.

I. 서론

최근 10년 동안 삼각형 조각 모델 기법을 이용하여 임의 형태의 3 차원 구조물로부터 전자파 산란을 계산하기 위하여 다양한 시간영역 적분방정식이 개발되었다^{[1][5]}. 주파수 영역의 해석에서는 관심 영역의 모든 주파수마다 행렬식을 풀어서 해를 계산하여야 하며, 시간 영역의 해석 방법과 비교하면 상

대적으로 오랜 시간이 소요된다. 시간 영역의 해석에서는 광대역 주파수 정보를 포함하는 가우시안 펄스를 사용하여 한번의 역행렬 연산 후에 일정 시간(Δt)의 경과마다 이전의 시간단계에서 계산된 결과를 이용하여 해를 차례로 얻게 된다. 따라서 시간 영역의 해를 푸리에 변환한다면 빠른 시간 내에 넓은 대역의 산란 해를 얻을 수 있다.

적분방정식을 이용한 시간 영역의 해에서 진동 특성은 일반적으로 겪게 되는 현상이며, 그 원인은

* 호서대학교 전기정보통신공학부 (bhjung@office.hoseo.ac.kr), ** 경북대학교 전자전기공학부 (cykim@ee.knu.ac.kr)

논문번호 : K01190-0827, 접수일자 : 2001년 8월 27일

※ 본 연구는 MA전자 지원으로 수행되었습니다.

인가되는 신호의 스펙트럼이 해석구조의 공진주파수를 포함할 때 전장 또는 자장 적분방정식만 사용된다면 그 공진주파수에서 갖게 되는 해의 불안정성과 계산시간 간격 (time step), 도체 구조의 표면을 이루는 삼각형 크기, 삼각형간의 중심간 최소거리, 삼각형의 모양 (정삼각형에 가까울수록 해의 안정성이 향상됨) 등이다. 이외에 전장 적분 방정식의 경우 벡터 전위에 대한 미분항의 근사 등도 진동 발생의 원인이 되며, 적분시 전류항을 분리하여 삼각형 중심의 전류로 근사하는 것도 진동의 이유이다. 최근에 이차원 또는 삼차원의 산란 문제에서 해의 불안정성을 제거하기 위하여 조각간의 최소거리 (R_{min}) 보다 계산 시간간격 ($c\Delta t$)을 크게 선택하는 해법 (implicit solution)이 제시되었다^{[6]-[8]}. 그러나 대부분의 문헌들은 TD-EFIE를 사용하였으며, TD-MFIE를 이용한 경우는 2차원 문제에 국한되었다^[7,9].

본 논문에서는 표면이 닫혀진 3 차원 도체로부터 전자파의 지연 응답을 계산하기 위하여 임의 형태 구조의 모델링에 적합한 삼각형 전개함수를 이용하여 시간영역 자장 적분방정식의 해석 과정을 처음으로 제안한다. 다음 절에서 일반적인 자장 적분방정식을 간략히 언급하고, 제 III 절에서는 모멘트법의 적용과 수치 계산을 위한 공식화 과정을, 제 IV 절에서는 행렬식의 유도과정을 자세히 보인다. 그리고 제 V 절에서는 계산된 수치 결과를 보이며, TD-EFIE의 결과와 주파수 영역에서 계산된 해를 시간 영역으로 변환한 결과와도 비교한다^[10]. 마지막으로 제 VI 절에서 결론을 맺는다.

II. 자장 적분방정식

자장에 경계 조건을 부여하여 자장 적분방정식을 구성하고자 한다. 표면이 닫힌 구조인 3차원 완전 도체의 표면을 S 라고 나타내며, 외부로부터 평면파가 입사한다고 가정한다. 그러면 도체 표면에서 자장에 관한 경계 조건은 다음과 같다.

$$\hat{n} \times [H^i + H^s(J)] = J \quad (1)$$

여기서 \hat{n} 은 장점에서 표면의 외향 법선 벡터이며, H^i 는 입사 자장, H^s 는 유기 전류 J 에 의하여 산란되는 자장이다. 이 산란 자장은 다음과 같이 표현된다.

$$H^s(J) = \frac{1}{\mu} \nabla \times A \quad (2)$$

여기서 μ 는 도체가 놓여진 공간의 투자율이며, A 는 자기 벡터 전위로서 다음과 같다.

$$A(r, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_S \frac{I(r', \tau)}{R} dS' \quad (3)$$

여기서 $R = |r - r'|$ 이며, r 과 r' 은 임의의 장점과 전원점을 나타낸다. 그리고 $\tau = t - R/c$ 은 지연 시간이며, c 는 매질에서 전자파의 속도이다. 식 (2)와 함께 (1)은 자장 적분방정식을 구성한다.

