

정 진폭 다중 보호 이진 직교 변조

정희원 홍대기*, 강성진*, 주민철*, 김용성*, 서경학*, 조진웅*

Constant-Amplitude Biorthogonal Multi-Code Modulation

Dae ki Hong*, Sung jin Kang*, Min chul Ju*, Young sung Kim*,
Kyeung hak Seo*, Jin woong Cho* *Regular Member*

요약

본 논문에서는 다중 부호 신호(MC: multi-code signal)를 정 진폭으로 전송하는 정 진폭 이진 직교 다중 부호 변조 방식(CABM: constant-amplitude biorthogonal multi-code modulation)을 제안한다. 정 진폭을 유지하기 위해 제안된 CABM 방식에서는 잉여 비트를 사용하여 신호를 부호화 하였다. 제안된 CABM 변조 방식은 매우 높은 스펙트럼 효율을 지원할 수 있다. 또한 본 논문에서는 제안된 CABM 신호를 복조하기 위한 다양한 복조 방식들을 제시 하고 기존의 정 진폭 직교 변조 방식(CAOM: Constant-amplitude orthogonal multi-code modulation)과 그 성능을 비교한다. 제안된 CABM 변/복조 방식은 고속 데이터 율을 제공해야 하는 디지털 무선 통신 시스템으로 사용될 수 있다.

Key Words : biorthogonal modulation, constant-amplitude coding, multi-code signal, spectral efficiency, bit error rate

ABSTRACT

In this paper, we propose a biorthogonal modulation employing a constant-amplitude transmission of multi-code signals by introducing a simple constant-amplitude coding scheme with redundant bits. The proposed constant-amplitude biorthogonal multi-code (CABM) modulation can provide high spectral efficiency compared with a conventional direct sequence/spread spectrum (DS/SS) modulation. Nevertheless the proposed CABM modulation can keep up a constant-amplitude signal. Additionally, we propose various types of demodulation structures for the CABM modulation. Simulation results show that bit error rate (BER) performance and hardware complexity of the proposed CABM modulation are highly improved in comparison with those of a constant-amplitude orthogonal multi-code (CAOM) modulation.

I. 서론

최근에 직접수열대역확산(DS/SS : direct sequence/spread spectrum) 시스템은 간섭에 강한 특성 때문에 주요한 무선 통신 시스템에 사용되고 있다^[1]. 그러나 DS/SS 시스템은 대역 확산으로 인해 스펙트럼을 낭비함으로써 고속 데이터 전송을 제공하지 못하는 치명적인 단점이 있다. 이에 고속 전송

을 제공하는 DS/SS 시스템에 대한 연구가 활발히 이루어져 왔다^[2-6].

이러한 연구중에서 고속 전송을 제공하기 위한 가장 일반적인 방식은 다중 부호 신호(MC: multi-code signal)를 이용하는 것이다^[2]. 이러한 방식은 기존의 DS/SS 시스템에 비해 높은 스펙트럼 효율(spectral efficiency)을 얻을 수 있지만 다중 레벨(multi-level)의 신호를 증폭하기 위해 넓은 선형 동

* 전자부품연구원(hongdk@keti.re.kr)

논문번호 : KICS2004-08-173, 접수일자 : 2004년 8월 30일

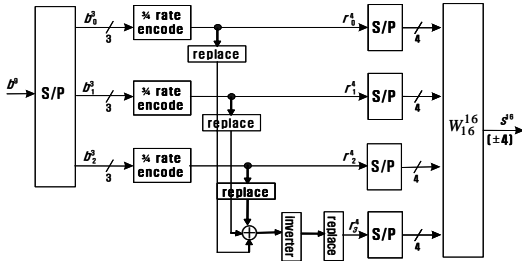


그림 1. CAOM 변조기

작 영역 (linearity region)을 갖는 고가의 전력 증폭기 (power amplifier)를 필요로 한다. 반대로 충분히 넓지 않은 선형 영역을 갖는 전력 증폭기를 사용할 경우에는 증폭기의 비 선형성으로 인해 전체 다중 부호 시스템의 성능에 악 영향을 끼치게 된다^[45]. 따라서 선형 영역이 좁은 전력 증폭기를 사용하기 위해서는 다중 부호 신호가 정 진폭을 가져야만 한다.

