

# 영역 병합을 이용한 웨이블릿 잡음 제거

정회원 엄 일 규\*, 김 유 신\*\*

## Wavelet Denoising Using Region Merging

Il kyu Eom\*, Yoo shin Kim\*\* *Regular Members*

### 요 약

본 논문에서는 영역 병합 방법을 사용하여 가변하는 국부 적응 창 크기를 결정하는 새로운 알고리즘을 제안한다. 잡음 제거를 위한 한 점을 포함하고 있는 영역은 중복되지 않게 부분 영역으로 분할된다. 적절한 부분 영역을 선택하여 잡음 제거를 위한 국부 적응 창을 결정한다. 제안 방법에서는 거의 임의의 모양을 가지는 창을 얻을 수 있다. 모의실험결과에서 제안 방법이 다른 웨이블릿 기반 잡음 제거 방법보다 우수함을 보인다.

### ABSTRACT

In this paper, we propose a novel algorithm for determining the variable size of locally adaptive window using region-merging method. A region including a denoising point is partitioned to disjoint sub-regions. Locally adaptive window for denoising is obtained by selecting proper sub-regions. In our method, nearly arbitrarily shaped window is achieved. Experimental results show that our method outperforms other critically sampled wavelet denoising scheme.

### I. 서 론

잡음제거, 필터링과 같은 영상 처리 응용분야는 신호 또는 잡음의 분산에 대한 지식을 요구한다. 일반적으로 분산에 대한 지식이 없으므로 데이터로부터 분산을 추정하는 방법을 사용한다. 잡음제거 분야에서는 분산이 특별한 확률분포에 의해 규정된다고 가정하고 분산에 대한 추정을 수행하며 분산 국부 적응 창(locally adaptive window)에 의해 추정된다. 이 방법은 다양한 잡음제거 방법에 일반적으로 사용되며 적은 계산량으로 효과적인 잡음 제거 결과를 보여준다.

최근 들어 웨이블릿 변환 영역에서 계수의 분산을 추정하여 잡음 제거에 적용하는 방법들이 많이 보고 되고 있다<sup>1-5</sup>. 이러한 국부 분산의 추정은 적응 Wiener 잡음 제거 방법에서 처음 개발되었다. 잡음 신호로부터 신호의 분산을 정확하게 추정하기 위해서는 통계모델을 설정하는 것이 중요하다. 실질

적으로 Wiener 필터는 신호의 분산을 추정함으로써 이루어진다. 잡음제거를 위한 은닉 마코프 모델<sup>6-8</sup> 등과 같은 보다 복잡한 모델은 웨이블릿 계수의 공간적 의존도를 이용하고 있다.

일반적으로 웨이블릿 계수에 대한 분산은 추정은 웨이블릿 계수의 주변 이웃 계수들에 근거하여 수행된다. 웨이블릿 계수가 국부적으로 유사한 특성을 가지면 분산을 추정하기 위해 넓은 범위의 이웃 영역을 설정하는 것이 유리하다. 반면에, 분산을 추정하기 위한 이웃 영역의 범위가 커질수록 추정의 정확도가 떨어지는 단점이 있다<sup>4</sup>. 이것은 웨이블릿 계수에 대한 분산을 추정하기 위해서는 적절한 이웃 영역의 설정이 필요하다는 것을 의미한다. 따라서 분산을 추정하기 위해 국부적으로 변하는 창을 이용한 방법이 효과적이다<sup>4,10-13</sup>.

영상의 잡음을 제거하기 위해 부트스트랩(bootstrap) 방법을 이용하여 적응적인 창에 근거한 분산 추정 방법이 제안되었다<sup>4</sup>. Chang 등<sup>10</sup>은 변하는

\* 밀양대학교 정보통신공학부(ikcom@mnu.ac.kr), \*\* 부산대학교 컴퓨터 및 정보통신 연구소(kimys@pusan.ac.kr)  
논문번호 : KICS2004-08-134, 접수일자 : 2004년 8월 10일

창과 내용 모델을 이용한 웨이블릿 임계화 방법을 제안하였다. 영역 확장을 이용하여 적응적인 정방향 창을 사용하는 잡음 제거 방법<sup>[11]</sup>이 제안되었고, 화소의 표준편차를 이용하여 적응적 저대역 통과를 사용한 방법<sup>[13]</sup> 또한 보고 되었다. 컴퓨터 비전에 사용하기 위하여 화소단위의 처리를 기반으로 하는 무정형의 창을 결정하는 방법이 사용되었다<sup>[2]</sup>. [12]의 방법을 제외한 방법들은 모두 정방향 또는 직사각형의 형태를 가지는 가변 창을 사용하는 잡음 제거 방법으로 볼 수 있다

