

# 충격성 잡음의 이동 평균 모형에서 약신호 검파

준회원 김인중\*, 이주미\*, 최상원\*, 정회원 박소령\*\*, 종신회원 송익호\*

## Weak Signal Detection in a Moving Average Model of Impulsive Noise

In Jong Kim\*, Jumi Lee\*, Sang Won Choi\* *Associate Members,*  
So Ryoung Park\*\* *Regular Members,* Iickho Song\* *Lifelong Member*

### 요약

덧셈꼴 일차 이동 평균 잡음이 충격성일 때, 가장 비슷함 검파기와 준최적 가장 비슷함 검파기의 결정영역을 얻는다. 가장 비슷함 검파기와 준최적 가장 비슷함 검파기를 쌍극 신호 시스템에 적용하여 비트 오류율 성능을 견준다. 준최적 가장 비슷함 검파기는 가장 비슷함 검파기보다 덜 복잡하고 일개도 간단하지만 성능은 거의 같다는 것을 보인다. 한편, 잡음 충격성이 심해질수록 일차 이동 평균 잡음에 알맞게 설계한 검파기와 독립이고 분포가 같은 잡음에 알맞게 설계한 검파기의 성능 차이가 커진다는 것도 보인다.

**Key Words** : signal detection, first order moving average noise, maximum likelihood(ML) detection, impulsive noise, weak signal.

### ABSTRACT

We derive decision regions of the maximum likelihood(ML) and suboptimum ML(S-ML) detectors in the first order moving average(FOMA) of an impulsive process. The ML and S-ML detectors are compared in terms of the bit-error-rate in the antipodal signaling system. Numerical results show that the S-ML detector, despite its reduced complexity and simpler structure, exhibits practically the same performance as the optimum ML detector. It is also shown that the performance gap between detectors for FOMA and independent and identically distributed noise becomes larger as the degree of noise impulsiveness increases.

### I. 머리말

신호 검파 문제를 다룰 때에는 자주 잡음 표본들이 독립이라고 둔다. 그러나, 이런 가정은 이산 시간 신호 검파 문제에서 알맞지 않을 때가 많다. 잡음이 독립이라고 두고 얻은 검파기는 종종 실제 신호 검파 시스템에서 최적이지 아니고 이와 같은 상황은 표본화율이 높아질수록 더 심각해진다. 이러한 상황을 해결하고자 잡음 성분들의 의존성을 참작한

여러 의존성 관측 모형들이 연구되었다[1-6].

이제까지 연구된 의존성 잡음 모형의 대표적인 보기로는  $\phi$ -혼합[1, 2],  $m$ -의존성[2], 그리고 변환 잡음 [3-6] 모형이 있다. 이 가운데, 변환 잡음은 독립 확률 과정의 선형 변환을 말하는데 이 모형을 쓰면 의존성 잡음 환경에서 국소 최적 검파기의 일개를 간단하게 만들 수 있다고 알려져 있다. 변환 잡음의 하나로, 잡음의 의존도가 약할 때 의존성 잡음 성분들을 독립이고 분포가 같은(independent

\* 한국과학기술원 전자전신학과 (i2cyber@dreamwiz.com, [jmlee, swchoi]@Sejong.kaist.ac.kr, i.song@ieee.org)

\*\* 가톨릭대학교 정보통신전자공학부 (srpark@catholic.ac.kr)

논문번호 : KICS2004-12-341, 접수일자 : 2004년 12월 29일

and identically distributed: i.i.d.) 확률 과정의 일차 이동 평균으로(first order moving average: FOMA) 모형화할 수 있다[4].

잡음을 일차 이동 평균으로 모형화하여 약신호에 알맞은 검파기를 설계하는 문제[4, 6, 7]에서 다루고 기억 소자를 쓰거나 쓰지 않은 국소 최적 검파기의 접근 성능과 고정 표본 크기 성능을 알아보았다. 요즘에 저전력 통신 시스템을 개발하는데 관심이 늘어나면서[8] 약신호 검파의 중요성은 꾸준히 높아지고 있다. 이 논문에서 다른 검파기는 이와 같은 저전력 통신 시스템에 쉽게 쓰일 수 있다 구체적으로는, 유비쿼터스나 단거리 통신에 초광대역 통신 기술을 적용할 때 약신호에 알맞은 검파기를 써서 시스템을 덜 복잡하게 구현할 수 있다 한편, 국소 최적 검파기들은 비정규 잡음 환경에서 그 열개가 간단하고 신호 세기가 클 때에도 종종 성능이 거의 최적이므로 많은 사람들이 널리 연구해 왔다[7, 9].

한편, 실제 통신 시스템에서 많은 잡음 원천들이 비정규 분포를 따르므로[10, 11], 잡음이 충격성일 때 신호 검파를 다루는 것은 뜻있는 일이다 이 논문에서는, 충격성인 약의존성 잡음을 일차 이동 평균으로 모형화하여 그 모형에서 약신호 검파 문제를 다룬다. 좀더 구체적으로 말하면 일차 이동 평균 잡음 모형에서 가장 비슷함(maximum likelihood: ML) 검파기와 준최적 가장 비슷함(suboptimum ML: S-ML)[12] 검파기의 결정영역을 얻고 두 검파기의 성능을 견준다 쌍극 신호 시스템에서 잡음이 충격성 일차 이동 평균 모형일 때, 준최적 가장 비슷함 검파기의 비트 오류율 성능을 알아보고 가장 비슷함 검파기와 성능을 견준다