식 (3)을 이용하여 (1)과 (2)를 결합하면 그 결과는 다음과 같다.

$$I(r, t) = \hat{n} \times H^i(r, t) + \hat{n} \times \nabla \times \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{I(r', \tau)}{R} dS' \quad (4)$$

식 (4)의 적분항에서 특이점을 분리하여 다시 쓰면

$$\hat{n} \times \nabla \times \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{I(r', \tau)}{R} dS' = \frac{I(r, t)}{2} + \hat{n} \times \nabla \times \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \frac{I(r', \tau)}{R} dS' \quad (5)$$

와 같으며, S_0 는 S 에서 특이점 ($R=0$)이 제외된 표면이다. 식 (5)를 (4)에 대입하면

$$\frac{I(r, t)}{2} = \hat{n} \times H^i(r, t) + \hat{n} \times \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \nabla \times \frac{I(r', \tau)}{R} dS' \quad (6)$$

을 얻을 수 있다. 식 (6)의 적분 항에서 $R \neq 0$ 이 아니므로 ' $\nabla \times$ '을 적분 기호 안에 두었다. 다음 절에서는 모멘트법을 적용하여 (6)을 행렬식으로 변환하기 위한 시험 과정에 대하여 전개하고자 한다.

III. 모멘트법의 적용

본 절에서는 (6)에 의하여 주어진 MFIE의 해를 얻기 위한 과정을 기술한다. 그러나 MFIE는 표면이 닫힌 구조의 산란체에만 적용된다. 산란체는 임의 형태의 3차원 구조이며, 그 표면은 다수의 삼각형 조각으로 근사된다. 이와 같이 모델링된 구조에서 벡터 전개함수 f_n 은 두 개의 삼각형 T_n 이 접하여 구성하는 n 의 공유 변에 대하여 다음과 같이 정의된다^[11].

$$f_n(x) = f_n^+(x) + f_n^-(x) \quad (7)$$

$$f_n^-(x) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n} \rho_n^-, & x \in T_n^- \\ 0, & x \notin T_n^- \end{cases} \quad (8)$$

여기서 f_n 은 삼각형 T_n 에서 정의되는 함수이며, l_n 은 공유 변의 길이이며, A_n 은 삼각형 T_n 의 면적이다. 그리고 ρ_n 는 공유 변에 포함되지 않은 삼각형의 꼭지점으로부터 정의되는 위치 벡터이다.

산란체의 표면 전류밀도 J 는 (7) 및 (8)의 전개 함수를 이용하여 다음과 같이 근사된다.

$$J(x, t) = \sum_{n=1}^N I_n(t) f_n(x) \quad (9)$$

여기서 N 은 공유 변의 개수이다. 식 (6)을 풀기 위하여 모멘트법을 적용하며, 시험함수를 전개함수와 동일하게 선택하는 갤러킨 방법을 사용한다. 그리고 두 벡터 f 와 g 에 대하여

$$\langle f, g \rangle = \int_S f \cdot g dS \quad (10)$$

와 같이 내적을 정의한다.

식 (6)에 시험함수 f_m 으로 (10)에서 정의된 내적을 취하면 그 결과는 다음과 같다.

$$C_m(t) = \gamma_m(t) + B_m(t) \quad (11)$$

여기서

$$C_m(t) = \langle f_m, \frac{J(x, t)}{2} \rangle \quad (12)$$

$$\gamma_m(t) = \langle f_m, \hat{n} \times H^i(x, t) \rangle \quad (13)$$

$$B_m(t) = \langle f_m, \hat{n} \times \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \nabla \times \frac{J(r', \tau)}{R} dS' \rangle \quad (14)$$

이다.

먼저 (12)를 고려하면, (7)에서 정의된 전류 전개 함수를 대입하면

$$C_m(t) = \sum_{n=1}^N C_{mn} I_n(t) \quad (15)$$

을 얻으며

$$C_{mn} = C_{mn}^{++} + C_{mn}^{+-} + C_{mn}^{-+} + C_{mn}^{--} \quad (16)$$

$$C_{mn}^{pq} = \frac{1}{2} \langle f_m^p, f_n^q \rangle \quad (17)$$

여기서 p 와 q 는 + 또는 -이다. 식 (8)을 이용하여 (17)을 계산하면 그 적분의 해석하는 다음과 같이 주어진다^[12].

$$C_{mn}^{pq} = \frac{l_m l_n}{8A_m^q} \left[\frac{3}{4} |x_m^{cp}|^2 + \frac{1}{12} (|x_{m1}|^2 + |x_{m2}|^2 + |x_{m3}|^2) - x_m^{cp} \cdot (x_{m1} + x_{m2}) + x_{m1} \cdot x_{m2} \right] \quad (18)$$

여기서 x_{m1} , x_{m2} , 그리고 x_{m3} 는 삼각형 T_m^p 의 꼭지점을 나타내는 벡터이며, x_m^{cp} 는 삼각형 T_m^p 의 중심 위치 벡터이다. x_{m1} 과 x_{m2} 은 각각 공유변에 속하지 않는 삼각형 T_m^p 과 T_n^q 의 꼭지점이다. 식 (18)에서 장점이 T_n^q 에 놓이지 않을 때, 즉 $x \notin T_n^q$ 이면 $C_{mn}^{pq}=0$ 이다. 이 사실은 전개함수의 정의인 (8)로부터도 알 수 있다.