본 논문에서는 영역 병합을 사용하여 분산을 추정을 위한 이웃 영역의 범위를 결정하는 방법을 제안한다. 제안 방법은 먼저 분산을 추정할 웨이블릿 계수의 영역을 설정하고, 이 영역을 분할한다. 분할된 영역은 분산의 동질성 척도를 사용하여 병합된다. 제안된 방법을 사용하면 비정방향의 이웃 영역을 설정할 수 있는 장점이 존재한다. 실험 결과에서 본 논문의 방법이 기존의 잡음 제거 방법보다 우수한 PSNR을 보인다는 것을 알 수 있었다

본 논문은 다음과 같이 구성된다. II 장에서는 웨이블릿 영역에서 국부 적응 창을 가지는 잡음 제거 방법을 기술하고, III 장에서는 영역 분할을 이용한 비정방향 창을 가지는 잡음 제거 방법을 제시한다. IV 장에서는 잡음 영상에 대하여 제안 방법과 기존 방법들과의 성능 비교를 통하여 제안 방법의 우수성을 보이고 V 장에서 결론 및 앞으로의 연구 방향을 서술한다.

## II. 국부 적응 창을 가지는 잡음 제거

잡음 영상은 일반적으로 다음과 같이 모델링될 수 있다.

$$o = v + n \quad (1)$$

여기서  $o$ 는 관찰된 영상,  $v$ 는 원 영상,  $n$ 은 분산이  $\sigma_n^2$ 이고 평균이 0인 백색 가우스 잡음을 나타낸다. 관찰된 영상  $o$ 를 웨이블릿 변환하면 잡음 영상은 다음과 같다

$$y = w + n \quad (2)$$

여기서  $y$  및  $w$ 는 각각 웨이블릿 영역에서 관찰된 영상과 원 영상을 나타낸다. 관찰된  $y$ 에서  $w$ 를 추정하는 것이 잡음 제거의 목적이 된다.  $y$  및

$w$ 를 랜덤 변수로 보고  $y_k, w_k$ 를 각각 랜덤 변수에 대한 현실화된 값으로 가정하면 식 (2)에 대한 Bayesian 추정은 다음과 같다

$$\hat{w}_k(y_k) = \arg \max_w p_{wy}(w_k|y_k) \quad (3)$$

식 (3)을 다시 정리하면

$$\begin{aligned} \hat{w}_k(y_k) &= \arg \max [p_{yw}(y_k|w_k) \cdot p_w(w_k)] \\ &= \arg \max [p_n(y_k - w_k) \cdot p_w(w_k)] \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)에 의해서 웨이블릿 계수에 대한 확률분포 함수  $p_w(w_k)$ 와 잡음에 대한 확률분포 함수  $p_n(n)$ 을 알고 있어야 한다. 위의 식은 최대값을 구하는 것이기 때문에 각 확률분포 함수에 log를 취하여 최대값을 구하는 것과 동일하다. 따라서 식 (4)를 다음과 같이 표현할 수 있다

$$\hat{w}_k(y_k) = \arg \max [ \log(p_n(y_k - w_k)) + \log(p_w(w_k)) ] \quad (5)$$

각 웨이블릿 계수가 서로 독립적인 가우스 확률분포 함수를 가진다고 가정하면 식(5)는 다음과 같다.

$$\hat{w}_k(y_k) = \arg \max_w [ -\frac{(y_k - w_k)^2}{2\sigma_n^2} + \log(p_w(w_k)) ] \quad (6)$$

식 (6)을  $w_k$ 에 대하여 미분을 취하고 그 값을 0으로 두면 최대값을 구할 수가 있다. 즉,

$$\frac{y_k - \hat{w}_k}{\sigma_n^2} - \hat{w}_k / (\sigma_k)^2 = 0 \quad (7)$$

따라서 추정치는 다음과 같다

$$\hat{w}_k(y_k) = \frac{\sigma_k^2}{\sigma_k^2 + \sigma_n^2} \cdot y_k \quad (8)$$

