

# 시공간 turbo 부호의 성능 분석과 효율적인 복호 알고리즘

준회원 신 나 나\*, 정회원 이 창 우\*\*

## Performance Analysis and Efficient Decoding Algorithm for Space-Time Turbo codes

Na na Shin\*, Chang woo Lee\*\* *Regular Members*

### 요 약

최근 무선 이동통신에서 상대적으로 늘어난 다중 접속자들에 대해 대역폭을 효율적으로 사용하면서도 보다 빠른 데이터 전송률을 지원하기 위해 제안된 시공간 turbo 부호에 대한 연구가 많이 이루어지고 있다. 본 논문에서는 시공간 turbo 부호의 복호 시 요구되는 계산량을 줄이기 위해 사전 정보를 근사화하여 이 정보를 고정 소수점 연산 시 간단하게 구현할 수 있는 복호 알고리즘을 제안하였다. 또한 시공간 turbo 부호의 복호 알고리즘을 고정 소수점 연산을 이용하여 구현하였을 때 성능을 해석하였고 Log-MAP 알고리즘의 성능에 근사하는 효율적인 고정 소수점 구현 방법을 제안하였다. 이 방법을 Log-MAP 알고리즘에 적용하여 성능을 분석하였고 기존의 Log-MAP의 결과에 거의 근접한 성능을 보임을 확인하였다.

**Key Words** : Space-time codes; turbo codes; fixed-point arithmetic

### ABSTRACT

Space-time turbo codes have been studied extensively as a powerful and bandwidth efficient error correction code over the wireless communication environment. In this paper, the efficient algorithm for decoding space-time turbo codes is proposed. The proposed method reduces the computational complexity by approximating a prior information for a iterative decoder. The performance of space-time turbo codes is also analyzed by using the fixed point implementation and the efficient method for approximating the Log-MAP algorithm is proposed. It is shown that the BER performance of the proposed method is close to that of the Log-MAP algorithm.

### I. 서 론

4세대 무선 이동통신시스템에서는 상대적으로 늘어난 다중 접속자들에 대해 대역폭(bandwidth)을 효율적으로 사용하면서도 보다 빠른 데이터 전송률(data rate)을 지원하기 위해 새로운 기술들이 제안되

고 있다. 그 대표적인 기술로 다이버시티(diversity) 기술이 있다. 다이버시티 기술 중에서 시공간 부호화 기술은 다수의 송수신 안테나를 갖는 무선 통신 시스템에서 다이버시티 이득과 부호화 이득을 동시에 얻기 위해 제안되었다. 랭크(rank) 조건과 행렬식(determinant) 조건을 만족하는 시공간 부호를 사용

\* 넥스원퓨처 전자전연구소(NEX1 FUTURE Co.,Ltd., Electronic Warfare R&D Lab),

\*\* 가톨릭대학교 정보통신전자공학부(School of Information, Communications and Electronics Engineering, The Catholic University of Korea) (changwoo@catholic.ac.kr)

논문번호 : KICS2004-08-159, 접수일자 : 2004년 8월 24일

※ 본 논문은 정보통신부의 2003년 정보통신 기초기술 연구 지원 사업으로 수행한 연구결과입니다.

함으로써 최대의 다이버시티 이득과 부호화 이득을 달성할 수 있으며, 부호화된 데이터를 다수의 송신 안테나에 나누어 전송함으로써 높은 데이터 전송률을 달성할 수 있다<sup>[1],[6]</sup>. 한편 오류정정부호인 turbo 부호는 거의 모든 무선 이동 통신에서 사용되는 기술로서 그 성능이 Shannon이 제시하는 이론적 한계 값에 근접하는 우수한 오류정정능력을 보이기 때문에 많은 관심을 받고 있다<sup>[7]</sup>.

최근 시공간 부호와 터보 부호를 결합하는 방법에 대한 많은 연구가 이루어지고 있다. 특히 최대의 다이버시티 이득과 부호화 이득을 달성할 수 있는 시공간 turbo 부호가 제안되었다<sup>[8]</sup>. 한편 다수의 송신 안테나를 통해 동시에 전송된 부호화 비트들이 선형 결합하여 수신되기 때문에 기존의 복호 알고리즘을 사용하면 성능이 저하된다. 이러한 단점을 보완하기 위해서 MAP 알고리즘을 수정한 복호 알고리즘이 제안되었다<sup>[8]</sup>.

본 논문에서는 시공간 turbo 부호를 효율적으로 복호하기 위한 알고리즘을 제안하였다. 제안하는 알고리즘은 기존의 알고리즘의 비해 계산량을 줄인다. 또한 시공간 turbo 부호를 실제 구현하였을 때의 성능을 해석하기 위해서 페이딩 채널 환경에서 고정 소수점 연산(fixed-point arithmetic)을 수행하여 시공간 turbo 복호기의 성능을 해석하였다. 이를 위하여 고정 소수점으로 구현하여 최적의 성능을 가지는 소수점 이하 비트수를 분석한다. 또한 Log-MAP 알고리즘의 Jacobian logarithm 함수를 구현할 때 correction term 부분에 대해 LUT(look up table)를 이용하는 대신 고정 소수점 구현이 가능하고 계산량을 더욱 줄일 수 있는 새로운 함수를 제안하고 성능을 분석하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 시공간 turbo 부호기와 복호 알고리즘에 대해 소개하고 제 3장에서는 고정 소수점을 이용한 시공간 turbo 부호의 복호 알고리즘의 성능을 해석하였다. 그리고 제 4장에서는 Log-MAP 알고리즘의 계산량을 줄이기 위한 새로운 함수를 제안하고 시공간 turbo 부호를 효율적으로 복호하기 위한 알고리즘을 제안하였다. 마지막으로 제 5장에서 결론을 맺는다.