내적 (13)을 계산하기로 하자. 전개함수의 정의에 따라 (13)은 다음과 같이 표현된다.

$$\gamma_m(t) = \gamma_m^+ + \gamma_m^- \quad (19)$$

$$\gamma_m^p = \frac{l_m}{2A_m^p} \int_{T_m^p} \rho_m^p \cdot \hat{n} \times H^i(x, t) dS \quad (20)$$

식 (20)에서 적분은 근사적으로 시험 삼각형 T_m^p 의 중심에서의 적분값을 취한다.

마지막으로 (14)의 내적은 다음과 같이 계산된다. 먼저 벡터 항등식을 이용하면 적분내의 항을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\nabla \times \frac{J(r', \tau)}{R} = \frac{1}{c} \frac{\partial J(r', \tau)}{\partial \tau} \times \frac{\hat{R}}{R} + \frac{J(r', \tau) \times \hat{R}}{R^2} \quad (21)$$

여기서 \hat{R} 은 $x - r'$ 의 방향을 따른 단위 벡터이다. 그러므로 (21)을 이용하면

$$\frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \nabla \times \frac{J(r', \tau)}{R} dS' = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{1}{c} \int_{S_0} \frac{\partial J(r', \tau)}{\partial \tau} \times \frac{\hat{R}}{R} dS' + \int_{S_0} \frac{J(r', \tau) \times \hat{R}}{R^2} dS' \right\} \quad (22)$$

이며, (22)를 (14)에 대입하면

$$B_m(t) = \frac{1}{4\pi} \int_S f_m \cdot \hat{n} \times \left\{ \frac{1}{c} \int_{S_0} \frac{\partial I(r', \tau)}{\partial \tau} \times \frac{\hat{R}}{R} dS' + \int_{S_0} \frac{I(r', \tau) \times \hat{R}}{R^2} dS' \right\} dS \quad (23)$$

을 얻는다. 식 (9)를 (23)에 대입하고 지연시간을

$$\tau = t - \frac{R}{c} \rightarrow \tau_{mn}^{pq} = t - \frac{R_{mn}^{pq}}{c}$$

와 같이 가정한다. 여기서 $R_{mn}^{pq} = |r_m^{cp} - r_n^{cq}|$ 이다. 그 결과 (23)은

$$B_m(t) = \sum_{n=1}^N (B_{mn}^{++} + B_{mn}^{+-} + B_{mn}^{-+} + B_{mn}^{--}) \quad (24)$$

와 같으며, 여기서

$$B_{mn}^{pq} = \frac{l_m l_n}{16\pi A_m^p A_n^q} \int_{T_n^q} \rho_m^p \cdot \hat{n} \times \left\{ \frac{1}{c} \int_{T_n^q} \frac{\rho_n^q \times \hat{R}}{R} dS' \frac{\partial I_n(\tau_{mn}^{pq})}{\partial \tau_{mn}^{pq}} + \int_{T_n^q} \frac{\rho_n^q \times \hat{R}}{R^2} dS' I_n(\tau_{mn}^{pq}) \right\} dS \quad (25)$$

이다. 식 (25)에서 장점이 T_n^q 에 놓이게 되면 $\hat{n} \times \rho_n^q \times \hat{R} = 0$ 이므로 $B_{mn}^{pq} = 0$ 이다. 그러므로 (25)는 수치적분을 이용한 연산이 가능하다. 전류계수의 미분인 $\partial I_n(\tau_{mn}^{pq}) / \partial \tau_{mn}^{pq}$ 항은 시간 $t = t_i$ 에서 후방차분을 이용하여

$$\frac{\partial I_n(\tau_{mn}^{pq})}{\partial \tau_{mn}^{pq}} \approx \frac{I_n\left(t_i - \frac{R_{mn}^{pq}}{c}\right) - I_n\left(t_{i-1} - \frac{R_{mn}^{pq}}{c}\right)}{\Delta t} \quad (26)$$

와 같이 근사한다. 여기서 Δt 는 시간 간격이다.

식 (26)을 이용하면 (25)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$B_{mn}^{pq} \approx \left(\frac{I_1^{pq}}{c\Delta t} + I_2^{pq} \right) I_n\left(t_i - \frac{R_{mn}^{pq}}{c}\right) - \frac{I_1^{pq}}{c\Delta t} I_n\left(t_{i-1} - \frac{R_{mn}^{pq}}{c}\right) \quad (27)$$

여기서

$$I_\nu^{pq} = \frac{l_m l_n}{16\pi A_m^p A_n^q} \int_{T_n^q} \rho_m^p \cdot \hat{n} \times \int_{T_n^q} \frac{\rho_n^q \times \hat{R}}{R^\nu} dS' dS, \quad \nu = 1, 2 \quad (28)$$

이다. 이 적분은 장점에 대하여 시험 삼각형의 중심에서 적분값을 취하며, 전원점에 대하여 수치적분을 수행한다. 본 논문에서는 전원 삼각형에 대하여 7점 가우시안 수치적분을 이용한다.

