나카가미-*n* 페이딩 채널에서 직사각 QAM과 *M*-PSK 신호의 최대비 합성 수신 성능 비교

정회원 임 정 석*,**, 박 상 규**

MRC Performance Comparison between Rectangular QAM and *M*-PSK over Nakagami-*n* Fading Channels

Jeongseok Lim*, **, Sang Kyu Park** ***Regular Members***

요 약

본 논문에서는 나카가미-n(라이시안) 페이딩 채널 상에서 그레이 부호화된 직사각 QAM(Rectangular-QAM) 신호를 최대비 합성(maximal ratio combining) 다이버시티로 수신하는 경우 비트오율(Bit Error Rate, BER)을 계산하는 수식을 다양한 채널에 적용할 수 있도록 일반적 형태로 유도하고 그 성능 분석을 실시한다. 유도된 BER 수식은 휘태커 함수(Whittaker function)와 초기하 함수(confluent hypergeometric)로 표현된다. 또한 *M*-PSK와의 성능 비교를 통하여 나카가미-n 페이딩 채널의 특성을 확인한다. BER 수식이 일반적인 형태로 유도되었기 때문에 가시 경로(line-of-sight)를 가지는 통신채널이나 위성통신 채널의 성능분석에 본 논문에서 유도한 BER 수식을 쉽게 적용할 수 있다.

Key Words : R-QAM, Nakagami-*n*, Whittacker function, Confluent hypergeometric function, *M*-PSK

ABSTRACT

We derive and analyze a bit error rate(BER) expression of a Gray coded rectangular QAM(R-QAM) signal with maximal ratio combining diversity(MRC) reception over Nakagami-n(Rician) fading channels. The derived result is provided in terms of the Whittaker function and the confluent hypergeometric function. In addition, by performance comparison with *M*-PSK, we see the Nakagami-*n* fading channel characteristics. Because the derived expression is general, it can readily allow numerical evaluation for various cases of practical interest such as line-of-sight (LOS) or satellite communication channel analysis.

Ⅰ. 서 론

송신기와 수신기 사이에 직접파가 존재하고, 수신된 직접파의 신호 세기가 큰 경우에는 수신된 신호의 포락선은 *n*-distribution을 가지며, 이러한 채널은 나카가미-*n* 페이딩 채널이라고 알려져 있다[1]. 나카가미-*n* 페이딩 채널은 가시경로 채널, 디지털 방송채널 그리고 위성통신 채널을 모델링하는 데 사용되는 가장 중요한 채널 모델 중의 하나이다. 또한 이 채널은 적절한 나카가미 파라미터 *m*이 주어진 경우 나카가미-*m* 채널의 특수한 경우이기도 하다[1]-[2]. *n*-분포(n-distribution)는 1940년대 초반에 페이딩채널을 모델링하기 위하여 나카가미가 도입하였으며, Rice는 이와 거의 같은 시기에 협대역 잡음 문제에 비슷한 채널 모델을 사용하였다. 따라서 이 채널 모델은 나카가미-라이스 분포로 불려지기도 한

* 한국전자통신연구원, 한양대학교 (limjs@etri.re.kr), ** 한양대학교 전자통신컴퓨터공학부(skpark@hanyang.ac.kr)
논문번호 : KICS2005-04-147, 접수일자 : 2005년 4월 9일

다. 일반적으로 나카가미-n 모델의 계산은 나카가미-m 모델보다 수학적으로 훨씬 복잡하다.

나카가미 페이딩 채널상에서의 오류성능분석은 참고문헌 [3-7] 등에서 많이 다루었다. Lindsey은 1964년에 이진신호 및 N-ary 신호를 다중채널로 수신한 경우 시스템의 성능을 제시하였다[3]. Tellambura은 육상-이동 위성채널에서 다이버시티를 가지는 M-ary PSK에 대하여 논의하였다[4]. 참고문헌 [5-9] 등에서는 최대비 합성을 가지는 나카가미-m 채널에 대한 분석을 다루었다. 또한 참고문헌 [9]에서는 나카가미-m 페이딩 채널에서 안테나 상관을 고려하여 최대비 합성을 가지는 R-QAM 신호의 BER 성능을 제시하였다.