## II. 관측 모형

정보를 보낼 때  $M$  신호들  $\{s_k(t)\}_{k=1}^M$  을 쓰고,  $s_k(t)$ 를 신호 구간  $T_s$  동안 덧셈꼴 잡음 채널을 거쳐 보낸다고 하자 그러면, 받은 신호  $x(t)$ 는

$$x(t) = s_k(t) + w(t), \quad 0 \leq t \leq T_s \quad (1)$$

이다. 여기서,  $w(t)$ 는 덧셈꼴 잡음 과정의 표본 함수이다. 이 논문에서 검파기는 신호 구간  $T_s$  마다 받은 신호를 바탕으로 결정을 내린다고 하자

받은 신호  $x(t)$ 를 바탕으로 표본을 얻을 때 표본화 간격  $t_\Delta$ 는  $T_s = (n-1)t_\Delta$ 를 만족시킨다고 두

면, 신호 구간  $T_s$ 마다 관측을  $n$ 개 얻을 수 있다. 그러면, 이산 시간 관측 모형은

$$X_i = s_{k,i} + W_i, \quad i=1,2,\dots,n \quad (2)$$

로 쓸 수 있다. 여기서,  $\{X_i\}$ 는 관측 (데이터),  $\{s_{k,i}\}$ 는 보낸 신호 성분, 그리고  $\{W_i\}$ 는 잡음 성분이다. 이제, 보낸 신호 벡터  $\underline{s}_k = (s_{k,1}, s_{k,2}, \dots, s_{k,n})$ 은 아래처럼 다시 쓸 수 있다고 하자

$$\underline{s}_k = \Theta \varepsilon_k \tilde{s}_k. \quad (3)$$

여기서,  $\Theta$ 는 신호 세기의 공통 인자,  $\varepsilon_k$ 는 신호 벡터  $\underline{s}_k$ 의 세기를 나타내는 비례 상수,  $\tilde{s}_k = \underline{s}_k / \|\underline{s}_k\|_2$ 는  $\underline{s}_k$ 의 단위 에너지 벡터,  $\|\cdot\|_2$ 는 유클리드 크기이다 (Euclidean norm).

이제, 다진 신호 검파는 가설  $\{H_k\}_{k=1}^M$  이

$$H_k: X = \Theta \varepsilon_k \tilde{s}_k + W, \quad k=1,2,\dots,M \quad (4)$$

인 다진 가설 검정 문제로 모형화할 수 있다. 여기서,  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 은 관측 벡터이고  $W = (W_1, W_2, \dots, W_n)$ 은 잡음 벡터이다

식 (4)에서 잡음 성분들  $\{W_i\}$  사이에 의존성이 있다면, 아래처럼 볼테라 (Volterra) 급수로 나타낼 수 있다 [5].

$$W_i = \sum_l h_l \Lambda_{i-l} + \sum_m \sum_n h_{l,m,n} \Lambda_{i-l} \Lambda_{i-m} \Lambda_{i-n} + \dots \quad (5)$$

여기서,  $\{h_{l,m,n}\}$ 은 볼테라 핵이고  $\{\Lambda_i\}$ 는 독립 확률 과정이다. 그러나, 볼테라 급수는 볼테라 핵을 결정하기가 어렵고 시간도 오래 걸리므로 다루기 까다롭다. 이때, 볼테라 급수 대신에 이동 평균 모형으로 일차 어려운 것을 의존성 잡음 모형으로 쓸 수 있다.

이 논문에서는 잡음 성분들  $\{W_i\}$  사이의 의존도가 낮다고 두고, 잡음 성분들을 독립이고 분포가 같은 확률 변수들의 일차 이동 평균으로 모형화하였다. 구체적으로, 잡음 성분들  $\{W_i\}$ 가 다음을 만족시킨다고 하자

$$W_i = \Lambda_i + \rho_d \Lambda_{i-1}, \quad i=1,2,\dots,n. \quad (6)$$

여기서,  $\{\Lambda_i\}$ 는  $\Lambda_0=0$ 이고 확률밀도함수가  $f_\Lambda(\cdot)$ 인 독립이고 분포가 같은 확률 과정이고  $\rho_d$ 는 의존 매개변수이다. 이때,  $\rho_d=0$ 이면 잡음 성분들  $\{W_i\}$ 는 독립이다. 이 의존 매개변수  $\rho_d$ 를 씀으로써 잡음 성분들 사이의 의존도를 간단하게 특징 지을 수 있다. 보기를 들면,  $W_i$ 와  $W_j$ 의 상관 계수  $r_{ij}$ 는

$$r_{ij} = \frac{E\{W_i W_j\}}{\sqrt{E\{W_i^2\} E\{W_j^2\}}} \quad (7)$$

$$= \begin{cases} 1, & i=j, \\ \rho_d/(1+\rho_d^2), & i=j\pm 1, \\ 0, & \text{그 밖에는} \end{cases}$$

이다. 이것은  $\Lambda_i$ 의 분산을  $\sigma_\Lambda^2$ 으로 쓸 때

$$E\{W_i W_j\} = \begin{cases} \sigma_\Lambda^2, & i=j=1, \\ (1+\rho_d^2)\sigma_\Lambda^2, & i=j\neq 1, \\ \rho_d \sigma_\Lambda^2, & i=j\pm 1, \\ 0, & \text{그 밖에는} \end{cases} \quad (8)$$

임을 써서 얻을 수 있는 것이다. 위 (7)에서,  $i=j\pm 1$ 일 때  $|r_{ij}| \leq \frac{1}{2}$  임은 새겨들만 하다

잡음 성분  $\{W_i\}$ 를 (6)과 같이 쓸 수 있을 때 관측 모형 (4)에서  $\underline{X}$ 의 결합 확률밀도함수  $\phi_{\underline{X}}(\underline{x}|H_k, \theta)$ 는

$$\phi_{\underline{X}}(\underline{x}|H_k, \theta) = \prod_{i=1}^n f_\Lambda \left\{ \sum_{j=0}^{i-1} (-\rho_d)^j (x_{i-j} - \theta \varepsilon_k \tilde{s}_{k, i-j}) \right\} \quad (9)$$