이에 따라 정 진폭 직교 다중 부호 시스템 (CAOM system: constant-amplitude orthogonal multi-code system)이 제안되었다^[5]. 제안되었던 CAOM 변조기의 블록도가 그림 1에 나타나 있다. 그림에서는 먼저 전송하려고 하는 데이터를 병렬로 변환한 후 3/4 을 부호화기로 부호화 한다 그 후 참고문헌 [5]에 제시된 표에 따라 비트를 변환 (replace)한 후 다시 한번 부호화 과정을 거치게 된다. 얻어진 직렬 데이터를 다시 직렬 변환기를 통해 병렬로 바꾸어 최종적으로 Walsh-Hadamard 부호를 곱하여 병렬로 합산하면 정 진폭 신호를 얻게 된다. 이 시스템에서는 9개의 정보비트가 16개의 칩으로 변환되므로 스펙트럼 효율(혹은 코드율)은 9/16이 된다. 제안된 CAOM 시스템의 최대 장점은 잉여 비트를 이용하여 신호의 정 진폭 특성을 얻을 수 있다는 것이다. 그러나 제안된 CAOM 시스템은 정 진폭 부호화 과정에서 발생하는 신호 크기의 손실로 인해 비트 오류 성능 (BER : bit error rate)의 손실을 가져오는 단점이 있다.

DS/SS 시스템에서 스펙트럼 효율을 유지하면서 정 진폭을 얻는 또 다른 시스템은 레벨 클리핑을 이용하는 다중 위상 가변 확산 이득 시스템 (multi-phase variable spreading gain system)이다^[6]. 이 구조에서는 부호 선택 알고리즘이 BER 성능에 결정적인 영향을 주게 된다. 그러나 이 시스템은 다중 부호 간의 간섭과 클리핑에 의한 손실 때문에 많은 부호를 사용하였을 경우 (즉 높은 스펙트럼 효율을 원하는 시스템의 경우) 만족스럽지 못한 BER 성능

을 나타내게 된다.

본 논문에서는 다중 부호 신호를 정 진폭으로 전송하는 정 진폭 이진 직교 다중 부호 변조 방식 (CABM: constant-amplitude biorthogonal multi-code modulation)을 제안한다. 정 진폭을 유지하기 위해 제안된 CABM 방식에서는 잉여 비트를 사용하여 신호를 부호화 하였다. 제안된 CABM 변조 방식은 매우 높은 스펙트럼 효율을 지원할 수 있다. 또한 본 논문에서는 제안된 CABM 신호를 복조하기 위한 다양한 복조 방식들을 제시 한다. 제안된 CABM 변복조 방식은 고속 데이터 율을 제공해야 하는 디지털 무선 통신 시스템으로 사용될 수 있다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 먼저 제 2 장에서는 본 논문에서 제안한 CABM 방식을 설명한다. 제 3 장에서는 여러 가지 종류의 CABM 복조 구조(최적 복조, 준 최적 복조, 기존의 복조, 패리티 검사를 이용하는 기존의 복조)를 제안한다. 제 4 장에서는 실험 결과를 제시하며 제 5 장에서 결론을 맺는다.

II. CABM 변조

본 장에서는 제안된 CABM 변조에 대한 기본 원리를 설명한다. 제안된 CABM 변조의 구성도가 그림 2에 나타나 있다. 확산 이득은 16이다. 제안된 변조 방식은 일종의 사전에 부호화 된(pre-coded) 다중 부호 시스템이다. 제안된 시스템의 설명을 위해 직렬로 전송되는 9 비트의 전송 비트 $i_s, i_0, i_1, j_s, j_0, j_1, k_s, k_0, k_1$ 을 가정한다. l_s, l_0, l_1 의 3 비트는 전송 비트에 의해 생성되는 정 진폭 변환을 위한 패리티 비트들이다. 위의 표기에서 첨자 0, 1은

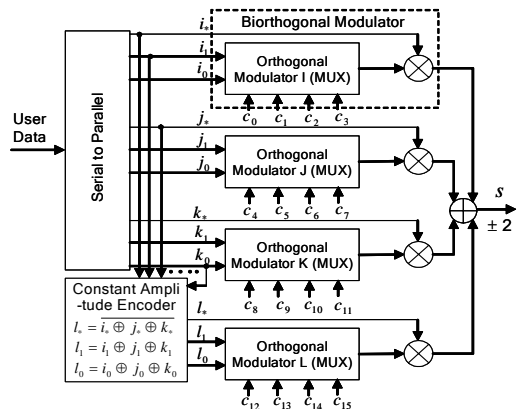


그림 2. CABM 변조기

Walsh-Hadamard 부호를 선택하는데 사용됨을 의미하며 (즉 직교 변조) 첨자 *는 Walsh-Hadamard 부호의 극성을 결정하는데 사용됨을 의미한다(이진 직교 변조).

