

# 무선통신에서 WSF을 이용한 신호 도래각 추정

정회원 김 석 찬\*

## Estimation of AOA Using WSF for Wireless Communications

Suk Chan Kim\* *Regular Members*

### 요 약

센서 배열을 이용하여 모르는 신호 매개변수들을 추정하는 것에 대한 연구가 광범위하게 진행되어 왔다 또한 최근에는 셀룰러 시스템의 이동통신 이용자 수가 폭발적으로 증가되어 다중 사용자로 인한 간섭이 매우 커지고 있다. 이러한 문제를 해결하기 위한 방법으로 채널 용량을 더 증가시키기 위한 안테나 배열기술의 응용이 연구되고 있다. 이 논문에서는 이동국 근처의 국소적 산란 신호의 새로운 모형을 평균 조정 벡터를 이용하여 만들고 몇 가지 분포에 대한 수학적 유도를 하였다 이 모델에서 신호 도래각의 추정은 weighted subspace fitting(WSF) 기법에 바탕을 두었고, 통계적 분석과 모의실험을 통해 성능을 보였다

**Key Words** : angle of arrival, weighted subspace fitting, wireless communications

### ABSTRACT

Estimation of unknown signal parameters with sensor array measurements has been investigated quite extensively. Also, there has been in recent years an explosive increase in the number of mobile users in wireless cellular systems, thus contributing to growing levels of multi-user interference. To overcome this problem, application of adaptive antenna array techniques to further increase the channel capacity has been discussed. In this paper, a new model of locally scattered signals in the vicinity of mobiles is proposed by defining the mean steering vector and is manipulated mathematically for several distributions. Under this model an estimation method of the angle of arrival(AOA) is investigated based on a weighted subspace fitting(WSF) technique. Statistical analysis and simulations are also considered.

### I. 서 론

최근 이동통신 가입자 수가 급속도로 증가되어 그로 인한 다중 사용자사이의 간섭 문제와 통화 품질 문제가 불가피하게 발생되었다 이러한 문제를 극복하기위해 공간적으로 선택적인 정보를 주고 받을 수 있는 안테나 배열을 기지국 또는 액세스 포인트 등으로 응용하는 것을 고려하게 되었는데 특히 4세대 이동통신 및 무선랜 등에 응용될 수 있으며, GPS위성을 이용한 위치추정의 대치방법으로도

사용될 수 있다. 또한, 안테나 배열은 간섭을 최소화하여 셀룰러 네트워크의 용량을 늘인[1]. 안테나 배열은 채널 간섭을 줄이도록 출력력에 적당한 가중값을 부과하여 수신된 모든 신호로부터 원하는 신호파형만을 추출할 수 있다 이러한 것은 무선랜과 같이 고속 접속이 필요하거나 블라인드 적응 또는 빔형성이 필요한 차세대 이동통신 등 몇몇 특별한 응용에 안테나 배열로부터 알려지지 않은 신호 매개변수를 추정하는 것이 필요하다

배열 신호 처리에 관한 연구는 지금까지 상당히

\* 부산대학교 전자공학과 통신시스템연구실(sckim@pusan.ac.kr)

논문번호 : KICS2005-04-140, 접수일자: 2005년 4월 6일

\*\* 이 논문은 부산대학교 자유과제 학술연구(2년)에 의하여 연구되었습니다

이루어져, 배열 안테나의 출력으로부터 알려지지 않은 신호 매개변수를 추정하는 많은 알고리즘이 제시되었다. 특히, 최근에는 고해상도 신호 도래각 추정에 많은 연구가 집중되었는데 센서 배열의 관측값이 잡음 때문에 원형과 달라지므로 신호 도착 방향을 찾는 것은 통계학적 관점에서 매개변수 추정 문제가 된다. 다양한 기술들 중에 고해상도의 정확한 추정치를 얻는다고 알려진 신호 부공간 및 고유벡터 방법에 근거한 **multiple signal classification (MUSIC)**과 **maximum likelihood (ML)** 추정방법 [2], 그리고 변형된 방법들이 있다[3]-[5]. 또한, 균일, 코사인 지수, 원형 정규, 복합 추정 문제[6] 등 몇가지 확률분포에서 도착각 추정이 연구되었다

일반적으로 도래각 추정 기술에 사용되어지는 신호원 모형들은 신호원들이 멀리 떨어져 있는 점신호원이라는 가정에 근거를 두었는데 이 가정은 신호원이 센서에 가까이 있거나 주변 환경에 의한 산란이 될 때에는 부적절하다 실제로 무선이동 환경에서 신호들은 직접적인 경로 뿐만 아니라 지연 감쇄, 또는 산란되어 공간적으로 넓게 퍼진 수많은 신호들이 수신된다. 그러므로 점신호원 가정에 근거한 추정 기술은 이러한 실제 환경에서 부정확한 결과를 낳을 것이다 [7].

이 논문에서는 평균 조정 벡터를 이용하여 이동통신의 다중경로 환경에서의 국소 산란 모형을 제안하고, 수리적으로 몇몇 확률 분포에 대하여 적용하고 분석한다 또, 제안된 모형에서 **WSF**에 근거한 신호 도래각 추정 방법을 연구하고 그것의 통계적 분석과 모의실험 또한 고려된다 2 절에서는 새로운 국소 산란 모형과 기지국에서의 안테나 배열 시스템을 설명하고, 3절에서는 제안된 모형에서 신호 도래각 추정 방법이 고려되고, 4절에서는 몇 가지 통계적인 분석이 제시되고 5절과 6절에서는 결과와 그에 대한 분석 및 결론을 보인다

## II. 국소 산란의 모형화

기지국의 안테나 배열과 이동국 사이의 전형적인 채널모형은 경로 손실 음영현상, 다중 경로 등을 포함한다[8]. 다중경로와 음영현상은 모든 안테나 요소에 공통적이며 다중경로 신호는 상쇄 및 보강 간섭을 일으킨다 도시에서는 자연과 인위적인 구조물로 인해서 대부분의 경우 송수신 사이에 직선 경로가 없고, 이동국의 움직임에 따라 신호가 매우 빠르게 변화한다. 이러한 신호의 감쇄를 짧은 구간 감

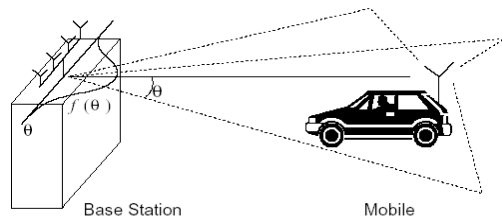


그림 1. 안테나 배열 시스템 모형

쇄라고 하고, 그 크기를 종종 레일레이 분포로 모형화 한다.