이고, 여기서  $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 이다. 변환 관측을

$$Y_i = \sum_{j=0}^{i-1} (-\rho_d)^j X_{i-j} \quad (10)$$

이라 뜻매김하면,  $\underline{Y}$ 의 결합 확률밀도함수  $\phi_{\underline{Y}}(\underline{y}|H_k, \theta)$ 는

$$\phi_{\underline{Y}}(\underline{y}|H_k, \theta) = \phi_{\underline{X}}(y_1, y_2 + \rho_d y_1, \dots, y_n + \rho_d y_{n-1})$$

$$= \prod_{i=1}^n f_\Lambda(y_i - \theta \varepsilon_k b_{k, i}) \quad (11)$$

이다. 여기서  $\underline{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ 이고

$$b_{k, i} = \sum_{j=0}^{i-1} (-\rho_d)^j \tilde{s}_{k, i-j} \quad (12)$$

는 변환 신호 성분이다. 한편,  $\rho_d=0$ 이면,  $W_i = \Lambda_i$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ 이므로  $\underline{Y}$ 의 결합 확률밀도함수는

$$\phi_{\underline{Y}}(\underline{y}|H_k, \theta) = \prod_{i=1}^n f_\Lambda(x_i - \theta \varepsilon_k \tilde{s}_{k, i}) \quad (13)$$

$$= \phi_{\underline{X}}(\underline{x}|H_k, \theta)$$

이다.

식 (10)-(12)가 뜻하는 바를 바꾸어 말하면 원래 관측 공간  $\underline{X} = \theta \varepsilon_k \tilde{s}_k + \underline{W}$ 에서 변환 관측 공간  $\underline{Y} = \theta \varepsilon_k \underline{b}_k + \underline{\Lambda}$ 로 옮겨 신호 검파 문제를 다룰 수 있다는 것이다. 여기서  $\underline{b}_k = (b_{k, 1}, b_{k, 2}, \dots, b_{k, n})$ 이고  $\underline{\Lambda} = (\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_n)$ 이다.

### III. 총격성 일차 이동 평균 잡음에서 검파

준최적 결정 기준을 [12] 쓰면, 신호 세기가 0에 가까워질 때 가설  $H_k$ 에 알맞은 결정영역  $D_k^S$ 를 아래와 같이 잡으면, 잘못 확률  $P_e(\theta)$ 를 가장 작게 할 수 있다.

$$D_k^S = \left\{ \underline{y}: \frac{\partial}{\partial \theta} \phi_{\underline{Y}}(\underline{y}|H_k, \theta) \Big|_{\theta=0} \geq \frac{\partial}{\partial \theta} \phi_{\underline{Y}}(\underline{y}|H_m, \theta) \Big|_{\theta=0}, \forall m \right\} \quad (14)$$

$$= \left\{ \underline{y}: \sum_{i=1}^n a_{k, m, i} g_\Lambda(y_i) \geq 0, \forall m \right\}.$$

여기서,

$$a_{k, m, i} = \varepsilon_k b_{k, i} - \varepsilon_m b_{m, i} \quad (15)$$

는 의존성을 고려한  $k$ 제와  $m$ 제 변환 관측의 신호 차이를 뜻하고,

$$g_\Lambda(y_i) = - \frac{f'_\Lambda(y_i)}{f_\Lambda(y_i)} \quad (16)$$

이다. 결정영역 (14)는 아래 식을 바탕으로 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \phi_{\underline{Y}}(\underline{y}|H_k, \theta) \Big|_{\theta=0} = \prod_{i=1}^n f_\Lambda(y_i) \cdot \sum_{i=1}^n \varepsilon_k b_{k, i} g_\Lambda(y_i). \quad (17)$$

한편, 가장 비슷함 결정 기준을 쓰면 검파기 결정 영역이 아래와 같다

$$D_k^{ML} = \{ \mathcal{Y}: \phi_{\mathcal{Y}}(y|H_k, \Theta) \geq \phi_{\mathcal{Y}}(y|H_m, \Theta), \forall m \} \\ = \left\{ \mathcal{Y}: \sum_{i=1}^n \ln \frac{f_{\Lambda}(y_i - \Theta \varepsilon_k b_{k,i})}{f_{\Lambda}(y_i - \Theta \varepsilon_m b_{m,i})} \geq 0, \forall m \right\}. \quad (18)$$

준최적 가장 비슷함 검파기와 가장 비슷함 검파기의 결정영역 (14)와 (18)에서  $y_i, b_{k,i}$ , 그리고  $b_{m,i}$ 를 각각  $x_i, \tilde{s}_{k,i}$ , 그리고  $\tilde{s}_{m,i}$ 로 바꾸면 간단하게 잡음 성분이 독립이고 분포가 같을 때에 최적화된 준최적 가장 비슷함 검파기와 가장 비슷함 검파기들의 결정영역을 얻을 수 있다

한편, 정규 분포는 공학과 과학의 여러 분야에서 가장 중요한 분포 가운데 하나이다 그러나, 실제 통신 시스템에서 많은 신호와 잡음 원천들은 (보기를 들면, 수중 음향 신호, 저주파 대기 잡음, 그리고 사람이 만든 여러 잡음들) 비정규 분포를 [13] 따른다. 비정규 (충격성) 분포를 따르는 원천의 통계적 특성은 대칭  $\alpha$ -안정,  $t$ , 그리고 코쉬 분포와 같이 꼬리가 무거운 분포들로 나타낼 수 있다 대칭  $\alpha$ -안정 분포는 [10] 여러 실제 데이터로 검증되었으며, 충격성이 있는 실제 데이터에 잘 맞는다고 밝혀졌다. 한편,  $t$ -분포는 정규 분포를 따르는 모집단에서 표본을 얻을 때 자연스럽게 발생하는 분포로 [5] 통계 이론에서 매우 중요한 것이다 이 논문에서는  $\{\Lambda_i\}$ 가 대칭  $\alpha$ -안정 분포와  $t$  분포를 따를 때 준최적 가장 비슷함 검파기와 가장 비슷함 검파기의 구체적인 결정영역을 각각 (14)와 (18)을 바탕으로 얻는다.