그림에 나타나 있는 것과 같이 변조기는 직렬 데이터를 병렬 데이터로 바꾸어 주는 직렬 변환기 앞서 정의한 바와 같이 3비트의 패리티 (l_*, l_1, l_0)를 생성시켜 주는 정 진폭 부호기(앞서 설명한 바와 같이 이 3비트의 패리티는 최종 신호를 정 진폭으로 만들어 주기 위해 사용된다), 9비트의 전송 비트와 이로 인해 생성된 3개의 패리티 비트를 변조하기 위한 4개의 이진 직교 변조기(직교변조기와 곱셈기로 구성된다) 그리고 선택된 4개의 직교 부호를 더하여 정 진폭 신호를 만들어 주는 덧셈기로 구성되어 있다)

정 진폭 부호기에서는 아래와 같은 식에 따라 앞서 설명한 바와 같이 3그룹의 비트 ($\{i_*, i_1, i_0\}$, $\{j_*, j_1, j_0\}$, $\{k_*, k_1, k_0\}$)들로부터 3비트의 패리티 (l_*, l_1, l_0)를 발생시키게 된다

$$\begin{aligned} l_* &= \overline{i_* \oplus j_* \oplus k_*}, \\ l_1 &= i_1 \oplus j_1 \oplus k_1, \\ l_0 &= i_0 \oplus j_0 \oplus k_0. \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 \oplus 는 배타적 OR를 의미한다. 이진 직교 변조기에서는 데이터 비트 ($\{i_1, i_0\}$, $\{j_1, j_0\}$, $\{k_1, k_0\}$, $\{l_1, l_0\}$)들에 해당되는 직교 부호 c_i, c_j, c_k, c_l 이 16×16 Walsh-Hadamard 직교 부호 집합의 부분 집합에서 선택된다 이때 열 인덱스 $i (0 \leq i \leq 3)$, $j (0 \leq j \leq 3)$, $k (0 \leq k \leq 3)$, $l (0 \leq l \leq 3)$ 의 이진 표현은 다음과 같다

$$\begin{aligned} i &= (i_3, i_2, i_1, i_0)_2 = (0, 0, i_1, i_0)_2 \\ j &= (j_3, j_2, j_1, j_0)_2 = (0, 1, j_1, j_0)_2 \\ k &= (k_3, k_2, k_1, k_0)_2 = (1, 0, k_1, k_0)_2 \\ l &= (l_3, l_2, l_1, l_0)_2 = (1, 1, l_1, l_0)_2. \end{aligned} \quad (2)$$

그리고 $\mathbf{c}_p = c_{p,0}, \dots, c_{p,q}, \dots, c_{p,15}$ 는 16×16 ($= p \times q, 0 \leq p \leq 15, 0 \leq q \leq 15$) Walsh-Hadamard 직교 부호 집합이다. 위와 같이 결정된 인덱스 (i, j, k, l)에 의해 선택된 직교 부호 ($\mathbf{c}_i, \mathbf{c}_j, \mathbf{c}_k, \mathbf{c}_l$)들

1) 즉 16칩에는 전송 비트가 12비트 포함되지만 이 비트들 중에서 9비트만이 정보 비트이고 3비트는 패리티 비트이다. 따라서 스펙트럼 효율(혹은 부호화율)은 9/16이다. 이에 대해서는 수식을 전개하면서 다시 설명한다

은 각각 또 다른 데이터 비트인 $\{b=i_*, j_*, k_*, l_*\}$ 에 의해 곱해져서 네 개의 이진 직교 부호 벡터 ($i_* \times \mathbf{c}_i, j_* \times \mathbf{c}_j, k_* \times \mathbf{c}_k, l_* \times \mathbf{c}_l$)가 만들어 진다.

합산기는 4개의 이진 직교 부호를 모두 병렬로 더하게 된다. 따라서 CABM 변조 신호는 선택된 Walsh-Hadamard 부호 벡터들과 극성 비트들의 선형조합으로 아래와 같이 만들어지게 된다)

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= (s_0, s_1, \dots, s_q, \dots, s_{15}) \\ &= \mathbf{b} \begin{pmatrix} \mathbf{c}_i \\ \mathbf{c}_j \\ \mathbf{c}_k \\ \mathbf{c}_l \end{pmatrix} \equiv (i_* \ j_* \ k_* \ l_*) \begin{pmatrix} \mathbf{c}_i \\ \mathbf{c}_j \\ \mathbf{c}_k \\ \mathbf{c}_l \end{pmatrix} \\ &= i_* \cdot \mathbf{c}_i + j_* \cdot \mathbf{c}_j + k_* \cdot \mathbf{c}_k + l_* \cdot \mathbf{c}_l. \end{aligned} \quad (3)$$

부록에 나와 있는 증명에 의하면 제안된 CABM 변조의 q 번째 칩은 다음과 같이 정 진폭을 유지하게 된다.