전형적인 이동통신에서 이동 가입자의 수를  $K$ 라 하고, 이동국 근처에서 산란되어 발생하는 다중경로의 수를  $L$ 이라 하고, 주파수 비선택적 감쇄라고 가정할 때, 기지국에서  $M$ 개의 배열을 가지는 안테나의 출력은 다음과 같다

$$x(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t) \sum_{l=1}^L R_{kl} e^{j\phi_{kl}} a(\theta_{kl}) + \mathbf{u}(t) \quad (1)$$

$x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$ 는 기저대역 등가 복소 신호 출력이고,  $s_k(t)$ 는  $k$ 번째 이동국의 정보 신호이고, 반사계수  $R_{kl}$ , 위상  $\phi_{kl}$ 는 각각 레일레이 분포와  $[0, 2\pi]$  범위의 균일 분포를 갖는 독립 랜덤변수를 나타낸다 벡터  $a(\theta_{kl})$ 는 배열의 조종 벡터이고  $\theta_{kl}$ 는 이동국  $k$ 의 경로  $l$ 번째 각의 위치를 나타낸다. 덧셈 잡음 벡터  $\mathbf{u}(t)$ 는 평균이 0이고, 다음과 같은 공분산을 가지는 복소 가우시안 랜덤 벡터이다.

$$E[\mathbf{u}(t) \mathbf{u}^H(s)] = \sigma_n^2 I \delta(t-s), \quad (2)$$

위 식은 잡음이 시간 공간적으로 흰색을 의미하고  $H$ 는 Hermitian 전치,  $I$ 는  $M \times M$  항등행렬을,  $\sigma_n^2$ 는 안테나별 잡음 분산을 나타낸다 실제 여러 이동 채널에서 다중경로는 여기서 다루듯이 연속적인 밀도로 정확하게 표현되기에 충분한 경로를 가지는데 이것을 연속적 퍼잡(CD) 접근 이라고도 부른다 따라서, (1)에서  $L$ 은 무한대이고  $\theta_{kl}$ 은 그림 1에서 처럼 일정한 확률 밀도 함수[9]를 가지는 랜덤변수로 표현한다. 특히, 랜덤변수  $R_{kl}$ ,  $\phi_{kl}$ 와  $\theta_{kl}$ 가 독립이고,  $\{R_{kl}\}_{l=1}^L$ ,  $\{\phi_{kl}\}_{l=1}^L$ 와  $\{\theta_{kl}\}_{l=1}^L$ 들이 독립 동일 분포(i.i.d.)를 가진다고 가정하면 (1)에 나타난  $\sum_{l=1}^L R_{kl} e^{j\phi_{kl}} a(\theta_{kl})$  항은 에르고딕 가정 아래

에서 확률적으로  $E[a(\theta_k)] = \sum_{k=1}^L R_{kl} e^{j\theta_{kl}}$ 로 수렴하고, 다시  $L \rightarrow \infty$ 에 따라 확률적으로  $E[a(\theta_k)] = \bar{R}_k e^{j\bar{\theta}_k}$ 로 수렴한다 [8]. 여기서  $\bar{R}_k$ 과  $\bar{\theta}_k$  역시 각각 레일레이와 균일 분포를 가지는 것을 알 수 있다 [10]. (1)을 다시 쓰면

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{k=1}^K s_k(t) E[a(\theta_k)] \bar{R}_k e^{j\bar{\theta}_k} + n(t) \\ &= \sum_{k=1}^K \tilde{s}_k(t) b(\theta_k^c, v_k) + n(t) \end{aligned} \quad (3)$$

이고, 5절의 모의실험 결과는 (1)대신 (3)을 사용할 때의 적절함을 보인다 또, (3)에서  $\tilde{s}_k(t) = s_k(t)$   $\bar{R}_k e^{j\bar{\theta}_k}$ 이고,  $M \times 1$  벡터

$$b(\theta_k^c, v_k) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\theta_k) f(\theta_k) d\theta_k \quad (4)$$

는 평균조종벡터(MSV)이고,  $f(\theta_k)$ 는 두 개의 매개변수로 정의되어진 적절한 확률밀도함수인데 그 두 매개변수는 평균을 나타내는  $\theta_k^c$ 와  $0 \leq v_k < \pi$  범위에서 퍼짐 정도를 표준편차로 나타내는  $v_k$ 이다. 일반적으로  $v_k$ 는 넓은 각으로 퍼져 여러 다중경로가 있는 도심이 시골보다 더 클 것이다 따라서, MSV는 보편적인 조종 벡터  $a(\theta_k)$ 의 일반형이며 만약  $f(a) = \delta(a - \theta_k^c)$ 인 특별한 경우라면 단지 하나의 매개변수  $\theta_k^c$ 로 표현되어  $b(\theta_k^c, v_k)$ 는  $a(\theta_k^c)$ 이 된다. 만약 각이 퍼지는 환경에서  $b(\theta_k^c, v_k)$ 대신에  $a(\theta_k^c)$ 를 사용한다면  $a(\theta_k^c)$ 이 실제 환경을 반영하는 충분한 정보를 갖고 있지 않기 때문에 성능이 나빠질 수도 있을 것이다. 근본적으로 (3)을 이용한 성능은  $L$ 이 무한대일때의 (1)에서 성능으로 간주된다 균일 선형배열(ULA)에 대한 배열 조종 벡터는

$$a(\theta_k) = [1, e^{j\frac{2\pi d}{\lambda} \cos(\theta_k)}, \dots, e^{j\frac{2\pi d(M-1)}{\lambda} \cos(\theta_k)}]^T, \quad (5)$$

이다.  $\theta_k$ 는 배열과 평행한 선을 기준으로 한 신호 도래각이고,  $d$ 와  $\lambda$ 는 배열요소 사이의 거리와 신호의 파장을 각각 나타낸다 또한, 계산과 수식 유도 및 표현을 간단하게 하기 위해  $\theta'_k = 90^\circ - \theta_k$ 로 정의하여,  $\theta'_k$ 를 배열의 수직선과의 도착각이라고

할 때,  $\theta'_k$ 가 매우 작고  $\frac{2\pi d}{\lambda} \sin(\theta'_k) \approx \theta'_k$ 라는 가정 아래에서 다음과 같은 단순화된 균일 선형 배열(SULA)을 사용할 수 있다 [5, 9].