### 3.1 일차 이동 평균 대칭 $\alpha$ -안정 잡음에서 결정 영역

확률밀도함수  $f_{\Lambda}(\cdot)$ 가 아래와 같이 대칭  $\alpha$ -안정 확률밀도함수라 하자

$$f_{\Lambda}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi \gamma^{1/\alpha}} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(-1)^{l-1}}{l!} \Gamma(\alpha l + 1) \\ \cdot \sin\left(\frac{l\alpha\pi}{2}\right) \left(\frac{|x|}{\gamma^{1/\alpha}}\right)^{-\alpha l - 1}, & 0 < \alpha \leq 1, \\ \frac{\gamma}{\pi(x^2 + \gamma^2)}, & \alpha = 1, \\ \frac{1}{\pi \alpha \gamma^{1/\alpha}} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{(2l)!} \Gamma\left(\frac{-2l+1}{\alpha}\right) \\ \cdot \left(\frac{x}{\gamma^{1/\alpha}}\right)^{2l}, & 1 < \alpha \leq 2, \\ \frac{1}{2\sqrt{\gamma\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\gamma}\right), & \alpha = 2. \end{cases} \quad (19)$$

여기서,  $\gamma > 0$ 인 퍼짐 매개변수는 대칭  $\alpha$ -안정 분포의 퍼짐 정도를 뜻하고, 특성 지수  $\alpha$ 는 ( $0 < \alpha \leq 2$ ) 꼬리가 얼마나 무거운지를 나타낸다 특성 지수가 2이면 대칭  $\alpha$ -안정 확률밀도함수는 정규 확률밀도함수이고,

$$D_k^S = \left\{ \mathcal{Y}: \sum_{i=1}^n q_{k,m,i} y_i \geq 0, \forall m \right\} \quad (20)$$

이며,

$$D_k^{ML} = \left\{ \mathcal{Y}: \sum_{i=1}^n q_{k,m,i} y_i \geq \frac{\Theta}{2} \cdot \sum_{i=1}^n (\varepsilon_k^2 \tilde{s}_{k,i}^2 - \varepsilon_m^2 \tilde{s}_{m,i}^2), \forall m \right\} \quad (21)$$

이다. 독립이고 분포가 같은 정규 잡음에서는 앞에서 말한 것과 같이  $q_{k,m,i} = \varepsilon_k \tilde{s}_{k,i} - \varepsilon_m \tilde{s}_{m,i}$ 이고  $y_i = x_i$ 이므로 (20)과 (21)에서 각각 준최적 가장 비슷함 검파기와 가장 비슷함 검파기의 결정영역을 얻을 수 있다

특성 지수가 1이면 대칭  $\alpha$ -안정 확률밀도함수는 코쉬 확률밀도함수이고  $g_{\Lambda}(y_i) = \frac{2y_i}{y_i^2 + \gamma^2}$ 이며, 준최적 가장 비슷함 검파기와 가장 비슷함 검파기의 결정영역은 각각

$$D_k^S = \left\{ \mathcal{Y}: \sum_{i=1}^n \frac{q_{k,m,i} y_i}{y_i^2 + \gamma^2} \geq 0, \forall m \right\} \quad (22)$$

와 이다. 독립이고 분포가 같은 코쉬 잡음에 최적화된 준최적 가장 비슷함 검파기와

$$D_k^{ML} = \left\{ \mathcal{Y}: \sum_{i=1}^n \ln \frac{(y_i - \Theta \varepsilon_k b_{k,i})^2 + \gamma^2}{(y_i - \Theta \varepsilon_m b_{m,i})^2 + \gamma^2} \leq 0, \forall m \right\} \quad (23)$$

가장 비슷함 검파기의 결정영역은 각각 (22)와 (23)에서 쉽게 얻을 수 있다

특성 지수가 1과 2일 때를 빼면 대칭  $\alpha$ -안정 확률밀도함수 (19)의 닫힌 꼴이 없으므로 결정영역을 닫힌 꼴로 얻을 수 없다 그러므로, 코쉬 잡음에 최적화된 검파기 (23)을 종종 충격성 분포에서 쓸모 있는 검파기로 써왔다 [10].

### 3.2 일차 이동 평균 $t$ -분포 잡음에서 결정영역

이제,

$$f_{\Lambda}(x) = \frac{\Gamma((\nu+1)/2)}{\sqrt{\pi\nu}\Gamma(\nu/2)} \cdot (1+x^2/\nu)^{-(\nu+1)/2} \quad (24)$$