$$-s_q = \pm 2. \quad (4)$$

이제 가산성 백색 가우스 잡음 채널 (AWGN: additive white Gaussian channel) $n(t)$ 을 가정하자. 이진 위상 변조 (BPSK : binary phase shift keying)로 신호를 전송한다고 가정하면 수신기에서 수신되는 신호는 다음과 같이 표현될 수 있다

$$r(t) = s_q(t) \cos(2\pi f_c t) + n(t). \quad (5)$$

제안된 CABM 변조는 정진폭을 갖는다는 기본적인 장점 외에도 여러 가지 장점이 있다 첫 번째로 제안된 신호는 스펙트럼 효율의 향상을 얻을 수 있다. 16×16 Walsh-Hadamard 부호를 사용할 경우 DS/SS 변조 신호의 스펙트럼 효율은 1/16이고, 직교 변조 신호의 스펙트럼 효율은 4/16이며, 이진 직교 변조 신호의 스펙트럼 효율은 5/16이다^{7)[8]}. 그러나 앞서 설명한 바와 같이 CABM 변조는 16개의 칩이 전송될 때 총 9비트의 정보가 전송되므로 스펙트럼 효율은 9/16이 된다. 이 효율은 앞서 제안되었던 CAOM 변조의 효율과 동일하다⁹⁾.

두 번째로 CABM 변조는 시스템 복잡도가 CAOM 변조기에 비해 매우 작다는 것이다. CAOM 변조기는 두 단계의 부호화가 필요하므로 부호화기가 2개가 필요하고 부호화기 그 자체의 복잡도도 매우 높다⁵⁾. 그러나 CABM 변조기는 오직 한개의

2) 즉 CABM 부호의 가능한 총 개수는 512개이다.

부호화기만이 필요하고 부호화기 자체의 복잡도도 매우 낮다.

세 번째로 제안된 CABM의 BER 성능이 CAOM에 비해 매우 좋다는 것이다. 기존의 CAOM은 정진폭을 만들기 위해 두 단계의 부호화를 거치게 되므로 큰 신호 크기의 손실이 발생하게 된다. 반면에 제안된 CABM은 한 단계의 부호화를 거치게 되므로 신호 크기의 손실이 상대적으로 작다. 이에 대해서는 실험결과에서 더 자세히 설명될 것이다.

III. CABM 복조

본 장에서는 CABM 신호를 복조하기 위한 다양한 복조기 구조에 대해 제안한다. 여기에는 기존의 CABM 복조기, 최적 복조기, 준 최적 복조기, 패리티 검사기를 적용한 기존의 복조기 등이 있다.

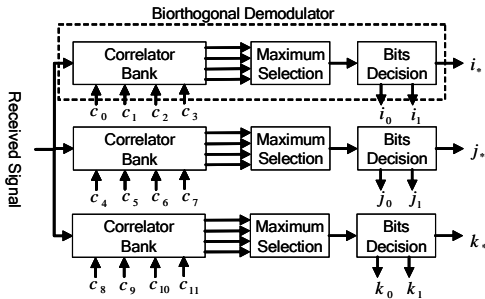


그림 3. 기존의 복조기

3.1 기존의 정진폭 다중 부호 직교 복조

그림 3에는 기존의 정진폭 다중 부호 직교 복조기의 구조를 보여주고 있다. 복조기는 3개의 상관기뱅크(각각 4개의 상관기가 필요하다), 3개의 최대값 선택 블록, 그리고 3개의 경판정 블록으로 구성되어 있다. 각각 1개의 상관기뱅크, 최대값 선택 블록, 경판정 블록으로 이루어진 하나의 경로는 기존의 이진 직교 복조 구조와 완전히 동일하다. 한 경로의 이진 직교 복조기에서는 먼저 수신신호와 직교 부호의 상관값이 최대일 때 직교 부호(즉 c : Walsh-Hadamard 부호)의 인덱스를 선택한다. 이 인덱스로부터 각각의 경로는 2비트의 데이터를 복조할 수 있게 된다. 또한 그 최대 상관값의 부호로부터 하나의 데이터 비트를 복조할 수 있게 된다. 이 복조기에서는 12개의 상관기와 추가적인 블록들이 요구된다. 따라서 시스템 복잡도는 그리 크지 않다.

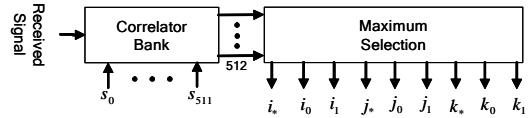


그림 4. 최적 복조기

3.2 최적 복조기

그림 4에는 정진폭 다중 부호 직교 신호를 복조하기 위한 최적(Optimum) 복조기의 구조를 보여주고 있다. 이 복조기는 최대 근사(ML : Maximum Likelihood) 알고리즘을 적용한 것으로서 512개의 상관기와 최대값 선택 블록이 필요하다. 이 복조기에서는 수신 신호와 512개의 유사(pseudo) 직교 코드(즉 s : 정진폭 직교 코드)들 사이에 상관값이 최대일 때의 인덱스를 찾아 9비트를 한꺼번에 복조해 내게 된다. 따라서 최적 복조기는 512개의 상관기와 추가적인 블록이 필요하므로 복잡도는 매우 크다고 볼 수 있다.