$$a(\theta'_k) = [1, e^{j\theta'_k}, \dots, e^{j(M-1)\theta'_k}]^T, \quad (6)$$

즉,  $\theta_k$ 는 균일 선형 배열에서  $\theta'_k$ 는 단순 균일 선형 배열에서 사용된다, 둘 다 신호원의 공간적인 위치를 표현하는 각도의 의미만을 포함하므로 지금까지는  $\theta_k$ 를 이용하여 공통으로 표현할 것이다 균일 선형 배열과 단순 균일 선형 배열에서  $\theta_k$ 의 몇 가지 확률밀도함수에 대한 MSV를 구해보자

예제 1:  $\theta_k$ 가 균일한(UNI) 확률밀도함수라고 가정하면

$$f(\theta_k) = \begin{cases} \frac{1}{2\delta_k} & |\theta_k - \theta_k^c| < \delta_k \\ 0 & otherwise, \end{cases} \quad (7)$$

$k=1, \dots, K$ 에 대해 표준편차  $v_k$ 는  $\frac{1}{\sqrt{3}} \delta_k$ 이고,  $\delta_k$ 는 최대 각 편차이다 MSV의 첫번째 원소는 (4)-(6)으로 부터 어떤 확률밀도함수에 대해서도 항상 1임을 알 수 있다  $k$ 번째 이동국에 의한  $b(\theta_k^c, \delta_k)$ 의  $(m+1)$ 번째 원소  $b_m(\theta_k^c, \delta_k)$ ,  $m=1, \dots, M-1$ 는 단순 균일 선형 배열에서는

$$b_m(\theta_k^c, \delta_k) = \frac{\sin(m\delta_k)}{m\delta_k} e^{jm\theta_k^c} \quad (8)$$

이고, 균일 선형 배열에 대해서는

$$b_m(\theta_k^c, \delta_k) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} (-1)^p I_p(-j\Delta_m) \frac{\sin(p\delta_k)}{p\delta_k} e^{jp\theta_k^c} \quad (9)$$

로 나타난다.  $\Delta_m = \frac{2\pi dm}{\lambda}$  이고  $I_p(\cdot)$ 는  $p$ 차 1종 수정 베셀함수이다.

예제 2:  $\theta_k$ 가 삼각(TRI) 확률밀도함수를 가진다면

$$f(\theta_k) = \begin{cases} \frac{\theta_k - \theta_k^c + \delta_k}{\delta_k^2} & \theta_k^c - \delta_k \leq \theta_k < \theta_k^c \\ -\frac{\theta_k - \theta_k^c - \delta_k}{\delta_k^2} & \theta_k^c \leq \theta_k \leq \theta_k^c + \delta_k \\ 0 & otherwise, \end{cases} \quad (10)$$

$k=1, \dots, K$ , 이고  $v_k = \frac{1}{\sqrt{6}} \delta_k$  이고  $\delta_k$  는 최대 각 편차이다.  $k$ 번째 이동국에 의한  $h(\theta_k^c, \delta_k)$ 의  $(m+1)$ 번째 원소  $b_m(\theta_k^c, \delta_k)$ ,  $m=1, \dots, M-1$ 는 단순 균일 선형배열의 경우

$$b_m(\theta_k^c, \delta_k) = \frac{2[1 - \cos(m\delta_k)]}{m^2 \delta_k^2} e^{jm\theta_k^c} \quad (11)$$

이고 균일 선형 배열에서는

$$b_m(\theta_k^c, \delta_k) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} (-1)^p I_p(-j\Delta_m) \cdot \frac{2[1 - \cos(p\delta_k)]}{p^2 \delta_k^2} e^{jp\theta_k^c} \quad (12)$$

이다.

예제 3:  $\theta_k$ 가 원형 정규(CN) 확률밀도함수를 가진다면

$$f(\theta_k) = \begin{cases} \frac{e^{\kappa_k \cos(\theta_k - \theta_k^c)}}{2\pi I_0(\kappa_k)}, & \theta_k^c \leq \theta_k < 2\pi + \theta_k^c \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (13)$$

$\kappa_k = \frac{2}{v_k^2}$ ,  $k=1, \dots, K$ 는  $\theta_k$ 의 집중값이다.  $k$ 번째 이동국에 의한  $h(\theta_k^c, \delta_k)$ 의  $(m+1)$ 번째 원소  $b_m(\theta_k^c, \delta_k)$ ,  $m=1, \dots, M-1$ 는 단순 균일 선형배열의 경우

$$b_m(\theta_k^c, \delta_k) = (-1)^m \frac{I_m(\kappa_k)}{I_0(\kappa_k)} e^{jm\theta_k^c} \quad (14)$$

이고 균일 선형배열에서는

$$b_m(\theta_k^c, \delta_k) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{I_p(\kappa_k)}{I_0(\kappa_k)} I_p(j\Delta_m) e^{jp\theta_k^c} \quad (15)$$

이다.

예제 4:  $\theta_k$ 가 원형 정규의 이차근사(ACN) 확률밀도함수를 가진다면

$$f(\theta_k) = \begin{cases} \frac{3}{4} \frac{1}{\delta_k} \left(1 - \frac{1}{\delta_k^2} (\theta_k - \theta_k^c)^2\right), & \theta_k^c \leq \theta_k < 2\pi + \theta_k^c \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (16)$$

$k=1, \dots, K$  일때  $v_k = \frac{1}{\sqrt{5}} \delta_k$  이고,  $\delta_k$ 는 최대 각 편차이다.  $k$ 번째 이동국에 의한  $h(\theta_k^c, \delta_k)$ 의  $(m+1)$ 번째 원소  $b_m(\theta_k^c, \delta_k)$ ,  $m=1, \dots, M-1$ 는 단순 균일 선형배열의 경우

$$b_m(\theta_k^c, \delta_k) = \frac{3[\sin(m\delta_k) - mv_k \cos(m\delta_k)]}{m^3 \delta_k^3} e^{jm\theta_k^c} \quad (17)$$

이고 균일 선형 배열에서는

$$b_m(\theta_k^c, \delta_k) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} (-1)^p I_p(-j\Delta_m) \cdot \frac{3[\sin(p\delta_k) - pv_k \cos(p\delta_k)]}{p^3 \delta_k^3} e^{jp\theta_k^c} \quad (18)$$

이다.