라 두자. 여기서, 자유도  $\nu$ 는  $t$ -확률밀도함수 (24)의 꼬리가 얼마나 무거운지를 나타내는 것으로 그 값이 작을수록 충격성이 심하다. 자유도  $\nu$ 가 1이면  $t$ -확률밀도함수 (24)는 코쉬 확률밀도함수이고  $\nu \rightarrow \infty$ 이면,  $(1+x^2/\nu)^{-(\nu+1)/2} \rightarrow \exp\{-x^2/2\}$ 이므로,  $t$ -확률밀도함수는 정규 확률밀도함수가 된다. 이제,  $g_{\Lambda}(y_i) = \frac{(\nu+1)y_i}{y_i^2+\nu}$ 이므로, 준최적 가장 비슷함 검파기와 가장 비슷함 검파기의 결정영역은 각각

$$D_k^S = \left\{ \mathcal{Y} : \sum_{i=1}^n \frac{q_{k,m,i} y_i}{y_i^2 + \nu} \geq 0, \forall m \right\} \quad (25)$$

와

$$D_k^{ML} = \left\{ \mathcal{Y} : \sum_{i=1}^n \ln \frac{(y_i - \Theta \varepsilon_k b_{k,i})^2 + \nu}{(y_i - \Theta \varepsilon_m b_{m,i})^2 + \nu} \leq 0, \forall m \right\} \quad (26)$$

과 같이 바로 얻을 수 있다.

코쉬 잡음은  $t$ -잡음의 특별한 때이므로, 결정영역 (25)와 (26)은 본질적으로 코쉬 잡음에서 얻은 결정영역 (22)와 (23)과 각각 같다. 특히,  $\nu^2 = \nu$ 이면 코쉬 잡음에 최적화된 준최적 가장 비슷함 검파기와 가장 비슷함 검파기의 성능은 각각  $t$ -잡음에 최적화된 준최적 가장 비슷함 검파기와 가장 비슷함 검파기의 성능과 같을 것이다. 한편, 독립이고 분포가 같은  $t$ -잡음에 최적화된 준최적 가장 비슷함 검파기와 가장 비슷함 검파기의 결정영역은 (25)와 (26)에서 각각 쉽게 얻을 수 있다.

#### IV. 쌍극 신호 시스템에의 응용

##### 4.1 결정 규칙과 검파기 열개

이제, 쌍극 신호 방식을 쓴다고 하면 신호 검파 문제는 변환 관측 공간에서 다음과 같이 이진 가설 검정 문제로 볼 수 있다.

$$H_k: \mathcal{Y} = \Theta \varepsilon_k \underline{b}_k + \underline{\Delta}, \quad k=0,1. \quad (27)$$

여기서,  $\varepsilon_0 = \varepsilon_1 = 1$ ,  $\tilde{s}_{0,i} = -\tilde{s}_{1,i} = -1/\sqrt{n}$ 이라

두면,  $b_{0,i} = -b_{1,i} = -\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{j=0}^{i-1} (-\rho_d)^j$ 이고  $q_{k,m,i} = 2b_{1,i}$ 이다. 이제,  $\mathcal{Y}$ 의 결합 확률밀도함수 (11)은,  $k=0,1$ 일 때,

$$\phi_{\mathcal{Y}}(\mathcal{Y}|H_k, \Theta) = \prod_{i=1}^n f_{\Lambda}(y_i - \Theta b_{k,i}) \quad (28)$$

이고, 준최적 가장 비슷함 검파기와 가장 비슷함 검파기의 결정 규칙은 각각

$$\sum_{i=1}^n b_{1,i} g_{\Lambda}(y_i) \begin{matrix} H_1 \\ > \\ < \\ H_0 \end{matrix} 0 \quad (29)$$

와

$$\sum_{i=1}^n \ln \frac{f_{\Lambda}(y_i - \Theta b_{1,i})}{f_{\Lambda}(y_i + \Theta b_{1,i})} \begin{matrix} H_1 \\ > \\ < \\ H_0 \end{matrix} 0 \quad (30)$$

이다. 충격성 일차 이동 평균 잡음에서 준최적 가장 비슷함 검파기와 가장 비슷함 검파기의 구체적인 결정 규칙은 앞에서 얻은 결과를 바탕으로 확률밀도함수  $f_{\Lambda}(\cdot)$ 를 알면 쉽게 얻을 수 있다. 보기를 들면, 일차 이동 평균 정규 잡음에 알맞은 가장 비슷함 검파기의 결정 규칙은

$$\sum_{i=1}^n b_{1,i} y_i \begin{matrix} H_1 \\ > \\ < \\ H_0 \end{matrix} 0 \quad (31)$$

이다.

식 (31)에 나온 검정 통계량은 아래와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\sum_{i=1}^n b_{1,i} y_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{1+\rho_d} \left\{ \frac{1 - (-\rho_d)^{n-i+1}}{1+\rho_d} - (-\rho_d)^i \frac{1 - (-\rho_d)^{2(n-i+1)}}{1 - (-\rho_d)^2} \right\} x_i. \quad (32)$$

여기서,  $|\rho_d| \ll 1$ 일 때 고차항  $(-\rho_d)^k$ ,  $k=2,3,\dots$ 을 0으로 두면, (32)에 있는  $x_i$ 의 계수를  $i=2,3,\dots,n-1$ 일 때  $1/(1+2\rho_d)$ 로,  $i=1,n$ 일 때  $1/(1+\rho_d)$ 로 어림할 수 있다. 이를 쉽게 알아볼 수 있도록  $n=50$ 일 때  $x_i$ 의 계수들을 그림 1

에 보였다. 곧,  $n$ 이 충분히 크면, 결정 규칙 (31)을

$$\sum_{i=1}^n x_i \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0 \quad (33)$$

$H_1$   
 $H_0$

으로 볼 수 있는데 이것은 바로 독립이고 분포가 같은 정규 잡음에 알맞은 가장 비슷함 검파기의 결정 규칙이다.