IV. 행렬식

식 (15)를 이용하여 시간 $t = t_i$ 에서 (11)을 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$[\alpha_{mn}] [I_n(t_i)] = [\beta_m(t_i)] \quad (29)$$

여기서 각 행렬 요소는

$$\alpha_{mn} = C_{mn} \quad (30)$$

$$\beta_m(t_i) = \gamma_m(t_i) + B_m(t_i) \quad (31)$$

이다. $R_{mn}^{pq} \neq 0$ 일 때, $R_{mn}^{pq} > c\Delta t$ 이면 시간 $t = t_i$ 에서 $\beta_m(t_i)$ 의 연산이 가능하므로 (29)를 풀 수 있다.

지금부터 $R_{mn}^{pq} \leq c\Delta t$ 를 포함하는 경우의 해법을 다루기로 한다. 이를 위하여 먼저 미지의 전류 계수를 시간에 대한 일차 함수로 다음과 같이 가정한다. 삼각형 중심간의 거리가 시간 간격보다 클 때, 즉 $R_{mn}^{pq} \geq c\Delta t$ 일 때 지연 시간이 $t_{j-1} < \tau_{mn}^{pq} \leq t_j$ 라고 한다면 전류 계수는

$$I_n(\tau_{mn}^{pq}) = (1 - \delta) I_n(t_{j-1}) + \delta I_n(t_j) \quad (32)$$

와 같이 표현되며, 시간 t_j 는 계산이 진행되는 시간 $t = t_i$ 보다 작다고 가정하였다. 여기서

$$\delta = \frac{\tau_{mn}^{pq} - t_{j-1}}{\Delta t} \quad (33)$$

이다. 그리고 $R_{mn}^{pq} < c\Delta t$ 인 항에 대해서는, 즉 지연 시간이 $t_{i-1} < \tau_{mn}^{pq} \leq t_i$ 일 때 전류 계수는 다음과 같다.

$$I_n(\tau_{mn}^{pq}) = \frac{R_{mn}^{pq}}{c\Delta t} I_n(t_{i-1}) + \left(1 - \frac{R_{mn}^{pq}}{c\Delta t}\right) I_n(t_i) \quad (34)$$

식 (32)-(34)를 이용하여 (24)를 미지와 기지의 항으로 분리하여 적으면 다음과 같다.

$$B_m(t_i) = \sum_{n=1}^N \dot{X}_{mn} I_n(t_i) + \dot{P}_m(t_{i-1}) + \dot{B}_m(t_i) - D_m(t_{i-1}) \quad (35)$$

여기서

$$\begin{aligned} \dot{X}_{mn} = & A_{mn}^{++} \left(1 - \frac{R_{mn}^{++}}{c\Delta t} \right) + A_{mn}^{+-} \left(1 - \frac{R_{mn}^{+-}}{c\Delta t} \right) \\ & + A_{mn}^{-+} \left(1 - \frac{R_{mn}^{-+}}{c\Delta t} \right) + A_{mn}^{--} \left(1 - \frac{R_{mn}^{--}}{c\Delta t} \right) \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \dot{P}_m(t_{i-1}) = & \frac{1}{\Delta t} \sum_{n=1}^N (A_{mn}^{++} R_{mn}^{++} + A_{mn}^{+-} R_{mn}^{+-} \\ & + A_{mn}^{-+} R_{mn}^{-+} + A_{mn}^{--} R_{mn}^{--}) I_n(t_{i-1}) \end{aligned} \quad (37)$$

$$A_{mn}^{pq} = \frac{I_1^{pq}}{c\Delta t} + I_2^{pq} \quad (38)$$

$$\tilde{B}_m(t_i) = \sum_{n=1}^N (\tilde{B}_{mn}^{++} + \tilde{B}_{mn}^{+-} + \tilde{B}_{mn}^{-+} + \tilde{B}_{mn}^{--}) \quad (39)$$

$$\tilde{B}_{mn}^{pq} = A_{mn}^{pq} I_n \left(t_i - \frac{R_{mn}^{pq}}{c} \right) \quad (40)$$

$$D_m(t_{i-1}) = \sum_{n=1}^N (D_{mn}^{++} + D_{mn}^{+-} + D_{mn}^{-+} + D_{mn}^{--}) \quad (41)$$

$$D_{mn}^{pq} = \frac{I_1^{pq}}{c\Delta t} I_n \left(t_{i-1} - \frac{R_{mn}^{pq}}{c} \right) \quad (42)$$

이다. 식 (35)-(40)에서 문자 위의 기호 \cdot 는 $R_{mn}^{pq} < c\Delta t$ 에 해당하는 항들의 합을 나타내며, 기호 \sim 는 $R_{mn}^{pq} \geq c\Delta t$ 의 조건을 만족하는 항들의 합을 나타낸다.

그러므로 (15)와 (35)를 (11)에 대입하면 (29)와 같은 형태의 행렬식을 얻을 수 있으며, 그 행렬 요소는 다음과 같다.

$$\alpha_{mn} = C_{mn} - \dot{X}_{mn} \quad (43)$$

$$\beta_m(t_i) = \gamma_m(t_i) + \dot{P}_m(t_{i-1}) + \tilde{B}_m(t_i) + D_m(t_{i-1}) \quad (44)$$

행렬 $[\alpha_{mn}]$ 은 시간의 함수가 아니며, 따라서 계산 초기에 한 번의 역행렬 연산만 필요하다.