본 논문에서는 참고문헌 [9]와 [10]의 결과를 활용하여 나카가미-n 페이딩 채널상에서 최대비 합성으로 수신되는 R-QAM 신호의 정확한 BER을 표현할 수 있는 수식을 유도하고 분석하였다. 또한 n-분포의 다양한 페이딩 파라미터에 대한 분석과 함께 수치적인 분석을 제시하였다. 2장에서는 시스템 모델, AWGN 채널상에서 R-QAM 신호의 BER 및 나카가미-n 채널의 특성을 자세히 설명하였다. 3장에서는 나카가미-n 페이딩 채널상에서 최대비 합성 다이버시티로 수신되는 R-QAM 신호와 M-PSK 신호에 대한 정확한 BER 수식을 제시하였다. 4장에서는 수치분석 결과를 제시하였으며 결과를 비교하였다. 마지막으로 5장에서는 본 논문의 유용성을 요약함으로써 결론을 맺는다.

Ⅱ. 시스템 모델

변조된 R-QAM 신호가 AWGN(Additive White Gaussian Noise) 채널로 전송되었다고 가정한다. $(U\times V)$ R-QAM 신호의 경우, $m=\log_2(U\cdot V)$개 비트의 직렬 정보열(bit stream)은 그레이 부호(Gray code)를 사용하여 2차원 신호성상에 사상되게 된다. 여기서 U는 in-phase(I) 축 신호점의 수이며, V는 quadrature(J) 축 신호점의 수이다. 그레이 부호는 연접한 이진 값 사이의 해밍거리(Hamming distance)가 1이 되도록 사상시키는 방식이다. 따라서 그레이 부호화 알고리즘(Gray coding algorithm)은 이진함수 공간과 그레이 부호화 함수공간 사이에 일대일 대응이 되고 비선형 변환으로 표현된다[9, 11].

수신된 $(U\times V)$ R-QAM 신호의 복조는 2개의 병렬 PAM(Pulse Amplitude Modulation) 신호 복조기가 사용된다. 여기에서는 복조기에서 반송파 동기와 심벌 동기는 완벽하게 이루어졌다고 가정한다.

AWGN 환경에서 R-QAM 신호의 비트오류(BER)의 조건부 확률은 다음과 같이 주어진다[10].

$$P_b(e\mid\gamma)=\frac{1}{m}\left(\sum_{k=1}^{\log_2 U}P_I(k)+\sum_{l=1}^{\log_2 V}P_J(l)\right)\tag{1}$$

여기서, $P_I(k)$와 $P_J(l)$은 k번째 I 배열의 PAM 비트와 l번째 J 배열의 PAM 비트의 BER을 각각 의미하고, 이들은 다음과 같이 나타낸다.

$$P_I(k)=\frac{1}{U}\sum_{i=0}^{(1-2^{-k})U-1}\Big[\Theta(i,k,U)\cdot erfc\Big(\sqrt{\gamma\cdot\Omega(i,U,V)}\Big)\Big]\tag{2}$$

$$P_J(l)=\frac{1}{V}\sum_{j=0}^{(1-2^{-l})V-1}\Big[\Theta(j,l,V)\cdot erfc\Big(\sqrt{\gamma\cdot\alpha^2\cdot\Omega(j,U,V)}\Big)\Big]\tag{3}$$

여기서,

$$\Theta(a,b,c)=(-1)^{\left\lfloor\frac{a\cdot 2^{b-1}}{c}\right\rfloor}\left(2^{b-1}-\left\lfloor\frac{a\cdot 2^{b-1}}{c}+\frac{1}{2}\right\rfloor\right),$$

$$\Omega(a,b,c)=\frac{3(2a+1)^2\cdot\log_2(bc)}{(b^2-1)+\alpha^2(c^2-1)}$$

이다. 식(3)에서 α는 I 축과 J 축 간의 최소 거리의 비를 의미하고, $k\in 1,2,\cdots,\log_2 U$, $l\in 1,2,\cdots,\log_2 V$, $\lfloor\cdot\rfloor$는 floor 함수를 의미한다. 만일 I 축과 J 축 신호점의 개수가 같고, $\alpha=1$이면 정사각 QAM 신호의 BER이 된다.