관찰된 웨이블릿 계수로부터 잡음이 제거된 계수를 구하기 위해서는 잡음이 섞이지 않은 웨이블릿 계수에 대한 분산  $\sigma_k^2$ 을 정확하게 추정하는 것이 필요하다. 이를 위해서 일반적으로 웨이블릿 계수가 서로 독립적인 가우스 분포를 가진다고 가정하고 그림 1과 같이 이웃 웨이블릿 계수를 이용하여 ML

(Maximum likelihood) 추정법을 이용하여 구한다<sup>11</sup>. 하나의 웨이블릿 계수  $w_k$ 에 대한 분산을 추정하기 위하여 이웃 영역의 집합  $c(k)$ 를 설정한다. 이웃 영역의 개수를  $|c(k)|$ 라 하면 분산은 다음과 같이 구할 수 있다. 즉,

$$\sigma_k^2 = \left( \frac{1}{|c(k)|} \sum_{m \in c(k)} y_m^2 - \sigma_n^2 \right)_+ \quad (9)$$

식 (9)에서  $(h)_+$  연산은  $h < 0$  일 때  $h=0$ 의 값을 가지고  $h \geq 0$  일 때는 그대로 값을 할당하는 연산이다. 이 방법은 각 웨이블릿 계수에 대하여 적은 계산량으로 분산을 추정할 수 있는 장점이 있지만  $c(k)$ 를 결정함에 있어서 고정된 크기의 창을 사용한다. 또한 정방형의 창을 사용하기 때문에 영상의 국부적 특성을 반영하지 못하는 단점이 존재한다

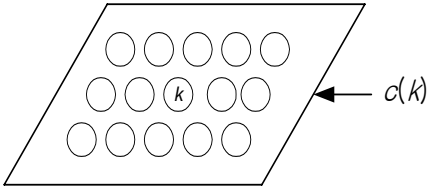


그림 1. 분산을 구하기 위한 웨이블릿 계수의 이웃 영역

그림 1과 같이 분산을 구하기 위한 웨이블릿 계수의 이웃 영역은 정제적(stationary) 특성을 고려하여 적절하게 선택하는 것이 바람직하다. 즉, 비슷한 분산을 가지는 영역에서는 많은 이웃을 설정하여 분산을 구하고, 예지 영역과 같이 분산의 동질성이 보장되지 않는 영역에서는 적은 수의 이웃 계수를 이용하여 분산을 추정하는 것이 유리하다

### III. 영역 병합을 이용한 잡음 제거

본 논문의 목적은 잡음 제거를 위하여 각 웨이블릿 계수에 대한 분산을 정확히 측정하는 것이다. 영상은 배경 예지, 텍스처 등과 같은 다양한 영역으로 구성되어 있다. 따라서 일반적으로 사용하는 정방형의 창은 배경을 제외한 영역에 대해서는 정확한 분산을 추정하기 힘든 단점을 가지고 있다. 이러한 단점을 극복하기 위해 본 논문에서는 분산을 구하기 위한 영역을 분할하고 분할된 영역을 병합하는 방법을 사용하여 비정방형의 영역을 설정하는 방법을 제시하고자 한다.

하나의 웨이블릿 계수  $w_k$ 를 포함하는 하나의 영역을  $R_k$ 라 하고, 이 영역은 그림 2와 같이  $Q$ 개의 영역으로, 즉  $r_{k,0}, r_{k,1}, \dots, r_{k,Q-1}$  분할된다고 가정한다. 분할된 영역은 다음과 같은 특성을 가진다

$$r_{k,i} \cap r_{k,j} = \Phi, \quad \bigcup_{i=0}^{Q-1} r_{k,i} = R_k \quad (10)$$

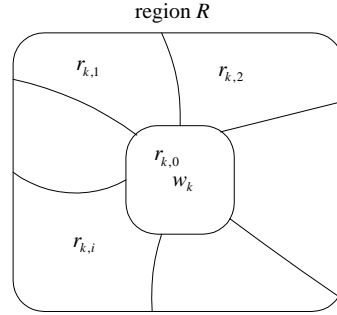


그림 2.  $w_k$ 를 포함하는 영역  $R_k$ 의 분할 예

즉, 각 영역은 서로 중복되지 않으며(disjoint), 각 영역의 합은 전체 영역과 같다. 또한 부분 영역  $r_{k,0}$  잡음 제거를 위한 웨이블릿 계수  $w_k$ 를 포함하고 있다.