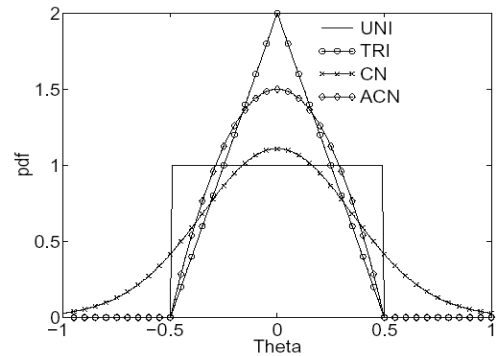


그림 2. 몇가지 확률 밀도 함수

그림 2는 똑같은 퍼짐 매개변수에  $\delta=0.5$  대한 확률 밀도 함수를 나타내는데 UNI, TRI, ACN 분포에 대해서는  $\delta=0.5$ 이고 CN 분포에 대해서는  $v=0.5$  이다.

### III. 신호 도래각 추정

제안된 모형에서 배열 출력의 공분산 행렬  $R_x$ 는

$$R_x = E[x(t)x^H(t)] = \sum_{k=1}^K b(\theta_k^c, v_k) \tilde{s}_{kk} b^H(\theta_k^c, v_k) + \sigma_n^2 I, \quad (19)$$

이때  $\tilde{s}_{kk} = E[\tilde{s}_k(t) \tilde{s}_k^H(t)]$ . 위의 모형에서 국소적으로 산란된 신호를 추정하는 것은 알려지지 않

은 두 개의 매개변수 세트  $(\theta_k^c, v_k)$ ,  $k=1, 2, \dots, K$  를 추정하는 것인데 이것은 2차원 추정문제이다.

크기 벡터는  $\tilde{s}(t)=[\tilde{s}_1(t), \tilde{s}_2(t), \dots, \tilde{s}_K(t)]^T$ 로, 평균 조종 벡터  $B=[b(\theta_1^c, v_1), b(\theta_2^c, v_2), \dots, b(\theta_K^c, v_K)]$ 로, 신호원의 공분산 행렬은  $R_s=E[\tilde{s}(t)\tilde{s}^H(t)]$ 로 정의할 때  $R_x$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_x = BR_s B^H + \sigma_n^2 I. \quad (20)$$

공분산 행렬  $R_x$ 의 고유값을 분해를 통해 다음을 얻는다[11].

$$R_x = \sum_{m=1}^M \lambda_m e_m e_m^H = E_s \Lambda_s E_s^H + \sigma_n^2 E_n E_n^H. \quad (21)$$

(21)에서  $range(E_s)$ 와  $range(E_n)$ 는 각각 신호와 잡음 부공간이고, 공분산 행렬의 고유값 분해에 의해 다음과 같이 얻을 수 있다

$$E_s = [e_1, e_2, \dots, e_K]$$

그리고

$$E_n = [e_{K+1}, e_{K+2}, \dots, e_M]$$

이며,  $e_k$ 는  $R_x$ 의  $k$ 번째 큰 고유값  $\lambda_k$ 에 해당 고유벡터이고,  $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_K > \lambda_{K+1} = \lambda_{K+2} = \dots = \lambda_M$ 이다. (21)에서  $\Lambda_s$ 는  $\lambda_k$ ,  $k=1, \dots, K$ 의 대각 행렬이다.  $R_x$ 의 최소 고유값은  $M-K$ 개 중복되고, 잡음 분산과 같다 또한, 신호 부공간은  $B$ 로 인한 공간의 부분집합이다 즉,  $Range(E_s) \subseteq Range(B)$ [11].

실제로  $R_x$ 는 주어지지 않으므로 이용 가능한 데이터를 통해 계속 추정되어야 한다 다음과 같이 정의되어지는 표본 공분산 행렬  $\hat{R}_x = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x(t)x^H(t)$ 의 고유값 분해를 하면

$$\hat{R}_x = \hat{E}_s \hat{\Lambda}_s \hat{E}_s^H + \hat{E}_n \hat{\Lambda}_n \hat{E}_n^H \quad (22)$$

이 되고, 이것은 (21)과 유사하다  $R_x$ 에서 했던 것처럼  $\{\hat{e}_1, \dots, \hat{e}_K, \hat{e}_{K+1}, \dots, \hat{e}_M\}$ 를  $\hat{R}_x$ 의 고유값의 크기 내림 순에 해당하는 단위 고유 벡터

집합이라면,  $\hat{E}_s$ 와  $\hat{E}_n$ 은 각각  $E_s$ 와  $E_n$ 의 추정을 나타내며,  $\hat{e}_k$ 로 구해진다

두 부공간  $range(\hat{E}_s)$ 와  $range(\hat{E}_n)$ 의 유사한 정도를 가중값을 부여할 때 나타내는 WSF 기준함수의 정의는 다음과 같다

$$\hat{\Theta} = \arg \min_{\Theta, T} \|\hat{E}_s W^{1/2} - B T\|_F^2 = \arg \max_{\Theta} \{P_B \hat{E}_s W \hat{E}_s^H\} \quad (23)$$

(23)에서  $\|\cdot\|_F^2$ 는 프로베니우스 놈의 제곱이고  $W$ 는  $K \times K$  가중값 행렬이며, 최적의 선택은  $W = (\Lambda_s - \sigma_n^2 I)^2 \Lambda_s^{-1}$ 이다 [12, pp. 651-652].  $W$ 값에 따라 추정 오류의 점근적 성질에 영향을 준다  $W=I$  일 때 추정 오류의 점근 분포는 비 가중값을 갖는 다 차원 (MD)-MUSIC 방식과 같다.  $W = \bar{\Lambda}$ ,  $\bar{\Lambda} = \Lambda_s - \sigma_n^2 I$ 일 때는 결정적인 ML방식의 그것과 같다 [11]. 행렬  $P_B$ 는  $B$  공간으로 수직 투영인  $P_B = B(B^H B)^{-1} B^H$ 이다. 즉 WSF를 이용한 신호 도래각들의 추정은 WSF 기준함수에서  $K$ 개의 국소 최대값의 위치를 찾는 것과 같으며 (23) 식은 예를 들어 Newton [13], alternating projection [14], 그리고 expectation maximization [15] 등의 알고리즘을 이용하여 풀 수 있다