페이딩 채널에서 합성된 신호의 SNR이 γ_b인 다이버시티 수신 시스템의 평균 BER $\overline{P_b}$는 다음과 같이 계산된다.

$$\overline{P_b}=\int_0^\infty P_b(e\mid\gamma)f_{\gamma_b}(\gamma)d\gamma\tag{4}$$

여기서, $P_b(e\mid\gamma)$는 AWGN 채널에서의 BER이고, $f_{\gamma_b}(\gamma)$는 다이버시티를 통하여 합성 수신된 신호의 신호대잡음비(signal-to-noise ratio, SNR)의 확률 밀도 함수(probability density function, PDF)를 의미한다.

식(4)에 식(1)을 대입하면 $\overline{P_b}$는 식 (5)와 같이 2개의 적분 형태로 표현되고, 이들은 각각 I 와 J 축의 비트오류확률을 나타낸다.

$$\overline{P_b} = \frac{1}{m}\left\{\frac{1}{U}\sum_{i=0}^{(1-2^{-k})U-1}[\Theta(i,k,U)\cdot\Psi_I(i,U,V))] + \frac{1}{V}\sum_{j=0}^{(1-2^{-l})V-1}[\Theta(j,l,V)\cdot\Psi_J(j,U,V))]\right\} \quad (5)$$

여기서,

$$\Psi_I(i,U,V) = \int_0^\infty erfc(\sqrt{\gamma\cdot\Omega(j,U,V)}\cdot f_{\gamma_b}(\gamma)d\gamma \quad (6)$$

$$\Psi_J(j,U,V) = \int_0^\infty erfc(\sqrt{\gamma\cdot\alpha^2\cdot\Omega(j,U,V)}\cdot f_{\gamma_b}(\gamma)d\gamma \quad (7)$$

이다. 식 (5)는 평균 BER $\overline{P_b}$가 $\Psi_I(i,U,V)$와 $\Psi_J(j,U,V)$에 의해 특징 지워짐을 보인다.

일반적으로 Nakagami-n 분포는 1개의 강한 직접파(가시파, Line-of-sight) 성분과 다른 많은 종류의 약한 신호성분들로 구성된다. L차 MRC 다이버시티 수신성능분석을 위하여 각 다이버시티 채널은 독립적인 Nakagami-n 페이딩을 경험하며, 수신기에서는 완벽한 채널 추정이 가능하다고 가정한다. 이러한 가정들에서, i번째 다이버시티 경로를 통하여 수신된 신호의 SNR γ_i의 확률 밀도 함수는 non-central chi-square 분포를 가지게 되고 이 함수는 다음과 같이 표현된다.

$$f_{\gamma_b}(\gamma_i) = \frac{(1+n^2)\exp(-n^2)}{\overline{\gamma_i}} e^{-\frac{(1+n^2)\gamma}{\overline{\gamma_i}}} \cdot I_0\left(2n\sqrt{\frac{(1+n^2)\gamma}{\overline{\gamma_i}}}\right), \gamma\geq 0 \quad (8)$$

여기서 n, $\overline{\gamma_i}$, 및 $I_0(\cdot)$들은 각각 Nakagami-n 페이딩 파라메터, i 번째 경로의 평균 SNR, 1종 0차 (1st-kind 0-th order) modified Bessel 함수를 의미한다. 이 페이딩 파라메터 n은 0부터 ∞ 까지의 값을 가지고, 이 값이 $K=n^2$으로 정의될 때 K를 Rician 파라메터라고 한다. Nakagami-n 분포는 특별한 경우에 레일레이($K=0$, 직접파가 존재하지 않는 경우) 분포와 페이딩이 없는 경우($K=\infty$, 직접파만 존재하는 경우)를 모두 포함하며, 적절한 파라메터들을 선정하면 알려진 여러 가지의 분포함수로 변형시킬 수 있다.