## II. 시공간 turbo 부호

### 2.1 채널 모델

시공간 turbo 부호에서는 M개의 송신 안테나와 N개의 수신 안테나를 사용하는 통신 시스템을 고려한

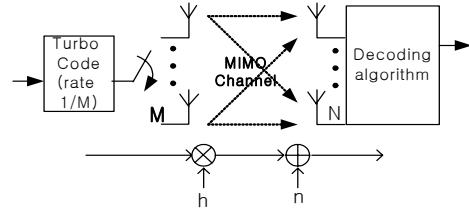


그림 1. 송신기 및 수신기  
Fig 1. Transmitter and receiver

다. 그림 1에 시공간 turbo 부호화된 시스템의 블록도를 보이고 있다. 각 송수신안테나 사이의 채널은 T 심볼 주기 동안 독립이고 분포가 같은(i.i.d) 레일리 페이딩을 갖는다. 이때 송신기에서 채널 부호기에 의해 부호화된 신호들은 변조 후 동시에 M개의 송신안테나를 이용하여 전송되며 이 송신신호에 대한 시간 t (t=1,2,...,T)에서 j 번째 수신안테나에서의 수신신호  $y_t^j$  는 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>[9]</sup>.

$$y_t^j = \sqrt{E_s/M} \sum_{i=1}^M h_{ij} x_t^i + n_t^j, \quad j=1,2,\dots,N \quad (1)$$

여기서  $E_s = E_b/M$ 은 비트 에너지를 송신 안테나의 수로 나눈 심볼 에너지이며,  $x_t^i$ 는 시간 t에서 i(i=1,2,...,M)번째 안테나에서 전송되는 송신신호이다. 그리고  $h_{ij}$ 는 i번째 송신안테나와 j번째 수신안테나 사이의 페이딩 진폭이며,  $n_t^j$ 는 평균이 0이고 분산이  $N_0/2$ 인 가산 백색 가우시안 확률변수이다.

### 2.2 부호기

3개의 안테나를 이용한 시공간 turbo 부호의 부호기의 구조를 그림 2에 도시하였다. 입력 정보와 인터리버에 의해서 재배치된 정보는 각 RSC(Recursive systematic Convolutional) 부호기로 부호화하여 전송한다. 이때 두 번째 RSC 부호기로 부호화된 정보는 다시 디인터리버에 의해 재배치되어 전송된다. 이는 송신안테나를 통해 동시에 전송되는 정보를 복호해야 하는 복호기의 구조를 고려하기 위한 것이다. 시공간 turbo 부호기는 다음과 같은 조건을 만족해야 한다<sup>[8]</sup>. 먼저 그림 2에서 부호화된 정보를 c라고 할 때 c를 식 (2)로 다시 나타낼 수 있다.

$$c = \begin{bmatrix} X(D) \\ X(D)G(D) \\ \pi^{-1}\pi(X(D))G(D) \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 X(D)는 입력 정보를 나타내는 다항식이

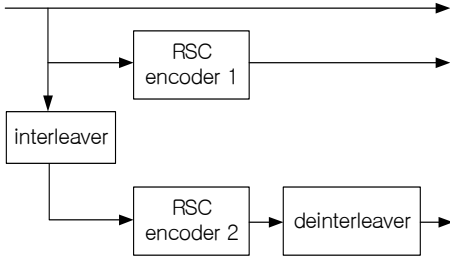


그림 2. 안테나 3개 이용한 부호기  
Fig 2. Encoder using 3 transmit antennas

고,  $G(D)$  는 패리티 비트의 생성 다항식이다. 그리고  $\pi$  는 인터리버이고,  $\pi^{-1}$ 는 디인터리버를 나타낸다. 입력정보를 나타내는 다항식  $X(D)$ 와 두 패리티 정보를 나타내는 다항식  $X(D)G(D)$ ,  $\pi^{-1}\pi(X(D))G(D)$  간에 선형 독립성을 만족시킨다면 식 (3)과 (4)의 관계가 성립한다. 그 결과 식 (2)는 최대의 다이버시티 이득을 가진다.

$$X(D)G(D) \oplus \pi^{-1}(\pi(X(D))G(D)) \neq 0 \quad (3)$$

$$X(D) \oplus X(D)G(D) \oplus \pi^{-1}(\pi(X(D))G(D)) \neq 0 \quad (4)$$

여기서  $\oplus$ 는 모듈러 2 연산이다.

데이터 전송률이 1/2(2개의 안테나를 이용한)인 시공간 turbo 부호의 부호기 구조를 그림 3에 도시하였다<sup>[10]</sup>. 입력정보와 even-odd 인터리버에 의해서 재배치된 정보는 각 RSC 부호기로 부호화한 다음 평처링하여 전송한다. 이때 even-odd 인터리버는 짝수 번째 비트와 홀수 번째 비트를 교환하여 재배치함을 의미한다. 평처링된 터보 부호를 식 (5)와 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$c = \left[ \delta^e[X(D)G(D)] \oplus \pi^{-1}(\delta^e[\pi(X(D))G(D)]) \right] \quad (5)$$

여기서  $\delta^e[\cdot]$ 는 홀수 번째 비트를 평처링하는 것을 의미한다. 또한 열 방향으로 교환을 해도 랭크 조건은 변경되지 않기 때문에 식 (5)를 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$c = \left[ \begin{array}{cc} X^o I & X^o P^o \\ X^e G^o \oplus X^o G^e & X^o P^o G^o \oplus X^e P^e G^e \end{array} \right] \quad (6)$$