#### IV. 통계적 특성

기준 함수의 점근 특성을 파악하는 것이 필요한데, 신호 도래각 매개변수 벡터를  $\Theta = [\theta_1^c, \theta_2^c, \dots, \theta_K^c]^T$ 로, 퍼짐 매개변수 벡터를  $\underline{v} = [v_1, v_2, \dots, v_K]^T$ 로 정의하자 이 때 평균 조종 행렬은  $B(\Theta, \underline{v})$ 로 쓰며, 도래각 매개변수 벡터  $\Theta$ 와 퍼짐 매개변수 벡터  $\underline{v}$ 의 추정은 각각  $\hat{\Theta}$ 와  $\hat{\underline{v}}$ 로 표현된다. 부공간을 맞추는 형태의 방법들에서는 점근적으로 다음의 기준 함수를 최소화 하는 것이다[11].

$$V(\Theta, \underline{v}) = \text{tr}[P_B(\Theta, \underline{v}) \hat{E}_s W \hat{E}_s^H]. \quad (24)$$

지금부터 WSF에 근거해서 구한  $\hat{\Theta}$ 와  $\hat{\underline{v}}$  추정값들의 점근적 통계적 특성을 구해보자 다음의 점근적 분포 결과들은 [11]에 주어진 신호의 고유벡터의 통계량에 근거를 둔다 표현의 편의를 위해

$$D_{\Theta \underline{v}} = \left[ \frac{\partial}{\partial \Theta} B^H(\Theta, \underline{v}) \right] P_B \left[ \frac{\partial}{\partial \underline{v}} B(\Theta, \underline{v}) \right],$$

$D_{\underline{\theta}\underline{v}} = \left[ \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}} B^H(\underline{\theta}, \underline{v}) \right] P_B^+ \left[ \frac{\partial}{\partial \underline{v}^T} B(\underline{\theta}, \underline{v}) \right]$ ,  
 $D_{\underline{v}\underline{\theta}} = \left[ \frac{\partial}{\partial \underline{v}} B^H(\underline{\theta}, \underline{v}) \right] P_B^+ \left[ \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}^T} B(\underline{\theta}, \underline{v}) \right]$ 와  
 $D_{\underline{v}\underline{v}} = \left[ \frac{\partial}{\partial \underline{v}} B^H(\underline{\theta}, \underline{v}) \right] P_B^+ \left[ \frac{\partial}{\partial \underline{v}^T} B(\underline{\theta}, \underline{v}) \right]$ 로  
 나타내고,  $P_B^+ = I - P_B$ 이다.  $(\hat{\underline{\theta}}, \hat{\underline{v}})$ 이  $(\underline{\theta}, \underline{v})$ 에  
 매우 가깝다고 가정하면 추정 오류 벡터는  
 $V'(\hat{\underline{\theta}}, \hat{\underline{v}}) = 0$ 로부터 얻어지는데 이때  $V'$ 는  $V$   
 의 미분이다. 특히 진리값  $(\underline{\theta}, \underline{v})$ 에서의  $V'$ 의  
 1차 테일러 급수 전개식은

$$\underline{\theta} \approx V'(\underline{\theta}, \underline{v}) + H(\underline{\theta}, \underline{v}) \left[ \begin{array}{c} \hat{\underline{\theta}} - \underline{\theta} \\ \hat{\underline{v}} - \underline{v} \end{array} \right] \quad (25)$$

이고, 이때

$$V'(\underline{\theta}, \underline{v}) = \left[ \begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}} V(\underline{\theta}, \underline{v}) \\ \frac{\partial}{\partial \underline{v}} V(\underline{\theta}, \underline{v}) \end{array} \right] \quad (26)$$

이고,

$$H(\underline{\theta}, \underline{v}) = \left[ \begin{array}{cc} \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}} \left( \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}} V(\underline{\theta}, \underline{v}) \right)^T & \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}} \left( \frac{\partial}{\partial \underline{v}} V(\underline{\theta}, \underline{v}) \right)^T \\ \frac{\partial}{\partial \underline{v}} \left( \frac{\partial}{\partial \underline{\theta}} V(\underline{\theta}, \underline{v}) \right)^T & \frac{\partial}{\partial \underline{v}} \left( \frac{\partial}{\partial \underline{v}} V(\underline{\theta}, \underline{v}) \right)^T \end{array} \right] \quad (27)$$

이다. 따라서 추정 오류 벡터는

$$\left[ \begin{array}{c} \hat{\underline{\theta}} - \underline{\theta} \\ \hat{\underline{v}} - \underline{v} \end{array} \right] \approx -H^{-1}(\underline{\theta}, \underline{v}) V'(\underline{\theta}, \underline{v}). \quad (28)$$

$\hat{\underline{e}}_k = \hat{\underline{e}}_k - E[\hat{\underline{e}}_k]$ ,  $k=1, \dots, K$ 의 점근적 정규  
 성은  $V'(\underline{\theta}, \underline{v})$  또한 점근적 정규임을 의미한다  
 [11]. 식 (28)과 [11]의 통계적인 결과를 이용하여  
 추정 오류 벡터  $[(\hat{\underline{\theta}} - \underline{\theta})^T, (\hat{\underline{v}} - \underline{v})^T]^T$ 의 점근선  
 분포를 아래와 같이 구할 수 있다

$$\begin{array}{c} \sqrt{M} \left[ \begin{array}{c} \hat{\underline{\theta}} - \underline{\theta} \\ \hat{\underline{v}} - \underline{v} \end{array} \right] \sim N^a(0, C), \end{array} \quad (29)$$

여기서  $N$ 은 표본의 수를 나타내고  $x \sim N^a(m, C)$   
 는 평균  $m$ 과 아래의 공분산행렬  $C$ 를 가지는 점근  
 적 가우시안을 따른다

$$C = E \left[ \left[ \begin{array}{c} \hat{\underline{\theta}} - \underline{\theta} \\ \hat{\underline{v}} - \underline{v} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \hat{\underline{\theta}} - \underline{\theta} \\ \hat{\underline{v}} - \underline{v} \end{array} \right]^T \right] = \overline{H}^{-1} Q \overline{H}^{-1} \quad (30)$$

$C$ 의 (1, 1)와 (2, 2)번째 원소는 각각 신호 도래각  
 추정 오류의 분산과 퍼짐 매개변수의 추정 오류의  
 분산이다. 게다가 (1, 2)와 (2, 1)의 원소는 각각  $\theta_1$   
 과  $v_2$ 의, 그리고  $\theta_2$ 와  $v_1$ 의 의존도를 의미한다  
 식 (30)에서

$$\overline{H} = -2 \left[ \begin{array}{cc} \text{Re}(D_{\underline{\theta}\underline{\theta}} \odot G) & \text{Re}(D_{\underline{\theta}\underline{v}} \odot G) \\ \text{Re}(D_{\underline{v}\underline{\theta}} \odot G) & \text{Re}(D_{\underline{v}\underline{v}} \odot G) \end{array} \right] \quad (31)$$