만일 다이버시티 안테나들을 충분히 이격시켜 설치하게 되면 각 안테나들 간에는 통계적인 독립이 성립하게 된다. 이때 Nakagami-n 채널을 통과한 신호들을 합성하는 L 경로 MRC에 대하여 다이버시티 수신기 출력의 순시 SNR γ의 확률밀도함수 PDF는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_{\gamma_b}(\gamma) = \left(\frac{L+K}{\overline{\gamma}}\right)^{\left(\frac{L+1}{2}\right)}\left(\frac{\gamma}{K}\right)^{\left(\frac{L-1}{2}\right)}\cdot e^{-\left(\frac{L+K}{\overline{\gamma}}\right)\gamma-K}\cdot I_{L-1}\left(2\sqrt{\frac{K(L+K)}{\overline{\gamma}}\gamma}\right), \gamma\geq 0 \quad (9)$$

여기서 출력 SNR $\gamma=\sum_{i=1}^{L}\gamma_i$, 평균 출력 SNR $\overline{\gamma}=E[\gamma]$이고 Rician 페이딩 파라메터 $K=\sum_{i=1}^{L}K_i$이다. 만일 $L=1$이면 (9)식은 (8)식이 된다.

Ⅲ. MRC 수신 BER

3.1 R-QAM 신호

본 장에서는 제 2장에서 설명한 평균 BER을 계산하기 위한 식 (5)에 나타난 함수 $\Psi_I(i,U,V)$와 $\Psi_J(j,U,V)$는 함수 내부의 파라메터중 α 변수만이 차이가 있으므로 I 축 상에서의 $\Psi_I(i,U,V)$만을 구하는 것만을 보인다. 즉 $\Psi_I(i,U,V)$에서 $\overline{\gamma}$ 대신 $\alpha^2\overline{\gamma}$를 대입함으로써 $\Psi_J(j,U,V)$를 쉽게 구할 수 있기 때문이다.

식 (9)를 식(6)에 적용하면 $\Psi_I(i,U,V)$은 다음과 같은 이중 적분 형태로 표현될 수 있다.

$$\Psi_I(i,U,V) = \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_x^\infty \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right)\cdot\left(\frac{L+K}{\overline{\gamma}}\right)\left\{\left(\frac{L+K}{\overline{\gamma}}\right)\frac{\gamma}{K}\right\}^{\left(\frac{L-1}{2}\right)} e^{-\left(\frac{L+K}{\overline{\gamma}}\right)\gamma-K}\cdot I_{L-1}\left(2\sqrt{\frac{K(L+K)}{\overline{\gamma}}\gamma}\right)dyd\gamma \quad (10)$$

여기서 $x=\sqrt{\gamma\cdot\Omega(i,U,V)}$이다. 식 (10)을 간결히 표현하기 위해 여기서는 $\Psi_I(i,U,V)$를 Ψ, $\Omega(i,U,V)$를 Ω로 표현하여 사용한다. 식 (10)에서 $\beta=(L+K)/\overline{\gamma}$, $\beta\gamma=t^2/2$, $h=\sqrt{2K}$라 하면 Ψ는 다음과 같이 간단한 형태로 나타낼 수 있다.

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty\int_{t\sqrt{\frac{\Omega}{2\beta}}}^\infty t\cdot\left\{\frac{t}{h}\right\}^{L-1}\cdot e^{-\frac{t^2+h^2+y^2}{2}} I_{L-1}(h\cdot t)dydt \quad (11)$$

적분순서를 바꾸고 적분구간을 변경시키면 식(11)은

$$\Psi=\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty e^{-\frac{y^2}{2}}dy \int_{y\sqrt{\frac{2\beta}{\Omega}}}^{\infty} t\cdot\left\{\frac{t}{h}\right\}^{L-1} e^{-\frac{t^2+h^2}{2}} \cdot I_{L-1}(h\cdot t)dt \tag{12}$$

이 된다. (12)식의 아래쪽(오른쪽) 적분을 Marcum Q 함수로 바꾸어 표현하면

$$\begin{aligned}\Psi&=\frac{1}{2}\left[1-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty Q_L\left(h,\sqrt{\frac{2\beta}{\Omega}}y\right)e^{-\frac{y^2}{2}}dy\right]\\ &=Q_1(a,b)-\frac{1}{2}\left[1+\sqrt{\frac{\Omega}{\Omega+2\beta}}\right]e^{-\frac{a^2+b^2}{2}}\\ &\cdot I_o(ab)-\left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sum_{k=1}^{L-1}\left(\sqrt{\frac{2\beta}{\Omega}}\frac{1}{h}\right)^k e^{-\frac{h^2}{2}}\right.\\ &\left.\cdot\int_0^\infty y^k e^{-\frac{2\beta+\Omega}{2\Omega}y^2} I_k\left(h\sqrt{\frac{2\beta}{\Omega}}y\right)dy\right]\end{aligned} \tag{13}$$