여기서  $X^o$ 와  $X^e$ 는 각각 홀수, 짝수 번째 비트 벡터를 나타낸다. 그리고  $P^o$ 와  $P^e$ 는 각 벡터들에 대한 인터리버 행렬을 의미하며  $G^o$ 와  $G^e$ 는 아래

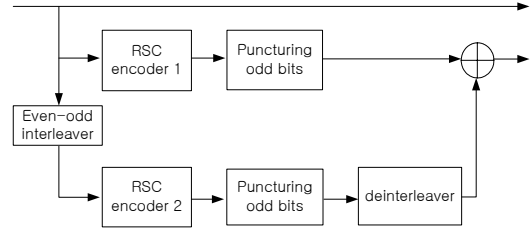


그림 3. 안테나 2개 이용한 부호기  
Fig 3. Encoder using 2 transmit antennas

와 같이 나타낸다.

$$G^o = \begin{bmatrix} g_0 & g_2 & \cdots & g_{l-2} \\ 0 & g_0 & \cdots & g_{l-4} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & g_0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$G^e = \begin{bmatrix} g_1 & g_3 & \cdots & g_{l-1} \\ 0 & g_1 & \cdots & g_{l-3} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & g_1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

식 (6)의 시공간 turbo 부호는 아래의 두 식이 성립한다면 최대 다이버시티 이득을 가진다.

$$X^e(I \oplus G^o) \oplus X^o G^e \neq 0 \quad (9)$$

$$X^o P^o(I \oplus G^o) \oplus X^e P^e G^e \neq 0 \quad (10)$$

여기서  $X^o$ 와  $X^e$ 는 0이 아니다. 최대의 다이버시티 이득을 얻기 위한 하나의 충분조건은 다음과 같다.

$$(X^e \oplus X^o P^o)(I \oplus G^o) \oplus (X^e P^e \oplus X^o)G^e \neq 0 \quad (11)$$

이때 인터리버를 다음 식 (12)로 제한하면 식 (11)은 식 (13)으로 나타낼 수 있다.

$$P^o = (P^e)^{-1} \quad (12)$$

$$(X^e P^e \oplus X^o)(P^o(I \oplus G^o) \oplus G^e) \neq 0 \quad (13)$$

$$W = P^o(I \oplus G^o) \oplus G^e \quad (14)$$

위에서 유도한 과정은 평처링과 차선의 부호화 방법이기 때문에 최대 다이버시티 이득을 가지기 못한다. 이러한 단점을 보완하기 위해서 매 심볼 주기마다 서로 다른 정보 비트들을 같은 안테나에 전송한다. 이를 다음과 같이 나타낸다.

$$c = \begin{bmatrix} X^e I & X^0 P^0 G^0 \oplus X^e P^e G^e \\ X^e G^0 \oplus X^0 G^e & X^0 P^0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

식 (6)을 식 (15)로 변경해도 조건 (9)-(14)는 성립한다. **W**가 선형 독립성을 만족한다면 시공간 터보 부호는 최대 다이버시티 이득을 가진다.

### 2.3 복호기

부호화된 정보들은 각 송신 안테나를 통해 동시에 전송되고 각 수신 안테나를 통해 수신된 비트들은 복호기에 이용되며, 복호기의 사전(a priori), 사후(a posteriori) 정보를 이용하여 반복적 복호 과정을 거친다. 이때 각 트래리스 천이에서 이용할 부호화된 비트들이 선형 결합해서 수신되기 때문에 turbo 부호의 복호 과정에 사용되는 알고리즘을 그대로 사용하지 않고 joint LLR 을 계산해야 한다. 이때 Log- MAP 알고리즘을 사용하면 joint LLR, 순방향 메트릭 로그값  $A_i(s)$ , 역방향 메트릭 로그값  $B_{i-1}(s)$ , 가지메트릭 로그값  $\Gamma_{k(s',s)}$ 은 다음 식으로 계산할 수 있다[8].

$$\begin{aligned} LLR^{(a,b)}(C_t^1, C_t^i) &= \log \frac{P(C_t^1 = a, C_t^i = b)}{P(C_t^1 = -1, C_t^i = -1)} \\ &= \log \left( \frac{\sum_{\substack{(s',s) \\ (c^1, c^i) = (a,b)}} \alpha_{t-1}(s') \gamma_t(s', s, r) \beta_i(s)}{\sum_{\substack{(s',s) \\ (c^1, c^i) = (-1, -1)}} \alpha_{t-1}(s') \gamma_t(s', s, r) \beta_i(s)} \right) \\ &= \max_{(a,b)}^* [A_{t-1}(s') + \Gamma_t(s', s) + B_i(s)] \\ &\quad - \max_{(-1, -1)}^* [A_{t-1}(s') + \Gamma_t(s', s) + B_i(s)] \end{aligned} \quad (16)$$

여기서  $i$ 는 2 혹은 3이고,  $a, b$  는 1 또는 -1값을 나타낸다.

$$A_t(s) = \max_{s_{i-1}}^* [A_{t-1}(s') + \Gamma_t(s', s)] + h_\alpha \quad (17)$$

$$B_{t-1}(s') = \max_{s_{i+1}}^* [B_t(s) + \Gamma_t(s', s)] + h_\beta \quad (18)$$

여기서  $h_\alpha, h_\beta$  은  $A_t(s), B_{t-1}(s)$ 값을 정규화 하기 위해서 사용된 값이고  $\max^*(\cdot)$  부분은 다음과 같은 정의에 의해 계산할 수 있다.