는  $H$ 의 점근값인데 즉  $\overline{H} = \lim_{M \rightarrow \infty} H(\underline{\theta}, \underline{v})$ 이고,

$G = (B^* E_s W E_s^H B^* H)^T$ ,  $[A \odot B]_{ij} = [A]_{ij} [B]_{ij}$   
 는 원소 대 원소의 곱 그리고  $A^\dagger$ 는  $A$ 의 의사  
 역행렬이다. 그리고,

$$Q = 2\sigma^2 \left[ \begin{array}{cc} \text{Re}(D_{\underline{\theta}\underline{\theta}} \odot U) & \text{Re}(D_{\underline{\theta}\underline{v}} \odot U) \\ \text{Re}(D_{\underline{v}\underline{\theta}} \odot U) & \text{Re}(D_{\underline{v}\underline{v}} \odot U) \end{array} \right] \quad (32)$$

이고,  $U = (B^* E_s W \Lambda_s \overline{\Lambda}^{-2} W E_s^H B^* H)^T$ ,  $\overline{\Lambda} = \Lambda_s -$   
 $\sigma_n^2 I$ 이다.

이제  $\overline{H}$ 와  $Q$ 의 3가지 예제를 생각해보자

예제 1: 비가중된 MD-MUSIC 방식 ( $W = I$ )의 점  
 근적인 공분산은  $C = \overline{H}^{-1} Q \overline{H}^{-1}$ 로 주어지고,

$$H = -2 \left[ \begin{array}{cc} \text{Re}(D_{\underline{\theta}\underline{\theta}} \odot X) & \text{Re}(D_{\underline{\theta}\underline{v}} \odot X) \\ \text{Re}(D_{\underline{v}\underline{\theta}} \odot X) & \text{Re}(D_{\underline{v}\underline{v}} \odot X) \end{array} \right] \quad (33)$$

$$Q = 2\sigma^2 \left[ \begin{array}{cc} \text{Re}(D_{\underline{\theta}\underline{\theta}} \odot Y) & \text{Re}(D_{\underline{\theta}\underline{v}} \odot Y) \\ \text{Re}(D_{\underline{v}\underline{\theta}} \odot Y) & \text{Re}(D_{\underline{v}\underline{v}} \odot Y) \end{array} \right] \quad (34)$$

이다. 식 (33), (34)에서 행렬  $X$ 와  $Y$ 는  $X =$   
 $(A^H A)^T$ 와  $Y = [(B^H B R_s B^H B)^{-1} + \sigma_n^2 (B^H B R_s$   
 $B^H B R_s B^H B)^{-1}]^T$ 로 정의된다.

예제 2: 결정적 ML 방식 ( $W = \overline{\Lambda}$ )의 점근적 공분  
 산은  $C = C_B + \overline{H}^{-1} Q \overline{H}^{-1}$ 로 얻어지며, 이 때

$$\overline{H} = -2 \left[ \begin{array}{cc} \text{Re}(D_{\underline{\theta}\underline{\theta}} \odot R_s^T) & \text{Re}(D_{\underline{\theta}\underline{v}} \odot R_s^T) \\ \text{Re}(D_{\underline{v}\underline{\theta}} \odot R_s^T) & \text{Re}(D_{\underline{v}\underline{v}} \odot R_s^T) \end{array} \right], \quad (35)$$

$$Q = 2\sigma^4 \left[ \begin{array}{cc} \text{Re}(D_{\underline{\theta}\underline{\theta}} \odot X) & \text{Re}(D_{\underline{\theta}\underline{v}} \odot X) \\ \text{Re}(D_{\underline{v}\underline{\theta}} \odot X) & \text{Re}(D_{\underline{v}\underline{v}} \odot X) \end{array} \right], \quad (36)$$

이고 점근적 결정적 Cramer-Rao의 낮은 경계는

$$CB = \frac{\sigma_n^2}{2} \begin{bmatrix} \text{Re}(D_{\theta_0} \odot R_s^T) & \text{Re}(D_{\theta_v} \odot R_s^T) \\ \text{Re}(D_{\nu_0} \odot R_s^T) & \text{Re}(D_{\nu_v} \odot R_s^T) \end{bmatrix}^{-1} \quad (37)$$

이고, [16]에서 유도되었다.

예제 3: 추정 오류 분산을 최소화하는 최적 부공간 정합 방법인 WSF방식 ( $W = \Lambda^2 \Lambda_s^{-1}$ )에 대한 점근적 공분산은 아래 식과 같다

$$C = \frac{\sigma_n^2}{2} \begin{bmatrix} \text{Re}(D_{\theta_0} \odot Z) & \text{Re}(D_{\theta_v} \odot Z) \\ \text{Re}(D_{\nu_0} \odot Z) & \text{Re}(D_{\nu_v} \odot Z) \end{bmatrix}^{-1}, \quad (38)$$

이고, 이때  $Z = (R_s B^H R_x^{-1} B R_s)^T$ 이다.

### V. 수치 및 모의실험 결과

이 절에서는 여러 확률 밀도 함수 중에서 식(7)에서 나타난 균일 확률 밀도 함수일 때 제안된 국소 산란 모형에서 제안된 방식의 성능을 수치적인 예를 들어 보인다 분석적인 결과는 4절에서 주로 방정식 (30), (38)을 통해 얻어졌으며, 앞 절에서 구해진 이론적인 결과들의 뒷받침을 위해 식(3)에서의 임의의 신호  $x(t)$ 를 만들어 최적의 가중값인 예제 3의 결과를 이용하여 모의실험을 통해 검증한다 그림 3은 식 (1)에서 (3)까지의 이론적인 결과의

합리성을 보여준다 식 (1)의 항  $\zeta_1 = \sum_{k=1}^L R_k e^{j\theta_k}$   $a(\theta_k)$ 과 식 (3)의 항  $\zeta_2 = E[a(\theta_k)] \widetilde{R}_k e^{j\theta_k}$ 을 제외하고는 식 (1) 과 (3)이 똑같으므로 두 항 간에 상대적인 차이가 얼마나 작은지를 보여주면 충분할 것이다.  $\zeta_1$ 와  $\zeta_2$ 는  $L \times 1$  벡터이고,  $\zeta_1$ 과  $\zeta_2$ 의 상대적인 차이의 프로베니우스 놈의 제곱인  $\frac{\|\zeta_1 - \zeta_2\|_F^2}{\|\zeta_1\|_F^2}$ 를 다중경로 수의  $L$ 의 증가에 따라 그렸으며, 그림 3에서 분명히 나타나듯이 식 (3)은  $L$ 이 충분히 크다면 식(1) 대신 사용될 수 있다