V. 수치 결과

본 절에서는 표면이 닫혀진 3차원의 구조인 정육면 도체와 구도체, 그리고 원통 도체에 대한 수치 결과를 보이고자 한다. 각 산란체에 가우시안 평면 파가 입사한다고 가정하며, 자장은 다음과 같이 주어진다.

$$H^i(x, t) = \frac{1}{\eta} \hat{k} \times E_0 \frac{4}{\sqrt{\pi T}} e^{-\gamma^2} \quad (45)$$

$$\gamma = \frac{4}{T} (ct - ct_0 - r \cdot \hat{k}) \quad (46)$$

여기서 $E_0 = \hat{x}$, $T=4$ lm (light meter, 전자파가 자유공간에서 1 미터 진행하는 시간), $ct_0=6$ lm이며, \hat{k} 는 입사파의 진행방향을 나타내는 단위 파수 벡터이다. 그리고 입사파의 도래 방향은 $\phi=0^\circ$ 및 $\theta=0^\circ$ 이며, $\hat{k} = -\hat{z}$ 가 된다. 계산된 수치는 TD-EFIE의 결과와 비교하였으며^[10], 또한 동일한 전개함수와 시험함수를 이용하여 주파수 영역의 EFIE와 MFIE로부터 계산된 결과의 역 푸리에변환 (Inverse Discrete Fourier Transform, IDFT)과도 함께 보였다^[12]. 주파수 영역의 해는 $0 < f \leq 500$ MHz 범위에서 128 개의 표본을 얻어 만들었다. 모든 결과는 단일정도(single precision)를 적용하여 계산되었다.

첫 산란체의 예는 그림 1에 보인 변의 길이가 1 m인 정육면 도체이다. 그 중심은 좌표계의 원점에 있으며, x , y 및 z 방향을 따라서 각각 4, 5, 그리고 4 등분을 하였다. 그 결과 224 개의 삼각형 조각과 336 개의 공유변을 얻었으며, 삼각형의 중심간 최소 거리는 $R_{min}=10.67$ cm이다. 그림 1에 정육면체의 윗면 중심에 x 방향의 화살표로 수치 예로 보이고자 하는 전류의 방향을 표시하였다. 그림 2부터 그림 4까지 시간 간격을 변수로 하여 이 전류에 대한 지연 응답을 나타내었다.

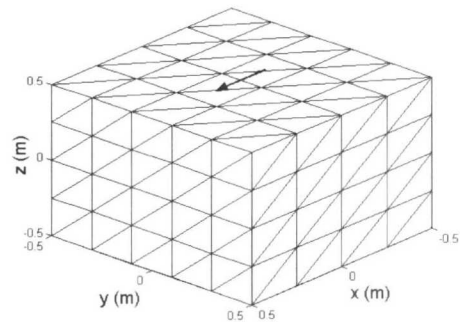


그림 1. 정육면 도체의 삼각형 분할.

그림 2는 $c\Delta t=0.5R_{min}$ 일 때의 응답이며, TD-MFIE로부터 계산된 해는 TD-EFIE의 결과와 주파수 영역에서 EFIE와 MFIE를 이용하여 얻어진 IDFT의 결과와 잘 일치함을 볼 수 있다. 그림 2에

서 보듯이 시간 간격이 $c\Delta t = 0.5R_{\min}$ 인 경우 TD-EFIE와 TD-MFIE의 해는 둘 다 불안정함을 볼 수 있다. 물론 TD-EFIE의 해는 TD-MFIE의 결과보다 조기에 진동을 겪게 된다. 그림 3과 4는 $c\Delta t$ 를 각각 R_{\min} 과 $2R_{\min}$ 으로 선택하였을 때의 결과이다. TD-EFIE의 경우 $c\Delta t$ 가 증가하여 그림 2의 해보다는 안정되어 있지만 여전히 진동을 겪음을 볼 수 있다. TD-MFIE의 해는 매우 안정적이며, IDFT의 결과와도 잘 일치하고 있다. 그림 5는 TD-MFIE로부터 얻어진 해의 안정성을 보이기 위하여 그림 4의 결과를 시간 축을 따라 80 lm까지 연장하여 다시 그려진 결과이다.