$$\max^*(x,y) = \max(x,y) + f_c(|x-y|) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \gamma_i(s', s) &= P(y_i | c_i^1 = a, c_i^2 = b, c_i^3 = 1) \cdot P(c_i^3 = 1, c_i^1 = a) \\ &\quad + P(y_i | c_i^1 = a, c_i^2 = b, c_i^3 = -1) \cdot P(c_i^3 = 1, c_i^1 = a) \end{aligned} \quad (20)$$

식 (20)의 가지 메트릭의 로그값을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Gamma_i(s', s) &= \max^* (LLR_{ab}^{(a,1)}(c_i^1 = a, c_i^3 = 1) - 1/\sigma^2 d_{c_{i-1}^3}^2, \\ &\quad LLR_{ab}^{(a,-1)}(c_i^1 = a, c_i^3 = -1) - 1/\sigma^2 d_{c_{i-1}^3}^2) \end{aligned} \quad (21)$$

이때  $d_{c_{i-1}^3 = e}$ 는 다음과 같은 식으로 계산된다.

$$\begin{aligned} d_{c_{i-1}^3 = e}^2 &= \sum_{j=1}^N |y_j - \sqrt{E_s}(h_{1,j}(t)a + h_{2,j}(t)b + h_{3,j}(t)e)|^2 \end{aligned} \quad (22)$$

사후 확률은 다음 식을 이용하여 계산할 수 있다.

$$LLR_{ext}^{(a,b)}(c_t^1, c_t^2) = LLR^{(a,b)}(c_t^1, c_t^2) - LLR_{ap}(c_t) \quad (23)$$

이때  $LLR_{ap}(c_t)$  는 이전 복호기에 대한 사전 확률이다.

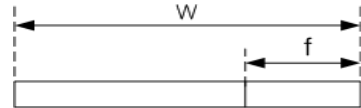


그림 4. 고정소수점 형식의 비트수  
Fig 4. Fixed-point format

### III. 고정 소수점을 이용한 시공간 turbo 부호의 성능분석

그림 4에 도시한 것과 같이  $w$ 는 고정 소수점으로 나타내기 위한 전체 비트수이고  $f$ 는 소수점 이하 비트수라고 할 때 일반적으로 고정 소수점 정보는  $(w,f)$  라고 나타내며 앞으로 이 표현법을 사용한다. 복호기 내의 모든 데이터 값을 고정 소수점을 이용하여 구현할 때 비트수를 적게 할당하면 하드웨어상의 복잡도는 줄어들지만 복호화 성능은 저하된다. 반면 비트수를 많이 할당하게 되면 정확도가 높아져 복호기의 성능은 향상되지만 하드웨어의 복잡도는 커진다. 그러므로 고정 소수점을 이용하여 구현할 때 성능 저하를 줄이기 위해서는 정보의 비트수를 적절하게 선택하는 것이 중요하다<sup>[11]</sup>. 본 논문에서는 2장에서 설명한 시공간 turbo 부호에 대한 복호 알고리즘을 고정 소수점 연산으로 구현했을 때의 성능을 해석한다.

소수점 이하 비트 수는 소수점 이상의 비트 수를 고정할 경우 전체 비트 수에 영향을 주기 때문에 소수점 이하 비트 수의 선택이 중요하다. 먼저 그림 5에 소수점 이하 비트 수 변화에 대해 비트 오류율을 도시하였다. 소수점 이하 비트수가 커짐에 따라 성능이 향상됨을 확인할 수 있다. 소수점 이하 비트수가 2일 때까지는 비트 오류율의 값이 크게 차이를 보이며 향상되나, 2비트 이상부터는 비트 오류 차이가 크지 않기 때문에 소수점 이하 비트 길이를 2로 제한하는 것이 타당하다.

그리고 수신 정보는 사전 정보와 함께 가지 메트릭을 생성하고 가지 메트릭은 복호기 내의 joint LLR 값에 영향을 미치기 때문에 중요하다. 그림 6에 수신 정보에 대해 부호비트를 포함하여 필요한 전체 비트수는 고정하고 소수점 이하 비트수를 변

경하여 Log-MAP 알고리즘의 성능변화를 도시하였다. 실험 결과를 보면 소수점 이하 자리수가 2일 때 실수로나타났을 경우의 성능과 유사함을 확인할 수 있다. (6,1)는 (6,2)보다 소수점 이하 비트 수가 적게 할당 되어 데이터의 정확도가 떨어지고, (6,3)는 (6,2)보다 소수점 이상의 비트 수가 부족하여 오버플로어가 발생할 수 있어 성능이 떨어진다. 앞의 두 실험을 통해 성능을 분석한 결과 고정 소수점 이하 2 비트일 때의 결과가 실수일 때의 결과와 근접함을 확인 하였다.

또한 시공간 turbo 부호의 성능은 반복수, 송수신 안테나 수, 블록 크기 등의 여러 요소에 따라 달라 지는데 이에 대한 성능 변화를 분석할 수 있다. 먼저 소수점 이하 비트 수를 앞의 실험을 통해 2로 고정하고 반복수 변화에 대한 비트 오류율을 그림 7

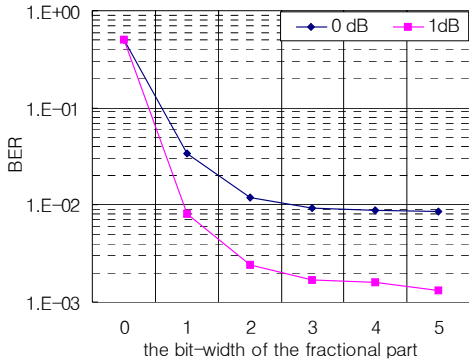


그림 5. 소수점 이하 비트 수 변화에 따른 BER(반복수: 3, 블록크기: 256)  
Fig 5. BER performance as a function of the bit width of the fractional part(iteration: 3, block size: 256)