여기서

$$a=\sqrt{K}\left[\frac{1+2c}{2(1+c)}-\sqrt{\frac{c}{1+c}}\right]^{\frac{1}{2}},$$

$$b=\sqrt{K}\left[\frac{1+2c}{2(1+c)}+\sqrt{\frac{c}{1+c}}\right]^{\frac{1}{2}},$$

$$c=\frac{\Omega}{2\beta}$$

이다. 또, $Q_L(a,b)$와 $Q_1(a,b)$는 L차 와 1차의 Marcum Q 함수로 다음과 같이 정의 된다[11, 12].

$$\begin{aligned}Q_L(a,b)&=\int_b^\infty x\left[\frac{x}{a}\right]^{L-1}e^{-\frac{x^2+a^2}{2}}I_{L-1}(ax)dx\\ &=Q_1(a,b)+e^{-\frac{x^2+a^2}{2}}\sum_{k=1}^{L-1}\left(\frac{b}{a}\right)^k I_k(ab)\end{aligned} \tag{14}$$

이고

$$Q_1(a,b)=\int_b^\infty x\, e^{-\frac{x^2+a^2}{2}} I_0(ax)dx. \tag{15}$$

식 (13)의 적분항을 다음과 같이 $R(y)$로 정의한다.

$$R(y)=\int_0^\infty y^k \exp\left[-\frac{(2\beta+\Omega)}{2\Omega}y^2\right]\cdot I_k\left(h\sqrt{\frac{2\beta}{\Omega}}y\right)dy \tag{16}$$

$R(y)$를 풀기 위해 다음 식을 이용한다[12].

$$\int_0^\infty x^{\mu-\frac{1}{2}}e^{-\omega x}I_{2\nu}(2\xi\sqrt{x})dx=\frac{\Gamma\left(\mu+\nu+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma(2\nu+1)}\cdot\xi^{-1}e^{\frac{\xi^2}{2\omega}}\omega^{-\mu}M_{-\mu,\nu}\left(\frac{\xi^2}{\omega}\right) \tag{17}$$

여기서 $\Gamma(\cdot)$은 감마 함수이고, $M_{\lambda,\mu}(z)$는 Whittaker 함수로[12]

$$M_{\lambda,\mu}(z)=\frac{z^{\mu+\frac{1}{2}}}{2^{2\mu}B\left(\mu+\lambda+\frac{1}{2},\mu-\lambda+\frac{1}{2}\right)}\cdot\int_{-1}^{1}(1+t)^{\mu-\lambda-\frac{1}{2}}(1-t)^{\mu+\lambda-\frac{1}{2}}e^{-\frac{1}{2}zt}dt$$

와 같이 정의된다. 여기서 $B(x,y)$는 1종 Euler 적분(Beta 함수)으로 $B(x,y)=2\int_0^1 t^{2x-1}(1-t^2)^{y-1}dt$, $[Re(x)>0,\quad Re(y)>0]$이다. 따라서 식 (16)의 $R(y)$는 Whittaker 함수 $M_{\lambda,\mu}(z)$를 이용하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}R(y)&=\frac{1}{2}\int_0^\infty x^{\mu-\frac{1}{2}}e^{-\frac{(2\beta+\Omega)}{2\Omega}x}I_{2\nu}\left(h\sqrt{\frac{2\beta}{\Omega}}x\right)dx\\ &=\frac{1}{2}\frac{\Gamma\left(\mu+\nu+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma(2\nu+1)}\xi^{-1}e^{\frac{\xi^2}{2\omega}}\omega^{-\mu}M_{-\mu,\nu}\left(\frac{\xi^2}{\omega}\right)\end{aligned} \tag{18}$$