모의실험에서 이동국의 수  $K$ 가 2이고, 표본의 수  $N$ 이 200이라고 가정하였다. 그림 4는 두개의 신호원이  $\theta_1^c = 20^\circ$ ,  $\theta_2^c = 40^\circ$ ,  $v_1 = 0.0577$  ( $\delta_1 = 0.1$ ) 및  $v_2 = 0.1443$  ( $\delta_2 = 0.25$ )에 있을 때, 도래각 추정 오류의 분산을 다양한 안테나 배열의 수  $M$ 에 대하여 신호 대 잡음비에 따라 그렸더니 그림은  $M$ 과  $SNR$ 이 커질수록 더 작은 추정 오

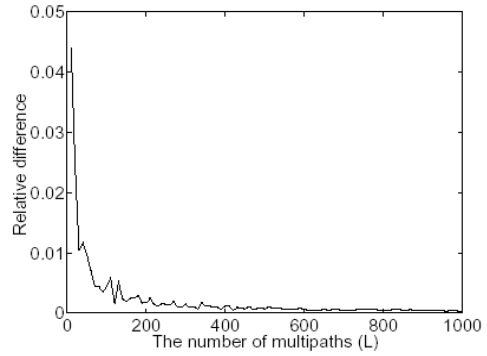


그림 3.  $\theta_1^c = 20^\circ$ ,  $v_1 = 0.0577$ , and  $M = 10$ 일 때, 항  $\zeta_1$ 과  $\zeta_2$ 사이의 상대적 차의 프로베니우스 놈의 제곱 대 다중 경로  $L$ 의 수

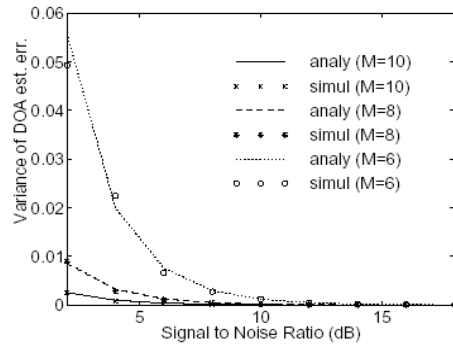


그림 4.  $\theta_1^c = 20^\circ$ ,  $\theta_2^c = 40^\circ$ ,  $v_1 = 0.0577$ ,  $v_2 = 0.1443$ ,  $K = 2$ ,  $M = 10$ ,  $N = 200$ 일 때, 도래각 추정 오류의 분산 대 SNR 비

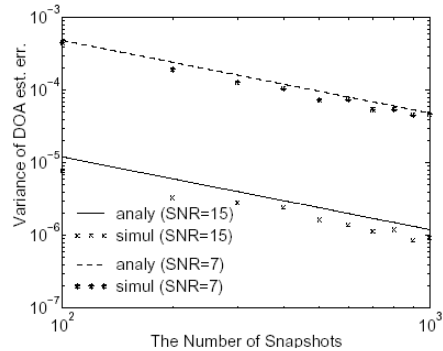


그림 5.  $\theta_1^c = 20^\circ$ ,  $\theta_2^c = 40^\circ$ ,  $v_1 = 0.0577$ ,  $\theta_1^c = 20^\circ$ ,  $\theta_2^c = 40^\circ$ ,  $v_1 = 0.0577$ ,  $v_2 = 0.1443$ ,  $K = 2$ ,  $M = 10$ , and  $SNR = 15$  and  $7dB$ 일 때, 도래각 추정 오류 분산 대 표본수  $N$ .

류의 분산을 나타냄을 보인다. 그림 5는  $SNR = 15$ 와  $SNR = 7dB$ 일 때, 표본의 수에 따른 도래각 추정 오류의 분산을 보여준다. 다른 매개변수의 조건은 그림 4에서와 같다. 이 그림으로부터 원하는 점근적 결과를 얻기 위해 얼마나 많은 표본의 수가

필요한지를 결정할 수 있다 이 그림은 또한 표본수가 증가함에 따라 분산이 감소함을 보인다

다음으로 SNR = 7dB에서 다양한 안테나 수에 대하여 도래각 추정 오류의 분산과 퍼짐 매개변수의 분산을 비교한다 그림 6에서는 하나의 신호원이  $\theta_{1^c} = 20^\circ$ ,  $v_1 = 0.0577$ 에 위치하고 다른 이동국의 신호원이  $v_2 = 0.1443$ 이고, 도래각이 변할 때의 성능을 보인다 비슷하게 그림 7에서도 두 번째 이동국 신호원의  $\theta_{2^c} = 40^\circ$ 이고, 퍼짐 매개변수만 변할 때의 성능을 보인다

이러한 두 그림으로부터 두 신호원 사이의 도래각의 차이와 퍼짐 매개변수의 차이가 커질수록 도래각과 퍼짐 매개변수 추정 오류의 분산은 작아짐을 알 수 있다 그 이유는 도래각의 차이와 퍼짐 매개변수의 차이가 커질수록 각각의 매개변수를 추정하기 쉽기 때문이다 또한, 두 신호원 사이의 도래각의 차이와 퍼짐 매개변수의 차이가 커질수록 다양한 안테나 수에 대한 성능의 차이 역시 작아짐을

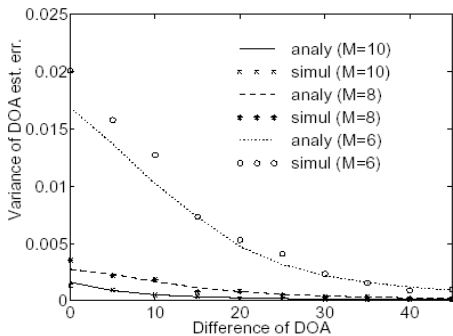


그림 6.  $v_1 = 0.0577, v_2 = 0.1443, K = 2, M = 10, 8, 6, SNR = 7dB$ , 그리고  $N = 200$ 일 때, 도래각 추정 오류 분산 대 두 신호원의 도래각 차이