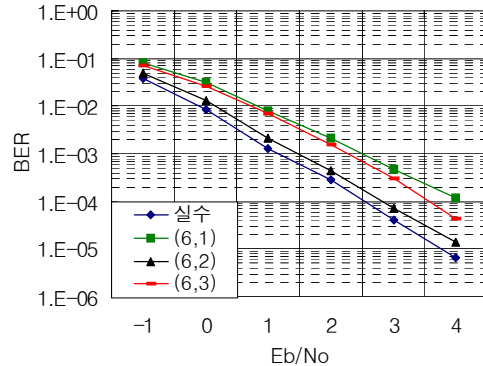


그림 6. 수신 정보의 소수점 이하 비트 수 변화에 따른 BER(반복수: 3, 블록크기: 256)  
Fig 6. BER performance as a function of the bit width of the fractional part with receive information (iteration: 3, block size: 256)

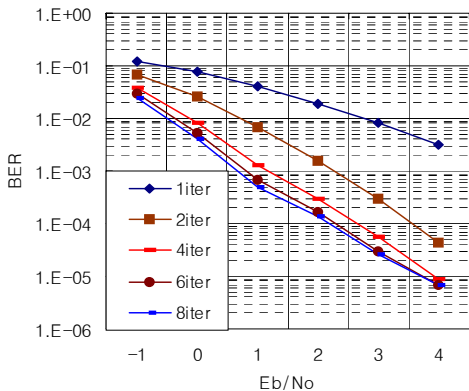


그림 7. 반복수에 대한 BER (블록크기: 256)  
Fig 7. BER performance as the number of iterations(block size: 256)

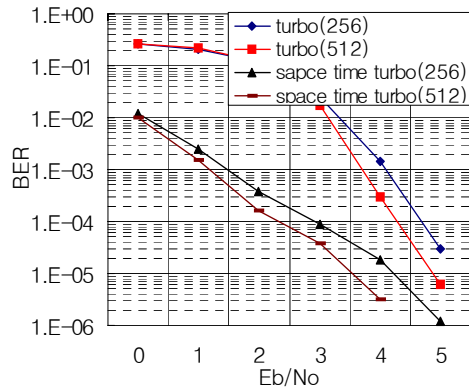


그림 8. 터보 부호와 시공간 터보부호의 성능비교  
Fig 8. Performance comparison of turbo codes and space time turbo codes

에 도시하였다. 반복수가 커짐에 따라 성능이 향상됨을 확인할 수 있다. 인터리버 크기가 256일 경우 반복수가 3일 때까지는 성능향상이 두드러지나 반복수가 4이상부터는 성능 향상이 크지 않음을 확인할 수 있다.

다음에 turbo 부호와 시공간 turbo 부호의 성능을 비교하여 그림 8에 도시하였다. 하나의 안테나를 이용한 turbo 부호가 다수의 송수신 안테나를 이용하여 다이버시티 이득을 얻는 시공간 turbo 부호에 비해 성능 저하가 크게 나타남을 확인할 수 있다. 예를 들어 비트 오류율이  $10^{-4}$ 에서 시공간 turbo 부호가 2dB 정도의 이득을 보이는 것을 확인할 수 있다. 또 블록 크기가 커짐에 따라 성능이 향상됨을 확인할 수 있다.

마지막으로 그림 9와 그림 10은 2장에서 설명한 시공간 turbo 부호의 부호기에 대해 송신 안테나 수를 변화시켜 그에 따른 성능 변화를 보여준다. 그림 9는 송신 안테나 수가 3개인 경우에 대해 수신 안테나 수를 변화시켜 성능을 분석한 것이다. 송신 안테나 수가 3개인 경우 수신 안테나 수가 2개에서 3개로 증가할 때 비트 오류율이  $10^{-3}$ 에서 2.5 dB 정도의 많은 이득을 보이며 수신 안테나 수를 3에서 4로 증가할 경우에는 1.5 dB 정도 이득을 보이는 것을 확인할 수 있다. 그리고 그림 10은 송신 안테나 수가 2개인 경우에 대해 수신 안테나 수를 변화시켜 성능을 분석한 것이다. 송신 안테나 수가 2개인 경우 수신 안테나 수가 2개에서 3개로 증가할 때 비트 오류율이  $10^{-2}$ 에서 2 dB 정도 이득을 보는 것을 확인할 수 있다. 성능 분석 결과 송신 안테나 수와 수신 안테나 수가 증가함에 따라 성능 향상에 많은 영향을 주는 것을 확인할 수 있다. 이는 서로

독립인 다수의 채널을 통과한 신호가 페이딩을 겪는데 그 중에 낮은 페이딩 진폭을 겪는 신호가 있기 때문이다. 즉 복호기가 각 수신 안테나로부터 수신한 신호를 모두 이용하여 복호과정을 수행함으로써 안테나다이버시티 이득을 얻는 것이다.