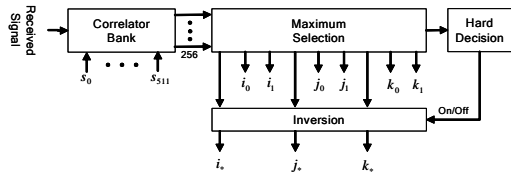


그림 5. 준 최적 복조기

3.3 준 최적 복조기

그림 5에는 정진폭 다중 부호 직교 신호를 복조하기 위한 준 최적(Suboptimum) 복조기의 구조를 보여주고 있다. 이 복조기는 256개의 상관기와 최대값 선택 블록이 필요하다. 512개의 유사 직교 코드는 이진 직교 특성을 갖는다. 따라서 홀수 인덱스 부호와 짝수 인덱스 부호사이의 위상차는 180이다. 복조기에서는 수신 신호와 256(홀수 인덱스 혹은 짝수 인덱스)개의 유사(pseudo) 직교 코드(즉 s : 정진폭 직교 코드)들 사이에 상관값이 최대일 때의 인덱스를 찾아 9비트를 한꺼번에 복조해 내게 된다. 단 최대값의 부호에 따라 복조된 부호 비트들을 반전시켜 주어야 한다. 따라서 준 최적 복조기는 256개의 상관기와 추가적인 블록이 필요하므로 복잡도는 여전히 매우 크다고 볼 수 있다.

3.4 패리티 검사기를 적용한 기존의 복조기

그림 6은 패리티 검사기(PC : parity checker)를

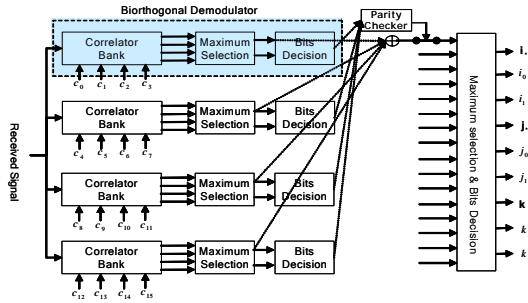


그림 6. 패리티 검사기를 적용한 기존의 복조기

적용한 CABM 복조기의 블록도를 보여주고 있다 이 복조기는 기존의 복조기(즉 4개의 상관기뱅크, 4개의 최대값 선택 블록, 4개의 경판정기에 패리티 검사기와 최대값 선택기가 추가되어 있다 각각 1개의 상관기뱅크, 최대값 선택 블록, 경판정 블록으로 이루어진 하나의 경로는 기존의 이진 직교 복조 구조와 완전히 동일하다 한 경로의 이진 직교 복조기에서는 먼저 수신신호와 직교 부호의 상관값 및 직교 부호(즉 c : Walsh-Hadamard 하다마드 부호)의 인덱스를 내림차순으로 정리한다 즉 내림차순으로 정리되는 상관값의 개수 N 은 최소 1부터 최대 4까지 될 수 있으며 N 이 1일 때에는 기존의 복조기와 동일하다 따라서 N 이 2라면 하나의 경로로부터 3개의 비트 집합이 2가지가 출력되며 4개의 모든 경로를 고려할 때 조합은 $16(=2 \times 2 \times 2 \times 2)$ 가지가 되며 이중 패리티 검사를 통과하는 것만을 걸러내고 그중에서 최대값을 선택한 후 한번에 9개의 모든 비트를 복조해 내면 된다 이 복조기를 구성하기 위해서는 16개의 상관기와 패리티 검사기 그리고 추가적인 블록들이 필요하게 된다 따라서 최적 및 준 최적 복조기에 비해 시스템 복잡도는 매우 작음을 알 수 있다

IV. 실험 결과 및 토의

본 절에서는 제안된 CABM 변조 및 복조의 BER 성능을 실험해 보도록 한다 사용된 채널은 AWGN이다. 그림 7에는 기존의 복조 방식, 최적 복조 방식, 준 최적 복조 방식 그리고 패리티 검사를 수행한 기존의 복조방식의 성능이 나타나 있다 비교를 위해 기존의 다중 부호(MC) DS/SS의 성능 또한 나타나 있다. 그림에서 나타난 바와 같이 제안된 기존의 CABM 복조의 성능은 CAOM의 성능보다도 성능이 매우 개선됨을 볼 수 있다 앞서