만약  $w_k$ 를 포함한 영역이 배경을 나타내는 부분이라면,  $r_{k,0}$ 와 나머지 부분 영역들은 거의 같은 분산을 가질 것이다. 반대로,  $w_k$ 를 포함한 영역이 예지 또는 텍스처 영역이라면, 각 부분 영역마다 서로 다른 분산을 가질 것이다. 본 논문에서는 각 부분 영역에 대한 분산을 구하고 이를 이용하여  $w_k$ 의 잡음을 제거하기 위해 사용되는 최종 영역 즉 비정방형 창을 구하는 방법을 제안 한다. 즉, 식 (10)과 같이 분할된 영역은 다음과 같은 분산의 동질성 척도  $h_{k,q}$ 를 이용하여 병합된다.

$$h_{k,q} = \frac{|\sigma_{k,q}^2 - \sigma_{k,0}^2|}{\sigma_{k,0}^2}, \quad q=0, 1, \dots, Q-1 \quad (11)$$

여기서  $\sigma_{k,q}^2$ 은 영역  $r_{k,q}$ 은 국부 분산이며 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_{k,q}^2 = \frac{1}{|c_q(k)|} \sum_{y_m \in c_q(k)} y_m^2 \quad (12)$$

여기서  $c_q(k)$ 는 영역  $r_{k,q}$ 에 속하는 모든 웨이블릿

릿 계수이고  $|c_q(k)|$  는  $c_q(k)$ 에 속하는 웨이블릿 계수의 수이다

식 (11)에 의해서 각 부분 영역  $r_{k,i}$ 의 분산과  $r_{k,0}$ 의 분산이 서로 유사한 정도를 구할 수 있다  $m_{k,q}$ 을 영역  $r_{k,0}$ 에 대한 분산  $\sigma_{k,0}^2$ 와 영역  $r_{k,q}$ 에 대한 분산  $\sigma_{k,q}^2$ 이 유사한지를 나타내는 이진 지시자로 다음과 같이 두면

$$m_{k,q} = \begin{cases} 1, & \text{if } h_{k,q} < t_k \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (13)$$

여기서  $t_k$ 는 임의의 문턱값을 나타내며 다음과 같이 정의된다

$$t_k = \beta \cdot 2^{(J-j)}, j=0, \dots, J \quad (14)$$

여기서  $\beta$ 는 스케일 상수이고,  $j=0$ 은 최고주파 스케일을 나타내고,  $j=J$ 는 최저주파 스케일을 나타낸다. 그림 3은  $r_{k,0}$ 와 유사한 특성을 가지는 영역의 예를 나타내고 있다 잡음 제거를 위한 영역은 영상의 특성에 따라 다양하게 설정될 수 있으며 그림 3에서 보는 바와 같이 비정방형 창 형태를 가진다 비정방형 창은 서로 다른  $2^{Q-1}$ 개를 가질 수 있다

잡음을 제거하기 위한 분산은 그림 3의 예와 같이  $m_{k,q}=1$ 이 되는 영역에서 추정된다 따라서  $m_{k,q}=1$ 이 되는 부분 영역만을 사용한 분산의 추정치는 다음과 같이 구할 수 있다

$$\hat{\sigma}_k^2 = \left( \frac{\sum_{q=0}^{Q-1} \sigma_{k,q}^2 \cdot m_{k,q}}{\sum_{q=0}^{Q-1} m_{k,q}} - \sigma_n^2 \right) \quad (15)$$

식 (15)를 식 (8)에 대입하면 웨이블릿 영역에서의 잡음 제거를 다음 식에 의하여 수행할 수 있다

$$\hat{w}_k = \frac{\left( \frac{\sum_{q=0}^{Q-1} \sigma_{k,q}^2 \cdot m_{k,q}}{\sum_{q=0}^{Q-1} m_{k,q}} - \sigma_n^2 \right)}{\left( \frac{\sum_{q=0}^{Q-1} \sigma_{k,q}^2 \cdot m_{k,q}}{\sum_{q=0}^{Q-1} m_{k,q}} + \sigma_n^2 \right)} \cdot y_k \quad (16)$$