여기서, $k=2\mu=2\nu$, $x=y^2$, $\omega=(2\beta+\Omega)/(2\Omega)$, $\xi=h\sqrt{2\beta}/2\sqrt{\Omega}$ 이다. 그러므로 식 (18)을 식 (13)에 대입하면 Ψ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}\Psi&=Q_1(a,b)-\frac{1}{2}\left[1+\sqrt{\frac{\Omega}{\Omega+2\beta}}\right]e^{-\frac{a^2+b^2}{2}}I_o(ab)\\ &-\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-K}\sum_{k=1}^{L-1}\frac{\Gamma\left(k+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma(k+1)}\left(\sqrt{\frac{2\beta}{\Omega}}\frac{1}{\sqrt{2K}}\right)^k\\ &\cdot e^{\frac{K\beta}{2\beta+\Omega}}\cdot\left(\frac{2\beta+\Omega}{2\Omega}\right)^{-\frac{k}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{K}}\sqrt{\frac{\Omega}{\beta}}\right)\\ &\cdot M_{-\frac{k}{2},\frac{k}{2}}\left(\frac{2K\beta}{2\beta+\Omega}\right)\end{aligned} \tag{19}$$

만일 Whittaker 함수 $M_{\mu,\nu}(\cdot)$와 다음과 같은 ${}_1F_1(\alpha,\gamma;z)$ 초기하 함수와의 동일성[12]

$$M_{-\lambda,\nu}(z)=z^{\nu+\frac{1}{2}}e^{-\frac{z}{2}}\,{}_1F_1\left(\nu+\lambda+\frac{1}{2},2\nu+1;z\right) \tag{20}$$

을 이용하면 식 (18)은

$$\begin{aligned}R(y)&=\frac{\Gamma\left(k+\frac{1}{2}\right)}{2\Gamma(k+1)}\left(\frac{2\beta+\Omega}{2\Omega}\right)^{-\frac{k}{2}}\left(\frac{h^2\beta}{2(2\beta+\Omega)}\right)^{\frac{K+1}{2}}\\ &\cdot\left(\frac{2}{h}\sqrt{\frac{\Omega}{2\beta}}\right){}_1F_1\left(k+\frac{1}{2},k+1;\frac{h^2\beta}{2\beta+\Omega}\right)\\ &=\frac{\Gamma\left(k+\frac{1}{2}\right)}{2\Gamma(k+1)}\sqrt{\Omega}(h\sqrt{\beta})^k(2\beta+\Omega)^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)}\\ &\cdot\,{}_1F_1\left(k+\frac{1}{2},k+1;\frac{h^2\beta}{2\beta+\Omega}\right)\end{aligned} \tag{21}$$

로 표현할 수 있고, 따라서 식 (19)의 Ψ 는

$$\Psi = Q_1(a,b) - \frac{1}{2}\left[1+\sqrt{\frac{\Omega}{\Omega+2\beta}}\right]e^{-\frac{a^2+b^2}{2}} \cdot I_o(ab) - \sum_{k=1}^{L-1} 2^{-\frac{k+3}{2}} \frac{(2k-1)!!}{K!}\Omega^{-\frac{k-1}{2}}\beta^k e^{-K} \cdot (2\beta+\Omega)^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)} {}_1F_1\left(k+\frac{1}{2}, k+1; \frac{2K\beta}{2\beta+\Omega}\right) \quad (22)$$

여기서,

$$(2k-1)!! = 1\cdot 3\cdot 5\cdot \cdots \cdot (2k-1),$$

$$\Gamma\left(k+\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}(2k-1)!!}{2^k},$$

$$\Gamma(k+1) = k\Gamma(k) = k(k-1)! = k!,$$

$$\beta = \frac{N+K}{\gamma}$$

이다.

또 초기하 함수 사이의 동일성 ${}_1F_1(\alpha,\gamma;z) = e^z\,{}_1F_1(\gamma-\alpha,\gamma;-z)$을 이용하여 식 (22)을 다시 쓰면

$$\Psi = Q_1(a,b) - \frac{1}{2}\left[1+\sqrt{\frac{\Omega}{\Omega+2\beta}}\right]e^{-\frac{a^2+b^2}{2}} I_o(ab) - \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{L-1} \frac{\Gamma\left(k+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma(k+1)} (\sqrt{\Omega})^{-k+1}(2\beta+\Omega)^{-\frac{2k+1}{2}} \cdot (\sqrt{2}\beta)^k e^{-K+\frac{2K\beta}{2\beta+\Omega}} {}_1F_1\left(\frac{1}{2}, k+1; -\frac{2K\beta}{2\beta+\Omega}\right) \quad (23)$$

과 같이 나타낼 수 있다. 식 (23)은 참고문헌 [3]의 결과와 파라메터는 다르지만 유사한 결과를 보임을 알 수 있다.