일차 이동 평균 잡음 모형에서 잡음 성분들  $n$ 개 사이의 의존성을 모두 쓰려면 기억 소자를  $n-1$ 개 써서 검파기를 구현할 수 있다 한편, 준최적 가장 비슷함 검파기 (29)는 변환 관측  $\{Y_i\}$ 를

$$Y_i = X_i + (-\rho_d)Y_{i-1} \quad (34)$$

와 같이 쓸 수 있음을 바탕으로 그림 2에 보인 것처럼 기억 소자를 하나 써서 구현할 수도 있다

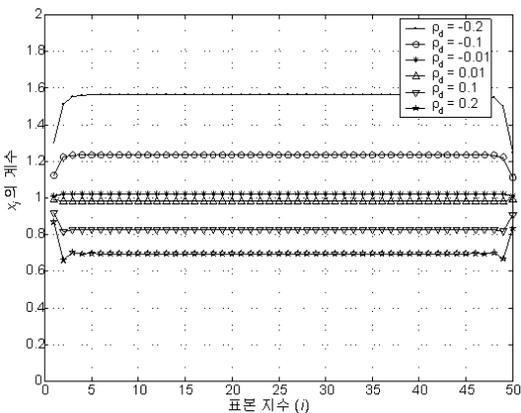


그림 1. 표본크기  $n=50$ 이고  $\rho_d = -0.2, -0.1, -0.01, 0.01, 0.1, 0.2$ 일 때, 일차 이동 평균 정규 잡음에 알맞은 가장 비슷함 검정 통계량의  $\bar{x}_i$ 의 계수.

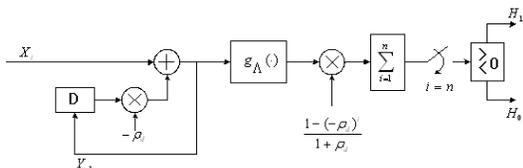


그림 2. 기억 소자를 하나 쓴 준최적 가장 비슷함 검파기 여기서,  $Y_0=0$ .

### 4.2 수치 결과와 성능 분석

충격성 일차 이동 평균 잡음에서 검파 시스템이 의존 매개변수  $\rho_d$ 를 안다고 두었을 때 비트 오류율을  $10^6$ 번 거듭하여 얻는 몬테 카를로 모의실험으

로 준최적 가장 비슷함 검파기와 가장 비슷함 검파기를 견주었다

여기서, 대칭  $\alpha$ -안정 분포의 분산은  $\alpha=2$ 인 때에만 뜻매김되므로,  $\alpha \neq 2$ 인 때에는 신호대잡음비를 (signal-to-noise ratio: SNR) 쓸 수 없다. 대칭  $\alpha$ -안정 잡음 환경에서 검파 기법들의 성능을 알아보고자, 분산이 무한한 잡음과 신호의 상대적인 세기를 쓸모있게 특징짓는 기하학적 신호대잡음비를 (geometric SNR: G-SNR) 쓴다 [14]. 곧, 변환 관측 공간에서 대칭  $\alpha$ -안정 잡음이 있을 때에 알맞은 기하학적 신호대잡음비  $SNR_G$ 는

$$SNR_G = \frac{A_k^2}{2C_g^{-1+2/\alpha} \gamma^{2/\alpha}} \quad (35)$$

로 쓸 수 있다. 여기서,  $A_k^2 = \theta^2 \epsilon_k^2 \|b_k\|_2^2$ 은 변환 신호  $\theta \epsilon_k b_k$ 의 전력이며  $C_g = \exp\{\lim_{s \rightarrow \infty} (\sum_{z=1}^s \frac{1}{z} - \ln s)\} \approx 1.78$ 은 오일러 상수의 지수이다 한편,  $\alpha=2$ 이면 기하학적 신호대잡음비는 신호대잡음비를 새겨들만 하다 매개변수  $\gamma$ 는 대칭  $\alpha$ -안정 과정의 실현값을 바탕으로 표본 평균과 분산을 얻어 쉽고 정확하게 추정할 수 있으므로 이는 값이라 할 수 있다. 이 논문에서는  $\gamma=1$ 로 둔다.

여러 검파기를 분간할 수 있도록 ‘이’와 ‘독’은 각각 일차 이동 평균 잡음과 독립이고 분포가 같은 잡음을 나타내도록 또 ‘정’, ‘코’, 그리고 ‘타’를 각각 정규 (Gaussian), 코쉬 (Cauchy), 그리고  $t$  분포를 나타내도록 검파기 이름을 지었다 보기를 들면, 이정 최적 검파기는 일차 이동 평균 정규 잡음에 최적화된 가장 비슷함 검파기를 뜻하고 독코 준최적 검파기는 잡음이 독립이고 분포가 같은 코쉬 분포를 따를 때에 최적화된 준최적 가장 비슷함 검파기를 뜻한다.

일차 이동 평균 코쉬 잡음과 정규 잡음에서 얻은 이코 준최적, 독코 준최적, 이코 최적, 독코 최적, 이정 최적, 그리고 독정 최적 검파기들의 성능을 그림 3-6에 보였다. 독립이고 분포가 같은 잡음에 알맞게 얻은 준최적 검파기와 최적 검파기는 일차 이동 평균 잡음에서 분명히 최적이지 않음을 알 수 있다. 식 (32)에서 미루어 생각했던 것처럼 이정 최적 검파기와 독정 최적 검파기의 성능은 일차 이동 평균 잡음에 의존도가 낮을 때 성능이 거의 같다. 이코 준최적 검파기와 독코 준최적 검파기의 성능은 각각 이코 최적 검파기와 독코 최적 검파기의 성능

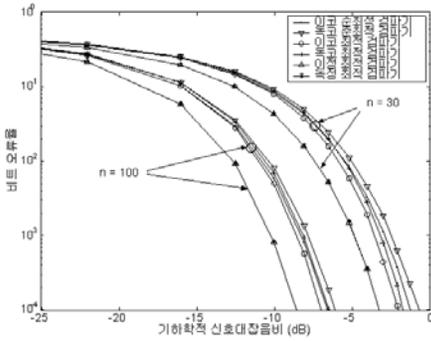


그림 3. 여러 검파기의 성능.  $\alpha=2$ 인 대칭  $\alpha$ -안정 잡음에서  $\rho_d=-0.1$ 일 때.