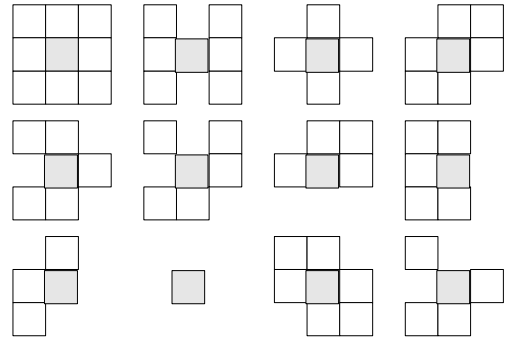


그림 3. 다양한 형태의 비정방형 창

#### IV. 모의실험 및 결과

제안된 영상 잡음 제거 방법을 이용하여 표준 영상(Lena, Barbara:8bpp)에 대하여 Daubechies 8-탭 직교 웨이블릿 필터(D8)<sup>[6]</sup>로 5번의 웨이블릿 변환을 하여 모의실험을 하였다 가우스 백색 잡음은 MATLAB의 randn 함수를 사용하여  $\sigma_n=10, 15, 20, 25$  만큼 생성하였다 실질적인 잡음 제거를 위해서는 영역의 설정을 정방형으로 하는 것이 계산량의 측면에서 유리하다 따라서 본 논문에서는 분산을 추정하기 위한 영역을 9개의  $3 \times 3$  영역으로 설정하였다. 이 때  $Q=9$ 이기 때문에 256개의 서로 다른 형태의 창이 존재한다 또한 분산의 을 판단하기 위한 문턱값의 계수를  $\beta=0.1$  으로 설정하였다

표 1은 Lena 영상에 대하여 제안 방법과 다양한 잡음 제거 방법을 비교한 결과를 나타낸다 표 1에서 보면 제안 방법의 결과가 잡음의 강도가 적을 경우 다른 방법의 결과 보다 우수함을 알 수 있다

표 2는 Barbara 영상에 대하여 제안 방법과 다양한 잡음 제거 방법을 비교한 결과를 나타낸다 Lean

표 1. 다양한 잡음 제거 방법 및 잡음 강도에 대한 잡음 제거된 Lena 영상의 PSNR 값

PSNR/ $\sigma_n$	10	15	20	25
LAWML[1]	34.18	32.11	30.65	29.50
LAWMAP[1]	34.32	32.33	30.90	29.80
Bivariate[2]	34.23	32.32	31.04	29.92
Cai[3]	34.22	32.23	30.85	29.79
[4]	34.39	32.38	30.96	29.84
제안방법	34.49	32.48	31.06	29.94

표 2. 다양한 잡음 제거 방법 및 잡음 강도에 대한 잡음 제거된 Lena 영상의 PSNR 값.

PSNR/ $\sigma_n$	10	15	20	25
LAWML[1]	32.50	30.10	28.50	27.26
LAWMAP[1]	32.60	30.19	28.53	27.24
Bivariate[2]	32.36	32.32	31.04	29.92
Cai[3]	-	-	-	-
[4]	32.67	30.26	28.65	27.43
제안방법	32.73	30.34	28.73	27.50

영상과 마찬가지로 Barbara 영상에 대해서도 제안 방법의 결과가 다른 방법의 결과 보다 우수함을 알 수 있다. Barbara 영상은 복잡한 에지 및 텍스처 성분을 많이 포함하고 있다. 그러므로 영상의 특성에 따라 가변적으로 이웃 계수의 개수를 적용한 경우 잡음의 크기에 관계없이 성능이 개선되었음을 알 수 있다.

그림 4는  $\sigma_n=20$  때, Barbara 영상에 대한 다양한 잡음 제거 방법의 결과이다. 그림 5는  $\sigma_n=20$  Lena 및 Barbara 영상을 확대한 것이다. 그림 4 및 5에서 볼 수 있는 바와 같이 PSNR 뿐만 아니라 주관적인 화질도 우수함을 알 수 있다.



그림 4.  $\sigma_n=20$  때, Barbara 영상에 대한 다양한 잡음 제거 방법의 결과. 왼쪽 위 : LAWML(28.50dB), 오른쪽 위 : LAWMAP(28.53dB), 왼쪽 아래 : Bivariate(28.30dB), 오른쪽 아래 : 제안방법(28.73dB).



그림 5.  $\sigma_n=20$  때, Lena 및 Barbara 영상에 대한 다양한 잡음 제거 방법의 결과. 확대 왼쪽 위 : Lena의 잡음 영상, 오른쪽 위 : Lena의 잡음제거 결과(31.06dB), 왼쪽아래 : Barbara의 잡음 영상, 오른쪽 아래 : Barbara의 잡음제거 결과(28.73dB).