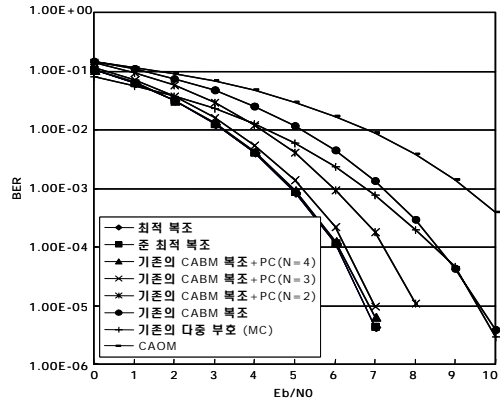


그림 7. 여러 가지 CABM 복조기의 성능

설명한 바와 같이 CAOM 방식은 두 단계의 정진폭 부호화 과정으로 인해 최종 신호의 크기가 4가 되지만 CABM 방식은 한 단계의 정진폭 부호화 과정을 거치므로 최종 신호의 크기가 2가 된다. 따라서 같은 신호 전력으로 전송할 경우 수신단에서 상관값의 크기에 있어서 3dB의 차이가 생기게 된다 또한 antipodal 신호 벡터는 orthogonal 신호 벡터보다 더 좋은 거리 특성을 갖게 된다 따라서 biorthogonal 변조는 orthogonal 변조보다 조금 더 우수하고 antipodal 변조 보다 조금 더 열악한 성능을 갖게 된다. 기존의 CABM 복조 방식의 성능은 MC의 경우와 거의 비슷한 BER 성능을 갖게 된다

최적 복조기를 사용할 경우에는 기존의 복조 방식에 비해서 10^5 의 BER에서 약 3dB 정도의 성능 개선을 얻을 수 있음을 알 수 있다 준 최적 복조기를 사용할 경우에도 역시 3dB 정도의 성능 개선을 얻을 수 있다. 그럼에도 불구하고 최적 및 준 최적 복조기는 실제로 구현하는데 복잡도가 너무 커서 문제점이 있다. 예를 들어 최적 복조기를 구현하기 위해서는 약 512개의 상관기와 추가적인 하드웨어를 필요로 한다.

좀 더 현실적인 복조기는 바로 패리티 검사기를 적용한 기존의 복조기이다 이 복조기에서는 N 에 따라 시스템 복잡도가 변하지만 대체로 16개의 상관기만을 필요로 하기 때문에 복잡도 증가가 그리 크지는 않다. 그럼에도 불구하고 N 이 4일 때 최적 검파기와 비슷한 성능을 보인다 또한 $N=3$ 일 때도 최적 복조기의 성능에 거의 근접하며 $N=2$ 일 때는 10^5 의 BER에서 약 1.5dB 정도의 성능개선을 얻을 수 있음을 알 수 있다 따라서 패리티 검사기를 적용한 기존의 복조기는 CABM 복조를 위한 적절한 구조임을 알 수 있다

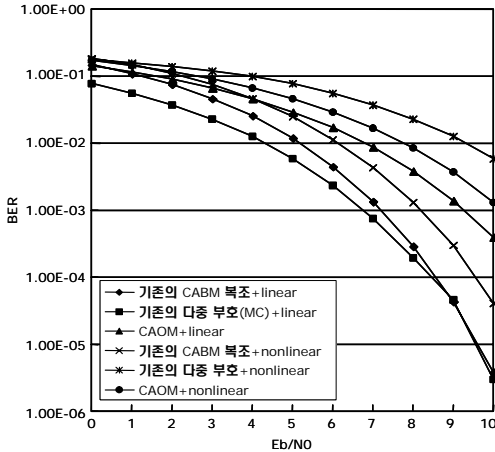


그림 8. 비선형 증폭환경에서 CABM 복조기의 성능

그림 8에는 비선형 증폭 모델을 적용한 각 시스템의 성능을 비교하고 있다 이 실험에서 사용된 증폭 모델은 참고문헌 [5]에서 사용된 ideal bandpass hard-limiter이다. 실험 결과에서 알 수 있듯이 기존의 MC 방식은 비선형 증폭의 경우 현격한 성능의 저하가 발생하지만 정 진폭 특성을 갖는 CAOM 방식이나 제안된 CABM 방식을 사용할 경우에는 성능 저하의 폭이 매우 작음을 알 수 있으며 그림 7에서 설명된 바와 같이 제안된 CABM 방식은 CAOM 보다 선형일 경우의 성능도 우수하므로 제안된 CABM 방식은 매우 바람직한 시스템이라고 할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 정 진폭 부호화 구조를 이용하는 정 진폭 이진 직교 다중 부호 변조 방식을 제안하였다. 제안된 변조 방식은 높은 스펙트럼 효율을 제공할 수 있었다 또한 정 진폭 형성에 사용된 여분의 부호 비트를 이용하여 오류를 정정 함으로서 BER 성능의 향상을 가져올 수 있었다 제안된 변조 방식은 고속의 데이터 율을 제공하는 디지털 통신 시스템에 사용될 수 있다