#### IV. 시공간 turbo 부호를 위한 효율적인 복호 알고리즘

##### 4.1 Log-MAP알고리즘의 효율적인 근사화

Log-MAP 알고리즘을 구현할 때 식 (19)에서  $f_c(\cdot)$  함수 부분의 계산상의 복잡함을 줄이기 위해서 사용할 수 있는 방법으로 LUT를 이용하는 방법이 있다. 본 논문에서는 LUT를 사용하는 대신 고정 소수점 구현이 가능하고 계산량을 더욱 줄일 수 있는 방법을 제안한다. 고정 소수점 연산을 고려하고 성능의 손실을 최소화하는 방향으로 최적화를 수행한 결과 쉬프트 (shift) 연산만으로 구현 가능한 함수를 제안하였다. 제안된 함수  $y(k)$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$y(k) = \begin{cases} 2 - k/4, & 0 \leq k < 8 \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (24)$$

식(24)에서  $y(k)$ 는 식(19)의  $f_c(|x-y|)$ 를 고정 소수점으로 구현한 결과에 근접한 값을 가지는 함수이다. 여기서  $k$ 는  $f_c(\cdot)$  함수의 인자인  $|x-y|$ 를 그림 4에 나타낸 형식의 고정 소수점으로 구현하였을 때 생성되는 정수 값을 나타낸다. 즉  $k$ 는 고정 소수점으로 구현된 복호 과정에서 정수 값으로 나타나는

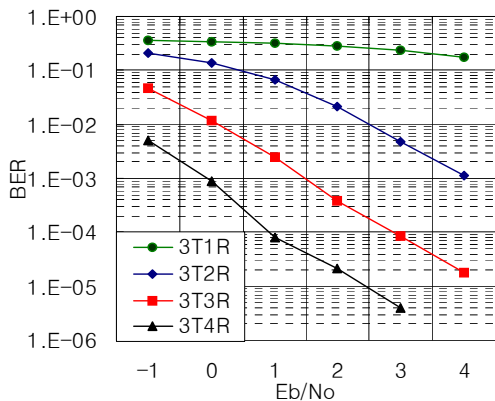


그림 9. 송신안테나수가 3개인 경우 수신안테나 수에 따른 BER  
Fig 9. BER performance as the number of receive antennas with 3 transmit antennas

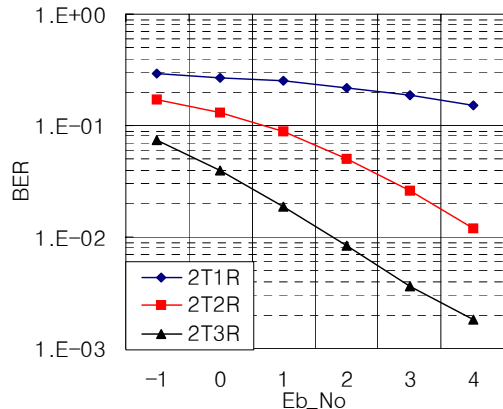


그림 10. 송신 안테나수가 2개인 경우 수신안테나 수에 따른 BER  
Fig. 10. BER performance as the number of receive antennas with 2 transmit antennas



순방향, 역방향 그리고 사후 메트릭 각각의 차의 값에 절대 값을 취한 값이다. 그리고 2는 소수점 이하 2비트를 사용했을 경우  $2^2 \times 0.7$ 을 소수점이하 버림하여 계산된 값이다. 이때 0.7은  $\ln(1 + e^{-lx-y})$ 이 가질 수 있는 최대값에 근사한 값이다.  $y(k)$ 의 출력값은 {2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1} 이고 이것은 {0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.25, 0.25, 0.25, 0.25} 값을 나타낸다. 제안하는 함수는 소수점 이하 2비트를 사용하여 구현한 결과이다.

제안된 기법의 성능을 분석하기 위해서 기존의 Log-MAP, Max-Log-MAP, 고정 소수점 구현이 용이한 제안하는 알고리즘에 대한 모의실험 결과를 그림 11에 나타내었다. 복호기 내의 순방향, 역방향 메트릭은 (13,2), 가지메트릭은 (14,2), 입력으로 들어오는 메트릭은 (6,2)로 할당한다. 그림 11을 살펴보면, 제안한 함수를 사용한 결과는 기존의 Log-MAP의 결과와 거의 근접한 성능을 보이고 Max-Log-MAP 보다는 우수한 성능을 보이는 것을 확인할 수 있다.

다음에 고정 소수점 구현이 용이한 제안하는 알고리즘을 적용하여 송수신 안테나 수를 변화시켜 그에 따른 성능 변화를 그림 12에 나타내었다. 수신 안테나 수가 1개일 경우 송신 안테나 수가 3개와 2개인 경우를 비교해보면 송신 안테나 수가 2개일 때가 3개일 때보다 성능향상이 있다. 이것은 2개의 송신 안테나에서 사용하는 전력의 합을 1개의 안테나로 송신하는 경우와 같게 해야하므로, 송신 안테나 각각에 할당되는 에너지가 작아져 3개인 경우가 2개인 경우보다 에너지 손실이 많이 발생하기 때문이다. 그러나 수신 안테나 수가 2개 이상이 되면 안

테나 다이버시티 이득을 통해 송신 안테나 수가 증가함에 따라 성능이 향상됨을 확인할 수 있다. 예를 들어 비트 오류율이  $10^{-2}$ 인 경우 송신 안테나 수가 3개인 경우가 2개인 경우보다 1.5dB 정도 성능이 향상됨을 확인할 수 있다.

#### 4.2 Joint LLR의 효율적인 계산방법

2.3절에서 제시한 시공간 turbo 부호의 복호기를 고정 소수점 구현 시 효율적으로 구현하기 위해서 다음과 같은 알고리즘을 제안한다. 제안하는 알고리즘은 시공간 turbo 부호의 복호 시 요구되는 계산량을 줄이기 위해서 사전 정보를 근사화하여 joint LLR 값을 구하는 과정을 간단한 알고리즘으로 유도할 수 있다.