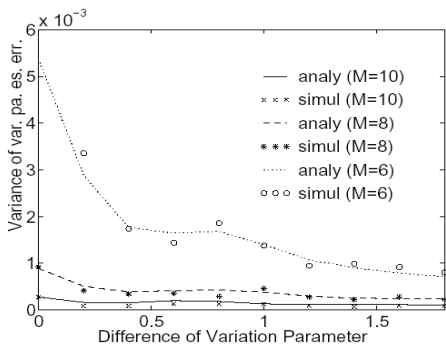


그림 7.  $\theta_1^c = 20^\circ, \theta_2^c = 40^\circ, K = 2, M = 10, 8, 6, SNR = 7dB$ , 그리고  $N = 200$ 일 때, 퍼짐 매개변수 추정 오류 분산 대 두 신호원의 퍼짐 매개변수의 차이

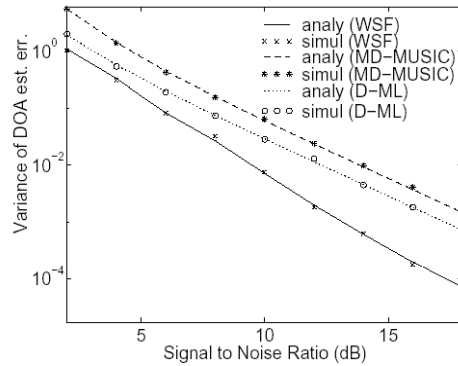


그림 8.  $\theta_1^c = 35^\circ, \theta_2^c = 40^\circ, v_1 = 0.0577, v_2 = 0.1443, K = 2, M = 4$ , 그리고  $N = 200$ 일 때, 도래각 추정 오류의 분산 대 여러 방식에 대한 SNR

알 수 있었다 이 그림은 또한 안테나 수가 증가함에 따라 분산이 감소하는 것도 보여준다

신호 대 잡음비에 따른 여러 가지 방법으로 구해진 도래각 추정 오류의 분산은 그림 8에 나타나며, 이것은 WSF 기법이 다른 기법들 보다 우수하고 고 해상도를 가짐을 보인다 이 그림은 또한 모든 방식에 대해 공통적으로 신호 대 잡음비와 안테나 수가 증가함에 따라 추정 오류의 분산이 감소하는 것을 보여준다

## VI. 결론

이동국 신호원의 각 퍼짐 영향을 모형화한 후에 그 모형을 이용하여 WSF 기법에 근거한 신호 도래각 추정 기법을 연구하였다 이동국의 신호원 위치가 각도적으로 산란될 때 합리적으로 그 신호원을 모형화하기 위해서 도래각 및 퍼짐 매개변수 등 두 개의 매개변수가 필요함을 보였다 제안된 모형에서 WSF 근거한 기법을 이용할 때 추정 오류의 분산이 이론적으로 분석되었고 수치적인 본보기기를 통해 제안된 모형의 적합성과 WSF에 기반한 방식이 다른 방식보다 우수하다는 것을 보였다 컴퓨터 모의실험의 결과는 이론적인 결과들을 뒷받침 하였다

## 참고 문헌

- [1] A. F. Naguib, A. Paulraj, and T. Kailath, "Capacity improvement with base-station antenna arrays in cellular CDMA," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. VT-43, pp. 691-698, Aug. 1994.



- [2] H. Srinath and V. U. Reddy, "Analysis of MUSIC algorithm with sensor gain and phase perturbations," *Signal Proc.*, vol. 23, pp. 245-256, June 1991.
- [3] T. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, vol. ASSP-33, pp. 806-811, Aug. 1985.
- [4] J. Choi, I. Song, S. Kim, and Y.K. Jhee, "A generalized null-spectrum for direction of arrival estimation," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. SP-42, pp. 462-466, Feb. 1994.
- [5] Y.U. Lee, J. Choi, I. Song, and S.R. Lee, "Distributed signal source modeling and direction of arrival estimation techniques," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. SP-45, pp. 960-969, Apr. 1997.
- [6] T. Trump and B. Ottersten, "Estimation of nominal directions of arrival and angular spread using an array of sensors," *Signal Proc.*, vol. 50, pp. 57-69, 1996.
- [7] S. Valaee, B. Champagne, and P. Kabal, "Parametric localization of distributed sources," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 43, pp. 2144-2153, Sep. 1995.
- [8] R. Prasad, *CDMA for Wireless Personal Communications*, Norwood, MA: Artech House, 1996.
- [9] S.C. Kim, I. Song, S. Yoon, and S.R. Park, "DOA estimation of angle-perturbed sources for wireless mobile communications," *IEICE Tr. Comm.*, vol. E83B, pp. 2537-2541, Nov. 2000.
- [10] M. D. Yacoub, *Foundations of Mobile Radio Engineering*, Boca Raton, FL: CRC Press, 1993.
- [11] M. Viberg and Bjorn Ottersten, "Sensor array processing based on subspace fitting," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. SP-39, pp. 1110-1121, May 1991.
- [12] C. W. Therrien, *Discrete Random Signals and Statistical Signal Processing*, Monterey, CA: Prentice Hall, 1992.
- [13] D. Storer and A. Nehorai, "Newton algorithms for conditional and unconditional maximum likelihood estimation of the parameters of exponential signals in noise," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. SP-40, pp. 1528-1534, June 1992.
- [14] J. Ziskind and M. Wax, "Maximum likelihood localization of multiple sources by alternative projection," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, vol. ASSP-36, pp. 1553-1560, Oct. 1988.
- [15] M. I. Miller and D. R. Fuhrmann, "Maximum-likelihood narrow-band direction finding and the EM algorithm," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, vol. ASSP-38, pp. 1560-1577, Sep. 1990.
- [16] P. Stoica and A. Nehorai, "MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, vol. ASSP-37, pp. 720-741, May 1989.

김 석 찬 (Suk Chan Kim)

정회원



1993년 2월 부산대학교 전자공학  
학과 졸업

1995년 2월 한국과학기술원 전  
기 및 전자공학박사

2000년 2월 한국과학기술원 전  
기 및 전자공학박사

2000년 3월~2000년 7월 한국전

자통신연구소 (ETRI) 연구원

2000년 8월~2001년 7월 Princeton 대학교 박사 후  
과정

2001년 8월~2002년 2월 Lehigh 대학교 박사 후 과정

2002년 3월~현재 부산대학교 전자공학과 조교수

<관심분야> 이동통신, 통신 신호처리, OFDM