부록 : 정 진폭 부호화에 대한 증명

본 부록에서는 정 진폭 부호화기에 의해 CABM 변조신호가 신호가 정 진폭으로 유지 됨을 증명한다. (3)식의 CABM 변조신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 -s_q &= (-1)^{i_k} \cdot c_{i,q} + (-1)^{j_l} \cdot c_{j,q} \\
 &+ (-1)^{k_m} \cdot c_{k,q} + (-1)^{l_n} \cdot c_{l,q} \\
 &= (-1)^{i_k} \cdot (-1)^{h(i,q)} + (-1)^{j_l} \cdot (-1)^{h(j,q)} \\
 &+ (-1)^{k_m} \cdot (-1)^{h(k,q)} + (-1)^{l_n} \cdot (-1)^{h(l,q)}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

여기서

$$c_{p,q} = (-1)^{h(p,q)}, \tag{7}$$

이고

$$\begin{aligned}
 h(p,q) &= \left(\sum_{n=0}^3 p_n \cdot q_n \right) \text{mod } 2 \\
 &\equiv \bigoplus_{n=0}^3 (p_n \cdot q_n) \\
 &= (p_3 \cdot q_3) \oplus \dots \oplus (p_0 \cdot q_0),
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

이며 p_n 과 q_n 은 행 인덱스 p 와 열 인덱스 q 를 이진수로 표현했을 때 각각의 비트를 의미한다(즉 $p = (p_3, p_2, p_1, p_0)_2$) 모든 $c_{p,q}$ 를 이용하여 아래와 같은 Walsh-Hadamard 행렬로 불리는 $16 \times 16 (= 2^4 \times 2^4)$ 차원의 직교 부호 $H_{16 \times 16}$ 가 만들어진다.

$$\begin{aligned}
 H_{16 \times 16} &= [c_{p,q}]_{\substack{p=0,\dots,15 \\ q=0,\dots,15}} \\
 &= [(-1)^{h(p,q)}]_{\substack{p=0,\dots,15 \\ q=0,\dots,15}} = \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_{15} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} c_{0,0} & c_{0,1} & \dots & c_{0,15} \\ c_{1,0} & c_{1,1} & \dots & c_{1,15} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{15,0} & c_{15,1} & \dots & c_{15,15} \end{pmatrix}.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

여기서 아래와 같은 방정식을 생각해보자

$$\begin{aligned}
 &h(i,q) \oplus h(j,q) \oplus h(k,q) \oplus h(l,q) \\
 &= \{(0 \cdot q_3) \oplus (0 \cdot q_2) \oplus (i_1 \cdot q_1) \oplus (i_0 \cdot q_0)\} \\
 &\oplus \{(0 \cdot q_3) \oplus (1 \cdot q_2) \oplus (j_1 \cdot q_1) \oplus (j_0 \cdot q_0)\} \\
 &\oplus \{(1 \cdot q_3) \oplus (0 \cdot q_2) \oplus (k_1 \cdot q_1) \oplus (k_0 \cdot q_0)\} \\
 &\oplus \{(1 \cdot q_3) \oplus (1 \cdot q_2) \oplus (l_1 \cdot q_1) \oplus (l_0 \cdot q_0)\} \\
 &= (0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1) \cdot q_3 \oplus (0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1) \cdot q_2 \\
 &\oplus (i_1 \oplus j_1 \oplus k_1 \oplus l_1) \cdot q_1 \oplus (i_0 \oplus j_0 \oplus k_0 \oplus l_0) \cdot q_0 \\
 &= (i_1 \oplus j_1 \oplus k_1 \oplus l_1) \cdot q_1 \oplus (i_0 \oplus j_0 \oplus k_0 \oplus l_0) \cdot q_0.
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

(10)식에서 만일 아래와 같은 조건을 가정하자

$$(i_1 \oplus j_1 \oplus k_1 \oplus l_1) = (i_0 \oplus j_0 \oplus k_0 \oplus l_0) = 0. \quad (11)$$

아래의 방정식을 얻을 수 있다

$$h(i, q) \oplus h(j, q) \oplus h(k, q) \oplus h(l, q) = 0. \quad (12)$$

위의 식은 $h(i, q)$, $h(j, q)$, $h(k, q)$ 와 $h(l, q)$ 의 값 중 1의 개수가 항상 짝수개 임을 의미한다 그러므로 $h(i, q)$, $h(j, q)$, $h(k, q)$ 와 $h(l, q)$ 사이의 관계는 다음과 같이 표현될 수 있다

$$\begin{aligned} h(i, q) &= h(j, q), \quad h(k, q) = h(l, q), \quad or \\ h(i, q) &= h(k, q), \quad h(j, q) = h(l, q), \quad or \\ h(i, q) &= h(l, q), \quad h(j, q) = h(k, q), \end{aligned} \quad (13)$$