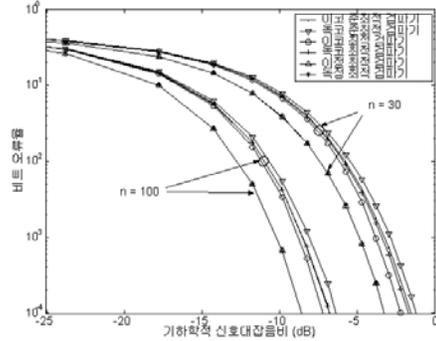


그림 4. 여러 검파기의 성능.  $\alpha=2$ 인 대칭  $\alpha$ -안정 잡음에서  $\rho_d=0.1$ 일 때.

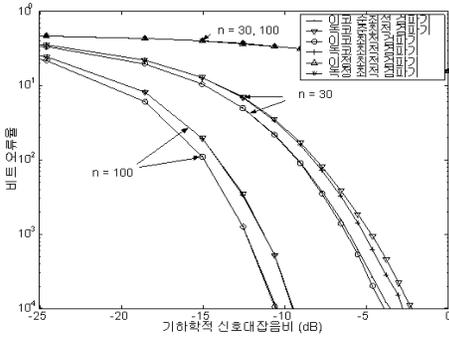


그림 5. 여러 검파기의 성능.  $\alpha=1$ 인 대칭  $\alpha$ -안정 잡음에서  $\rho_d=-0.1$ 일 때.

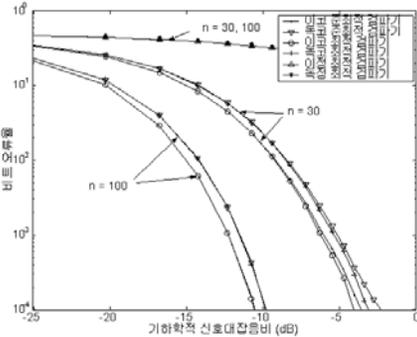


그림 6. 여러 검파기의 성능.  $\alpha=1$ 인 대칭  $\alpha$ -안정 잡음에서  $\rho_d=0.1$ 일 때.

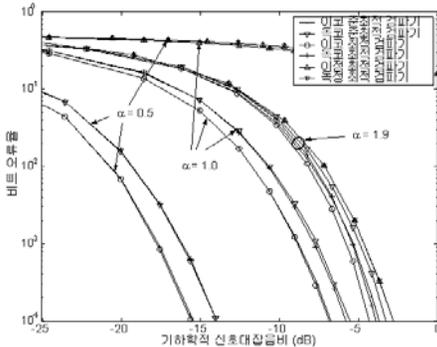


그림 7. 여러 검파기의 성능.  $\alpha=0.5, 1.0, 1.9$ 인 대칭  $\alpha$ -안정 잡음에서  $n=50$ 이고  $\rho_d=-0.1$ 일 때.

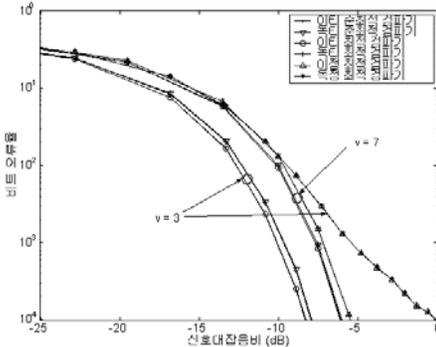


그림 8. 여러 검파기 성능.  $v=3$ 과  $7$ 인  $t$ -잡음에서  $n=50$ 이고  $\rho_d=-0.1$ 일 때.

보다 조금 떨어진다 그러나, 표본크기  $n$ 이 크면, 준최적 검파기와 최적 검파기의 성능은 거의 같다고 볼 수 있다. 그림 3과 4에 보인 것처럼 정규 잡음에서는 이정 검파기와 독정 검파기가 다른 검파기보다 성능이 좋지만 다른 검파기들도 여전히 쓸 만한 성능을 보인다.

그림 5와 6에 보인 것처럼 코쉬 잡음에서는 표본크기  $n$ 이 커지면, 이코 검파기와 독코 검파기의 성

능은 나아지지만 이정 검파기와 독정 검파기의 비트 오류율은 거의 나아지지 않는다.

한편, 그림 7에 보인 것처럼 이정 검파기와 독정 검파기는 잡음에 충격성이 심해지면 거의 쓸모가 없어지지만, 이코 검파기와 독코 검파기의 성능은 더 좋아진다. 게다가, 이코 준최적 검파기와 이코 최적 검파기, 그리고 독코 준최적 검파기와 독코 최적 검파기의 비트 오류율 성능 차이는 잡음에 충격

성이 심해질수록 거의 없어진다. 독코 준최적 검파기와 독코 최적 검파기의 성능이 이점 검파기나 독립 검파기보다는 좋지만  $\alpha$  값이 작아질수록 이코 검파기의 최적 성능과는 점점 거리가 멀어진다. 잡음이  $t$ -분포를 따를 때 여러 검파기의 비트 오류율 성능을 그림 8에 보였는데, 이 결과에서도 그림 3-7에서 보았던 것과 비슷한 특성을 볼 수 있다.