두 번째 예는 그림 6에 보인 도체구이며 수치 예로 보이는 전류의 θ 성분이 화살표로 표시되어 있다. 구의 반지름은 0.5 m이며 좌표계의 원점에 중심이 있다. 구 표면을 분할하는 삼각형의 개수에 따른 해를 알아보기 위하여 θ 와 ϕ 방향을 따라 동일

한 간격으로 6, 10, 그리고 14 등분하였으며, 그 결과 6 등분의 경우 60 개의 삼각형과 90 개의 공유변이 만들어지며, $R_{\min} = 13.95$ cm이다. 10 등분의 경우 180 개의 삼각형과 270 개의 공유변이 만들어지며, $R_{\min} = 6.055$ cm이다. 그리고 14 등분의 경우

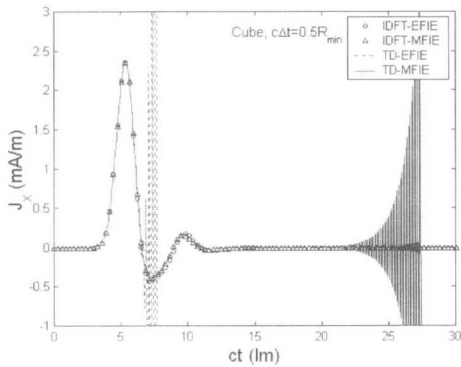


그림 2. 정육면 도체 윗면 중앙의 x 방향 전류의 지연응답. $c\Delta t = 0.5R_{\min}$.

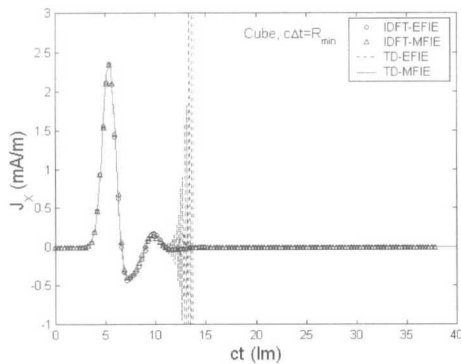


그림 3. 정육면 도체 윗면 중앙의 x 방향 전류의 지연응답. $c\Delta t = R_{\min}$.

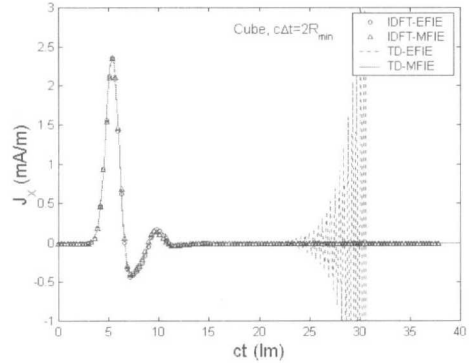


그림 4. 정육면 도체 윗면 중앙의 x 방향 전류의 지연응답. $c\Delta t = 2R_{\min}$.

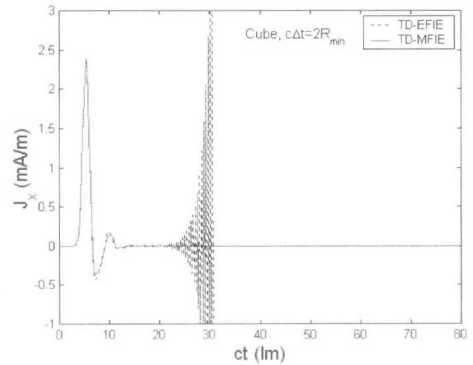


그림 5. 정육면 도체 윗면 중앙의 x 방향 전류의 지연응답. $c\Delta t = 2R_{\min}$.

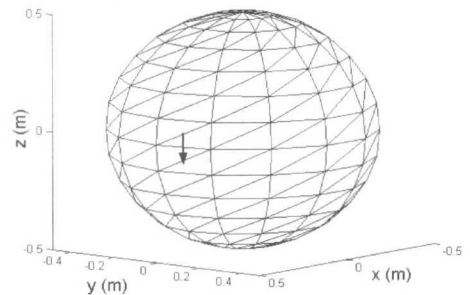


그림 6. 도체구의 삼각형 분할.

364 개의 삼각형과 546 개의 공유변이 만들어지며, $R_{\min}=3.218$ cm이다. 계산시 모든 시간 간격은 $c\Delta t=2R_{\min}$ 으로 선택하였다.

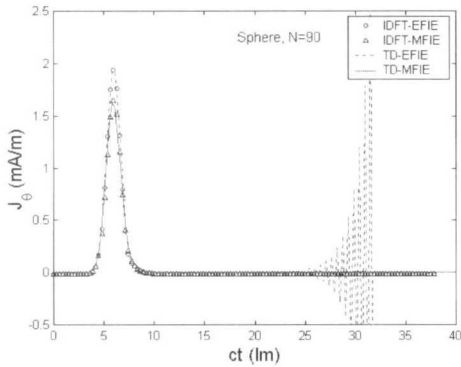


그림 7. 도체구 상의 $\theta=90^\circ$, $\phi=30^\circ$ 에서 θ 방향 전류의 지연 응답.

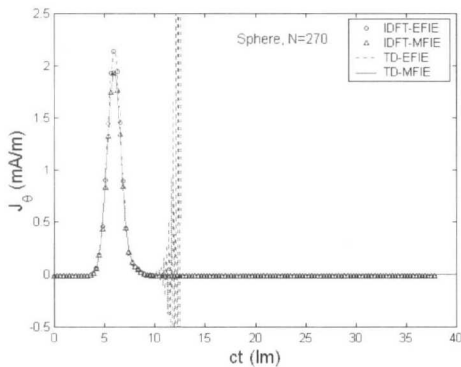


그림 8. 도체구 상의 $\theta=90^\circ$, $\phi=18^\circ$ 에서 θ 방향 전류의 지연 응답.