그리고 다른 방식으로 표현하면 다음과 같다

$$\begin{aligned} \alpha &\equiv (-1)^{h(i, q)} = (-1)^{h(j, q)} = \pm 1, \\ \beta &\equiv (-1)^{h(k, q)} = (-1)^{h(l, q)} = \pm 1, \quad or \\ \alpha &\equiv (-1)^{h(i, q)} = (-1)^{h(k, q)} = \pm 1, \\ \beta &\equiv (-1)^{h(j, q)} = (-1)^{h(l, q)} = \pm 1, \quad or \\ \alpha &\equiv (-1)^{h(i, q)} = (-1)^{h(l, q)} = \pm 1, \\ \beta &\equiv (-1)^{h(j, q)} = (-1)^{h(k, q)} = \pm 1. \end{aligned} \quad (14)$$

(14)식을 (6)식에 대입하면 CABM 변조 신호의 q 번째 칩은 아래와 같이 표현될 수 있다

$$\begin{aligned} -s_q &= [(-1)^b + (-1)^b] \cdot \alpha \\ &+ [(-1)^b + (-1)^b] \cdot \beta, \quad or \\ &[(-1)^b + (-1)^b] \cdot \alpha \\ &+ [(-1)^b + (-1)^b] \cdot \beta, \quad or \\ &[(-1)^b + (-1)^b] \cdot \alpha \\ &+ [(-1)^b + (-1)^b] \cdot \beta. \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 추가적으로 아래와 같은 식을 가정하자

$$i_* \oplus j_* \oplus k_* \oplus l_* = 1. \quad (16)$$

그러면 아래와 같은 방정식들을 얻을 수 있다

$$\begin{aligned} (i_* \oplus j_*, k_* \oplus l_*) &= (1, 0) \quad or \quad (0, 1), \quad or \\ (i_* \oplus k_*, j_* \oplus l_*) &= (1, 0) \quad or \quad (0, 1), \quad or \\ (i_* \oplus l_*, j_* \oplus k_*) &= (1, 0) \quad or \quad (0, 1). \end{aligned} \quad (17)$$

또는 등가적으로 아래와 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &((-1)^{i_*} + (-1)^{j_*}, (-1)^{k_*} + (-1)^{l_*}) \\ &= (0, \pm 2) \quad or \quad (\pm 2, 0), \\ &or \quad ((-1)^{i_*} + (-1)^{k_*}, (-1)^{j_*} + (-1)^{l_*}) \\ &= (0, \pm 2) \quad or \quad (2, 0), \\ &or \quad ((-1)^{i_*} + (-1)^{l_*}, (-1)^{j_*} + (-1)^{k_*}) \\ &= (0, \pm 2) \quad or \quad (\pm 2, 0). \end{aligned} \quad (18)$$

(18)을 (15)에 대입하면 q 번째 칩은 아래와 같이 다시 표현될 수 있다

$$-s_q = \pm 2. \quad (19)$$

따라서 (11)과 (16)의 조건하에서 최종 CABM 변조 신호는 항상 2의 진폭을 가짐을 알 수 있다 결국 식 (11)으로 부터 데이터 비트에 대한 정 진폭 부호화의 조건은 아래와 같음을 알 수 있다

$$\begin{aligned} l_1 &= i_1 \oplus j_1 \oplus k_1, \\ l_0 &= i_0 \oplus j_0 \oplus k_0. \end{aligned} \quad (20)$$

그리고 (16)로 부터 극성 비트에 대한 정 진폭 부호화의 조건은 아래와 같음을 알 수 있다

$$l_* = \overline{i_* \oplus j_* \oplus k_*}. \quad (21)$$

참 고 문 헌

- [1] H. Holma and A. Toskala, WCDMA for UMTS : Radio Access for Third Generation Mobile Communications, John Wiley & Sons, 2000.
- [2] I. Chih-lin and R. D. Gitlin, "Multi-code CDMA Wireless Personal Communications Networks," in Proc. ICC95, pp. 1060-1064, 1995.
- [3] N. Guo and L. B. Milstein, "On Rate-variable Multidimensional DS/SSMA with Dynamic Sequence Sharing," IEEE J. Select. Areas Commun., Vol. 17, No. 5, pp. 902-917, May. 1999.
- [4] N. Guo and L. B. Milstein, "Uplink Performance Evaluation of Multi-code DS/CDMA Systems in the Presence of Nonlinear Distortions," IEEE J. Select. Areas Commun., Vol. 18, No. 8, pp. 1418-1428, Aug. 2000.