### V. 맺음말

이 논문에서는, 충격성이 있는 덧셈꼴 일차 이동 평균 잡음에서 약신호 검파 문제를 다루었다. 일차 이동 평균 잡음에 알맞게 준최적 가장 비슷함 검파기와 가장 비슷함 검파기의 결정영역을 얻었다. 검파기들의 성능을 분석하고자 대칭  $\alpha$ -안정 분포와  $t$ -분포에 알맞게 준최적 가장 비슷함 검파기와 가장 비슷함 검파기의 구체적인 결정영역을 얻었다. 그 뒤, 쌍극 신호 시스템에 충격성 일차 이동 평균 잡음이 있을 때, 준최적 가장 비슷함 검파기와 가장 비슷함 검파기의 비트 오류율 성능을 몬테 카를로 모의실험으로 알아보았다.

준최적 가장 비슷함 검파기는 가장 비슷함 검파기보다 열개가 더 간단하면서 성능은 일차 이동 평균 잡음 환경에서 거의 차이가 없음을 모의실험에서 볼 수 있었다. 한편, 일차 이동 평균 잡음과 독립이고 분포가 같은 잡음에 알맞게 설계된 검파기들의 성능 차이는 일차 이동 평균 잡음의 충격성이 심해질수록 더 뚜렷해진다.

### 참 고 문 헌

- [1] G. V. Moustakides and J. B. Thomas, "Min-max detection of weak signals in  $\phi$ -mixing noise," *IEEE Tr. Inform. Theory*, vol. 30, pp. 529-537, May 1984.
- [2] H. V. Poor and J. B. Thomas, *Advances in Statistical Signal Processing - vol. 2: Signal Detection*, JAI, 1993.
- [3] 김태현, 김광순, 류상우, 송익호, "약의존성 잡음에서 몇가지 신호검파 방식들의 성능특성," 한국통신학회 논문지, 21권, 175-186쪽, 1996년 1월.
- [4] E. Kokkinos and A. M. Maras, "Locally optimum Bayes detection in nonadditive first-order Markov noise," *IEEE Tr. Comm.*, vol. 47, pp. 387-396, Mar. 1999.
- [5] I. Song, J. Bae, and S. Y. Kim, *Advanced Theory of Signal Detection*, Springer-Verlag, 2002.
- [6] X. Yang, H. V. Poor, and A. P. Petropulu, "Memoryless discrete-time signal detection in long-range dependent noise," *IEEE Tr. Signal Process.*, vol. 52, pp. 1607-1619, June 2004.
- [7] 배진수, 박현경, 송익호, "국소 최적 순위 검파기의 점수 함수의 합과 가중합" 한국통신학회 논문지, 27권, 635-640쪽, 2002년 7월.
- [8] 정희삼, 정연재, 정덕균, "초저전력 home network 시스템에 적합한 Bluetooth의 송수신기 구조," Telecomm. Review, 14권, 260-269쪽, 2004년 4월.
- [9] A. M. Maras, "Adaptive nonparametric locally optimum Bayes detection in additive non-Gaussian noise," *IEEE Tr. Inform. Theory*, vol. 49, pp. 204-220, Jan. 2003.
- [10] C. L. Nikias and M. Shao, *Signal Processing with Alpha-Stable Distributions and Applications*, Wiley, 1995.
- [11] A. P. Petropulu, J. C. Pesquet, X. Yang, and J. Yin, "Power-law shot noise and its relationship to long-memory  $\alpha$ -stable processes," *IEEE Tr. Signal Process.*, vol. 48, pp. 1883-1892, July 2000.
- [12] 구진규, 오종호, 박소령, 권형문, 송익호, "약한 다진 신호에 알맞은 결정 기준 1부. 결정 기준과 결정 영역" 한국통신학회 논문지, 2004(심사 받고 있음).
- [13] S. A. Kassam, *Signal Detection in Non-Gaussian Noise*, Springer-Verlag, 1987.
- [14] J. G. Gonzalez, *Robust Techniques for Wireless Communications in Non-Gaussian Environments*, PhD Thesis, University of Delaware, Delaware, 1997.

김 인 종 (In Jong Kim)

준회원



2003년 2월 전북대학교 전자공학  
학과(공학사)  
2005년 2월 한국과학기술원 전  
자전산학과(공학석사)  
<관심분야> 이동통신, 통계학적  
신호처리, 검파와 추정

박 소 령 (So Ryoung Park)

정회원



1997년 2월 연세대학교 전자공  
학과(공학사)  
1999년 2월 한국과학기술원 전기  
및전자공학(공학석사)  
2002년 2월 한국과학기술원 전  
자전산학과(공학박사)  
2003년 3월~현재 가톨릭대학교  
정보통신전자공학부 전임강사  
<관심분야> 이동통신, 다중접속, 통계학적 신호처리

이 주 미 (Jumi Lee)

준회원

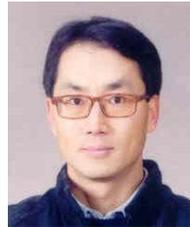


1998년 2월 이화여자대학교 수  
학과(이학사), 전자공학(공  
학사)  
2000년 2월 한국과학기술원 전  
자전산학과 공학석사  
2000년 3월~현재 한국과학기술  
원 전자전산학과 박사과정

<관심분야> 이동통신, 정보이론

송 익 호 (Ickho Song)

종신회원



한국통신학회 논문지 제 30권  
5호 참조

최 상 원 (Sang Won Choi)

준회원



2002년 2월 고려대학교 전기전  
자전공(공학사)  
2004년 2월 한국과학기술원 전  
자전산학과(공학석사)  
2004년 3월~현재 한국과학기술  
원 전자전산학과 박사과정  
<관심분야> 이동통신, 통계학적

신호처리, 검파와 추정