먼저 joint LLR을 구하는 과정에서 식 (20)의  $p(c_t^1 = a, c_t^3 = +1)$  (혹은  $p(c_t^1 = a, c_t^3 = -1)$ )을  $0.5 \cdot p(c_t^1 = a)$ 로 근사화하면 이전의 복호알고리즘에 비해서 간단한 알고리즘을 유도할 수 있다.  $p(c_t^1)$ 의 log 값은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\ln(p(c_t^1)) = \frac{c_t^1}{2} \times L_0(c_t^1) + K \quad (25)$$

이때 K 값은 후에 소거되는 상수이고  $L_0(c_t^1)$ 은 이전 복호기에 대한 사전 확률 값이다. 이를 고정 소수점 구현이 용이한 Log-MAP 알고리즘에 근사하는 효율적인 함수인 식 (24)를 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\ln(p(c_t^1 = +1)) = -\ln(1 + e^{-L_0(c_t^1)}) = -y(L_0(c_t^1)) \quad (26)$$

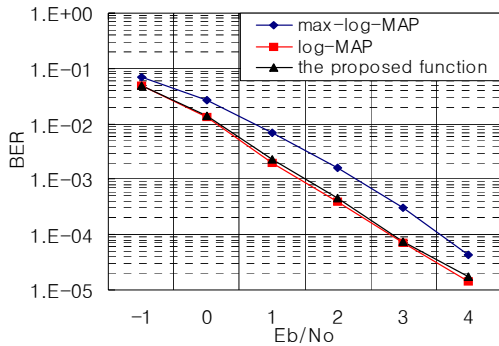


그림 11. 송신 안테나 수가 3개인 경우 제안하는 함수에 대한 BER (반복수: 3, 블록크기: 256)  
Fig 11. BER performance of the proposed function with 3 transmit antennas(iteration: 3, block size: 256)

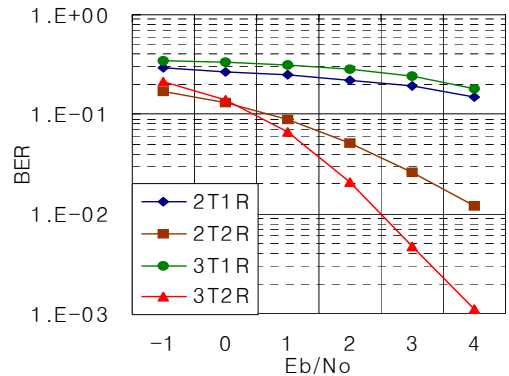


그림 12. 안테나 수에 따른 BER(반복수: 3, 블록크기: 256)  
Fig 12. BER performance as the number of iterations

$$\begin{aligned} \ln(p(c_i^1 = -1)) &= -L_0(c_i^1) - \ln(1 + e^{-L_0(c_i^1)}) \\ &= -L_0(c_i^1) - y(L_0(c_i^1)) \end{aligned} \quad (27)$$

$$\ln(p(c_i^1)) = \begin{cases} -y(L_0(c_i^1)), & c_i^1 = +1 \\ -L_0(c_i^1) - y(L_0(c_i^1)), & c_i^1 = -1 \end{cases} \quad (28)$$

이 경우  $L_0(c_i^1) < 0$  면  $y(L_0(c_i^1))$  대신  $-L_0(c_i^1)$ 을 식 (28)에 대입하여 계산하고  $L_0(c_i^1) > 0$  면 식 (28)을 이용하여 계산한다.

그리고 가지 메트릭은 다음과 같은 식을 이용하여 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Gamma_i(s', s) &= \ln(p(c_i^1)) + \max^* (-1/\sigma^2 d_{c_{i-1}^1}^2, -1/\sigma^2 d_{c_{i-1}^2}^2) \end{aligned} \quad (29)$$

제안한 알고리즘에서는 LLR 값은 joint LLR 값을 구할 필요 없이 다음 식을 이용하여 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} L(c_i^1) &= \max_{c_i^1 = +1}^* [A_{i-1}(s') + \Gamma_i(s', s) + B_i(s)] \\ &\quad - \max_{c_i^1 = -1}^* [A_{i-1}(s') + \Gamma_i(s', s) + B_i(s)] \end{aligned} \quad (30)$$

위에서 설명한 것과 같이 제안한 복호 알고리즘을 사용함으로써 사전 정보, 사후 정보, 그리고 가지 메트릭 값을 계산하는 방법이 이전 turbo 부호의 복호 과정에서 사용했던 방법과 유사하다. 그 결과

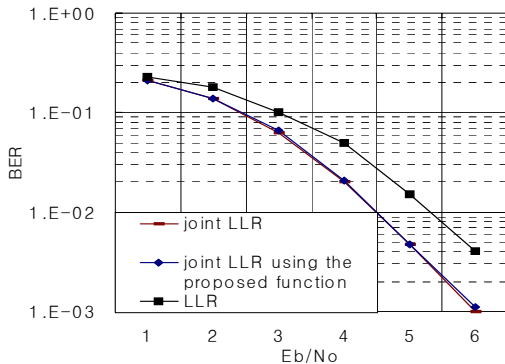


그림 13. 제안하는 복호 알고리즘에 대한 BER (반복수: 3, 블록 크기: 256)  
Fig 13. BER performance of the proposed algorithm (iteration: 3, block size:256)

시공간 turbo 부호의 복호 시 요구되는 계산과정의 복잡함은 줄어든다.