## V. 결 론

본 논문에서는 영역 병합 방법을 사용하여 국부적으로 가변 하는 비정방형 창의 결정 방법을 제안 하였다. 제안 방법에서는 먼저 분산을 추정할 웨이블릿 계수의 영역을 설정하고, 이 영역을 분할하였다. 분할된 영역은 분산의 동질성 척도를 사용하여 영역의 특성에 따라 다양한 형태로 병합하여 분산의 추정에 사용되었다. 제안된 방법을 사용하면 비정방형의 이웃 영역을 설정할 수 있는 장점이 존재한다. 실험 결과에서 본 논문의 방법이 기존의 잡음 제거 방법보다 우수한 PSNR을 보인다는 것을 알 수 있었다.

## 참 고 문 헌

- [1] M. K. Mihcak, I. Kozintsev, K. Ramchandran, and P. Moulin, "Low-complexity image denoising based on statistical modeling of wavelet coefficients," IEEE Signal Processing Letters, vol.6, pp.300-303, 1999.
- [2] L. Sendur, and I. W. Selesnick, "Bivariate shrinkage with local variance estimation," IEEE Signal Processing Letters, vol.9, no.12,

pp.438-441, 2002.

[3] Z. Cai, T. H. Cheng, C. Lu, and K. R. Subramanian, "Efficient wavelet-based image denoising algorithm," *Electronics Letters*, vol.37, no.11, pp.683-685, 2001.

[4] M. K. Mihcak, I. Kozintsev, K. Ramchandran, "Spatially adaptive statistical modeling of wavelet image coefficients and its application to denoising," *Proc. IEEE Int. Conf. Acous., Speech and Signal Processing*, vol.6, pp. 3253-3256, 1999.

[5] J. Liu and P. Moulin, "Image denoising based on scale-space mixture modeling of wavelet coefficients," *Proc. IEEE Int. Conf. on Image Processing*, Kobe, Japan, 1999.

[6] M. S. Crouse, R. D. Nowak, and R.G. Baraniuk, "Wavelet-based statistical signal processing using hidden Markov models," *IEEE. Trans. Image Processing*, vol.46, pp. 886-902, 1998.

[7] J. K. Romberg, H. Choi, and R. G. Baraniuk, "Bayesian tree-structured image modeling using wavelet-domain hidden Markov models," *IEEE. Trans. Image Processing*, vol.10, pp. 1056-1068, 2001.

[8] H. Choi, J. Romberg, R. Baraniuk, and N. Kingsbury, "Hidden Markov tree modeling of complex wavelet transforms," *Proc. IEEE Int. Conf. Acous., Speech and Signal Processing*, Istanbul, Turkey, June, 2000.

[9] I. Daubechies, *Ten Lectures on Wavelets*. Philadelphia, PA: SIAM, 1992.

[10] S. G. Chang, B. Yu, and M. Vetteri, "Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denosing," *IEEE. Trans. Image Processing*, vol.9, pp. 1522-1531, 2000.

[11] J. M. Park, W. J.Song, and W. A. Pearlman, "Speckle filtering of SAR images based on adaptive windowing," *IEE Proceedings Vision, Image and Signal Processing*, 146(33), pp.191-197, 1999.

[12] Y. Boykov, P. Veksler, and R. Zabih, "A variable window approach to early vision," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and*

*Machine Intelligence*,, vol.20, no.12, pp.1283-1294. 1998.

[13] P. Balan, and P. M. Mather, "An adaptive filter for removal of noise in interferometrically derived digital elevation models," *IEEE International Symposium on Geoscience and Remote Sensing*, vol.6, pp.2529-2531, 2001.

엄 일 규(Il kyu Eom)

정회원



1990년 2월 부산대학교 전자공학과 졸업  
 1992년 8월 부산대학교 전자공학과 석사  
 1998년 2월 부산대학교 전자공학과 박사  
 1997년 3월~현재 밀양대학교

정보통신공학과 부교수

<관심분야> 통계신호처리, 영상처리, 웨이블릿 변환 신호처리, 신경회로망

김 유 신(Yoo shin Kim)

정회원

한국통신학회 논문지 제27권 6A호 참조  
 현재 부산대학교 전자공학과 교수