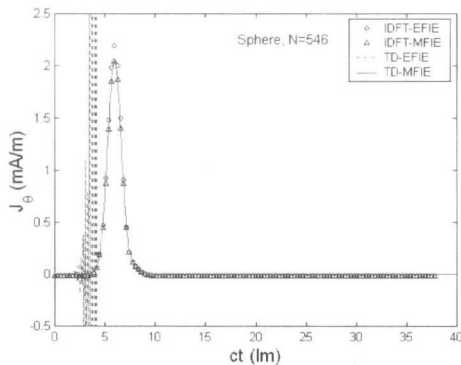


그림 9. 도체구 상의 $\theta=90^\circ$, $\phi=13^\circ$ 에서 θ 방향 전류의 지연 응답.

그림 7은 $N=90$ 인 도체구 상의 $\theta=90^\circ$, $\phi=30^\circ$ 에서 θ 방향 전류의 지연 응답을 보이고 있다. 그림 8은 $N=270$ 인 도체구 상의 $\theta=90^\circ$, $\phi=18^\circ$ 에서 θ 방향 전류의 지연 응답을 보이고 있다. 그림 9는 $N=546$ 인 도체구 상의 $\theta=90^\circ$, $\phi=13^\circ$ 에서 θ 방향 전류의 지연 응답을 보이고 있다. TD-MFIE로부터 얻어진 해는 EFIE와 MFIE를 적용하여 주파수 영역에서 얻어진 결과의 IDFT와 잘 일치하고 있다. 도체 표면을 세분화할수록 TD-EFIE의 해는 TD-MFIE의 결과와 달리 더욱 조기에 진동을 겪게 됨을 볼 수 있다. 그리고 EFIE와 MFIE의 해에서 펄스 응답의 최대치는 약간 다를 수 있다.

표면을 세분화하여 삼각형의 조각수가 증가할수록 그 차이는 감소함을 볼 수 있다. 또 한가지 주목할 점은 EFIE와 MFIE에 대하여 시간 영역의 해와 주파수 영역의 변환 해는 각각 서로 일치한다는 것이다.

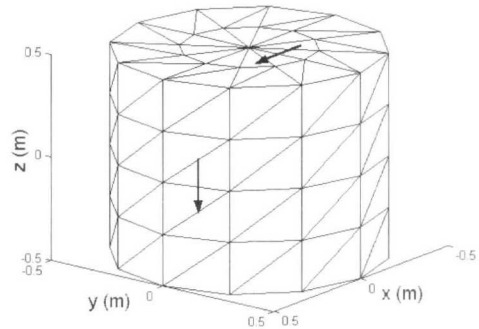


그림 10. 원통 도체의 삼각형 분할.

마지막 예는 그림 10에 보인 원통도체이다. 그 중심은 좌표계의 원점에 있으며, 반지름은 0.5 m, 높이는 1 m이다. r , ϕ , z 방향을 따라서 각각 2, 12, 4 등분을 하였다. 그 결과 168개의 삼각형이 만들어지며, 252 개의 공유변을 얻는다. 그리고 $R_{\min}=8.33$ cm이다.

그림 11과 12는 그림 10에서 화살표로 나타낸 x 및 z 방향의 전류에 대한 지연 응답을 보인다. 계산시 시간 간격은 $c\Delta t=2R_{\min}$ 으로 선택하였다. TD-MFIE의 해는 주파수 영역에서 EFIE와 MFIE로부터 얻어진 IDFT와 잘 일치함을 볼 수 있다. 단 펄스 응답의 최대치에서 약간의 차이가 보이며, 이 차이는 삼각형 분할을 세분화하면 줄어 들 수 있다.

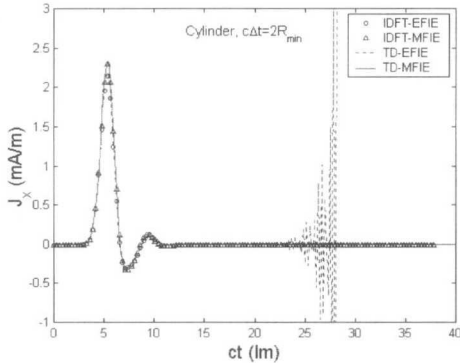


그림 11. 원통 도체 윗면의 x 방향 전류의 지연응답.
 $c\Delta t = 2R_{min}$.

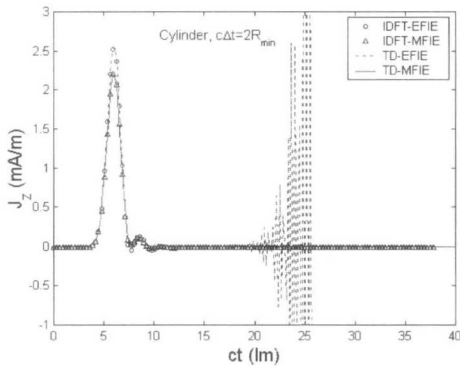


그림 12. 원통 도체 옆면의 z 방향 전류의 지연응답.
 $c\Delta t = 2R_{min}$.