제안한 효율적인 복호 알고리즘을 적용하여 그에 따른 성능 변화를 그림 13에 나타내었다. 이때 송신 안테나 수는 3개 이고 수신 안테나 수는 2개이다. 이전 복호 알고리즘을 사용한 결과와 비교하여 제안하는 복호 알고리즘을 사용한 결과가 다소 낮은 성능을 보인다. 하지만 제안하는 알고리즘은 기존의 알고리즘에 비해 joint LLR 값을 구할 필요 없이 LLR 값을 사용하기 때문에 계산량을 줄인다.

마지막으로 그림 14는 제안한 복호 알고리즘을 적용한 시공간 turbo 부호의 수신 안테나 수를 변화시켜 그에 따른 성능 변화를 보여준다. 송신 안테나 수가 3개일 때 수신 안테나 수가 2개에서 3개로 증가할 때 비트 오류율이  $10^2$  에서 2.3 dB 정도의 많은 이득을 보이는 것을 확인 할 수 있다. 이는 복호기가 각 수신 안테나로부터 수신한 신호를 모두 이용하여 복호과정을 수행함으로써 안테나다이버시티 이득을 얻는 것이다.

## V. 결론

본 논문에서는 레일리 페이딩 채널에서 시공간 turbo 부호를 복호하기 위한 Log-MAP 알고리즘을 고정 소수점 연산을 이용하여 구현하였을 때 성능을 해석하고 소수점 이하 비트수가 2 이상일 때 성능이 부동 소수점 연산에 근접함을 입증하였다. 그리고 Log-MAP 알고리즘의 계산상의 복잡함을 줄이기 위해서 사용 할 수 있는 방법으로 LUT를 사용하는 방법 대신 고정 소수점 연산을 이용하여 간

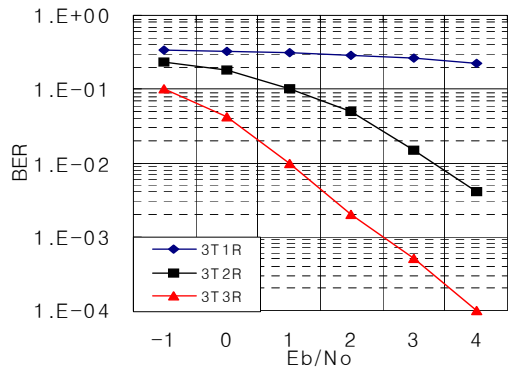


그림 14. 수신 안테나 수에 따른 제안하는 알고리즘의 BER (반복수:3, 블록 크기: 256)  
Fig 14. BER performance of the proposed algorithm as the number of receive antennas



략하게 구현할 수 있는 방법을 제안하였다. 제안한 함수는 고정 소수점 연산을 고려하고 성능의 손실을 최소화하는 방향으로 최적화를 수행한 결과 쉬프트(shift) 연산만으로 구현 가능하다. 이 방법은 기존의 Log-MAP 알고리즘의 성능과 근접하는 성능을 보임을 입증하였다. 또한 시공간 turbo 부호를 효율적으로 복호하기 위한 알고리즘을 제안하였다. 제안하는 알고리즘은 시공간 turbo 부호의 복호 시 요구되는 계산량을 줄이기 위해 사전 정보를 근사화하여 이 정보를 고정 소수점 연산 시 간단하게 구현할 수 있는 복호 알고리즘이다.

참 고 문 헌

[1] S. M Alamouti, "A simple transmitter diversity scheme for wireless communications," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 16, pp.1451- 1458, Oct. 1998.

[2] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time block codes from orthogonal designs," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, no. 5, pp. 1456-1467, July 1999.

[3] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for wireless communication: performance results," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol 17, no. 3, pp, 451-460, Mar. 1999

[4] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction," *IEEE Trans, Inform, Theory*, vol 44, no. 2, pp, 744-765, Mar. 1998

[5] V. Tarokh, A. Naguib, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion in the presence of channel estimation errors, mobility, and multiple paths," *IEEE Trans, Commun.*, vol 47, no. 2, pp, 199-207, Feb. 1999

[6] A. R. Hammons and H. E. Gamal, "On the theory of space-time codes for PSK modulation," *IEEE Trans. inform. theory*, vol. 46, no. 2, pp. 524-542, Mar. 2000.

[7] Claude Berrou, Alain Glavieux, and Punya Thitimajshima, "Near Shannon Limit Error-Correcting coding and decoding :Turbo-codes(1)," in *Proc. ICC*, Geneva, Switzerland, May 1993.

[8] H. J. Su and E. Geraniotis, "Space-time turbo codes with full antenna diversity," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, pp. 47-57, Jan. 2001.

[9] Investigation of MTMR Transceiver Architectures, IST-2000-30116 FITNESS

[10] Kojima, C, Saba, T. "Improvement of BP-SK space-time turbo code with full antenna diversity," *Proc., IEEE ICC 2002*, pp.1625-1629, May 2002.

[11] G. Montorsi, and S. Benedetto, "Design of Fixed-Point Iterative Decoders for Concatenated Codes with Interleavers," *IEEE J. on Select. Areas in Commun.*, vol. 19, no. 5, May 2001.

신 나 나(Na na Shin)

준회원



2003년 2월 가톨릭대학교 컴퓨터·전자공학부(공학사)  
 2003년 3월~현재 가톨릭대학교 컴퓨터공학과 정보통신전공 석사과정  
 2004년 12월~현재 넥스원퓨터 전자전연구소 연구원

<관심분야> 영상통신, turbo codes 및 space-time codes

이 창 우(Chang woo Lee)

정회원

현재 가톨릭대학교 정보통신전자공학부 부교수  
 <관심분야> 영상 통신, 터보 부호, 영상 압축