VI. 결론

본 논문에서는 표면이 닫혀진 3 차원 임의의 형태 도체 구조의 지연 산란을 해석하기 위하여 삼각형 표면 전개함수를 이용한 시간 영역 자장 적분방정식의 해석 과정을 제안하였다. 시간영역 자장 적분방정식으로부터 계산된 결과를 시간영역 전장 적분방정식의 해와 주파수 영역에서 얻어진 해의 푸리에 역변환한 결과와도 비교하였으며, 자장 적분방정식의 해는 전장 적분방정식의 해보다 상대적으로 매우 안정되어 있음을 볼 수 있었다. 특히 시간간격을 삼각형간의 최소 중심거리보다 적절히 크게 선택하면 자장 적분방정식에 의한 지연 응답의 해는 진동이 없이 매우 안정된 결과를 보였다. 제안된 방법으로 계산된 수치 결과는 펄스 응답의 최대치의 차이를 제외하고는 전장 및 자장 적분방정식을 적용한 푸리에 역변환 결과와 잘 일치하였다. 이 차이

는 삼각형 분할을 세분화하면 줄일 수 있었다.

참고문헌

- [1] S. M. Rao and D. R. Wilton, "Transient scattering by conducting surfaces of arbitrary Shape," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 39, pp. 56-61, Jan. 1991.
- [2] D. A. Vechinski and S. M. Rao, "A stable procedure to calculate the transient scattering by conducting surfaces of arbitrary shape," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 40, pp. 661-665, 1992.
- [3] D. A. Vechinski, *Direct Time Domain Analysis of Arbitrarily Shaped Conducting or Dielectric Structures Using Patch Modeling Techniques*. PhD Dissertation, Auburn, AL, 1992.
- [4] S. M. Rao and T. K. Sarkar, "An alternative version of the time-domain electric field integral equation for arbitrarily shaped conductors," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 41, pp. 831-834, 1993.
- [5] S. M. Rao, *Time Domain Electromagnetics*. Academic Press, 1999.
- [6] S. M. Rao and T. K. Sarkar, "An efficient method to evaluate the time-domain scattering from arbitrarily shaped conducting bodies," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 17, pp. 321-325, April 1998.
- [7] S. M. Rao, D. A. Vechinski, and T. K. Sarkar, "Transient scattering by conducting cylinders-implicit solution for the transverse electric case," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 21, pp. 129-134, April 1999.
- [8] T. K. Sarkar, W. Lee, and S. M. Rao, "Analysis of transient scattering from composite arbitrarily shaped complex structures," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 48, pp. 1625-1634, Oct. 2000.
- [9] D. A. Vechinski and S. M. Rao, "Transient scattering by dielectric cylinders: E-field, H-field, and combined field solutions," *Radio Sci.*, vol. 27, pp. 611-622, 1992.
- [10] B. H. Jung and T. K. Sarkar, "Time-domain electric-field integral equation with central

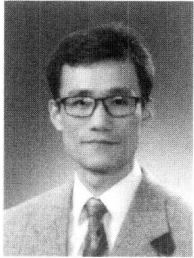
finite difference,” *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 31, no. 6, pp. 429-435, Dec. 2001.

- [11] S. M. Rao, D. R. Wilton, and A. W. Glisson, “Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 30, pp. 409-418, May 1982.
- [12] S. M. Rao, *Electromagnetic Scattering and Radiation of Arbitrarily-Shaped Surfaces by Triangular Patch Modeling*. PhD Dissertation, Univ. Mississippi, Aug. 1980.

<주관심 분야> 이동통신 전파환경, 전자파 수치해석, 전자파 이론 및 응용, 전자소자 측정기법 개발.

정 백 호(Baek Ho Jung)

정회원



1985년 2월 : 경북대학교 전자공학과 (공학사).

1989년 2월 : 경북대학교 대학원 전자공학과 (공학석사).

1997년 8월 : 경북대학교 대학원 전자공학과 (공학박사).

1989년 2월~1994년 3월: 국방과학연구소 연구원.

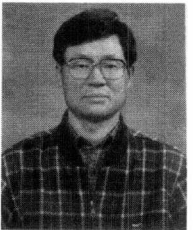
1997년 9월~현재 : 호서대학교 전기정보통신공학부 및 벤처전문대학원 조교수.

2001년 1월~2002년 2월 : 미국 Syracuse 대학교 연구교수.

<주관심 분야> 전자파 수치해석, 이동통신 전파환경, 비선형 광학.

김 채 영(Che Young Kim)

정회원



1976년 2월 : 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사).

1978년 2월 : 한국과학원 전기 및 전자공학과 졸업(공학석사).

1990년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(공학박사).

1979년 4월~1992년 9월 : 경북대 전자공학과 전임강사, 조교수, 부교수.

1992년 10월~현재 : 경북대 전자전기공학부 교수.

1985년 9월~1986년 8월 : 미국 Syracuse 대학 방문 연구원.

1991년 9월~1993년 2월 : 미국 MIT 공대 연구과학자.