레일레이 페이딩은 Nakagami-*n* 페이딩의 특수한 예이기 때문에 레일레이 페이딩 채널에서 MRC 다이버시티의 Ψ 는 Nakagami-*n* 페이딩 강도를 나타내는 파라메터를 $n=0$(또는 $K=0$)로 하면 쉽게 얻을 수 있다. 또한 다이버시티 차수(diversity order) L=1이고 변조 레벨이 각각 *U*=2, *V*=2인 경우, 식 (19)를 식 (5)에 대입하면 다이버시티 결합기를 사용하지 않는 경우 레일레이 페이딩 채널에서 QPSK 신호에 대한 BER인 다음 식과 같게 된다.

$$P_b = \left[1-\sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{1+\bar{\gamma}}}\right] \quad (24)$$

3.2 *M*-PSK 신호

$K=\log_2 M$ 개의 비트로 구성된 심벌을 전송하는 *M*-PSK 신호는 각 심벌의 영역이 $2\pi/M$이 된다. 이 신호는 Nakagami-*n* 채널을 통과하면서 위상 오차가 발생하고, 이 오차 위상 Θ 에 대한 누적 분포 함수(cumulative distribution function, CDF)는 다음과 같이 계산된다[17].

$$\begin{aligned} F_{PSK}(\Phi,\gamma|\alpha) &= \Pr[-\pi<\Theta<\Phi],\ -\pi<\Phi<0 \\ &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2+\Phi} e^{-\alpha\gamma\sin^2\Phi\sec^2\Theta}d\Theta \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 α는 페이딩 채널을 통과하여 수신된 신호의 수신 전력으로 $\alpha=s_I^2+s_Q^2$이고, γ는 SNR으로 $\gamma=E_s/N_0$를 의미한다. 따라서 식 (25)의 위상 오차에 대한 확률적 평균을 구하면 다음과 같다.

$$F_{PSK}(\Phi,\gamma) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2+\Phi} m[-\gamma\sin^2\Phi\sec^2\Theta]d\Theta \quad (26)$$

여기서 $m[\cdot]$은 모멘트 발생함수 (moment generating function, MGF)로 Nakagami-*n* 채널에서 페이딩 채널 이득 α에 대한 CDF가 $F(\alpha)=1-Q_L(\sqrt{2LK}, \sqrt{2(1+K)\alpha})$ 이므로 α의 MGF는

$$m[z] = \left(\frac{1+K}{1+K+z}\right)^L \exp\left(-\frac{zKL}{1+K+z}\right) \quad (27)$$

로 계산된다[17].

따라서, 수신된 *M*-PSK신호의 위상은 $-(2i+1)\pi/M$과 $-(2i-1)\pi/M$ 사이에 존재하게 되고, 이때의 평균 비트오율은

$$\overline{P_b}(\gamma) = \frac{2}{K}\sum_{i=1}^{M/2} d_i^M \Pr[-\Theta_i<\Theta\le-\Theta_{i-1}] \quad (28)$$

이 된다. 여기서 $i=1,\cdots,M/2-1$이고 d_i^M은 i번째 심벌과 나머지 심벌들 간의 평균 해밍거리를 의미한다. 그러므로 식 (28)을 CDF 함수로 표현하면 다음과 같이 표현된다[17].

$$\overline{P_b}(\gamma) = \frac{2}{K}\sum_{i=1}^{M/2} d_i^M[F(-\Theta_{i-1},\gamma) - F(-\Theta_i,\gamma)] \quad (29)$$

Ⅳ. 수치 분석 결과

본 장에서는 다양한 R-QAM 신호의 성능과 *M*-PSK 신호와의 성능을 비교 분석한다. 여기에서 사용하는 파라메터들은 평균 SNR, 변조 차수, 다이버시티 차수 L, 페이딩 강도 파라메터 K 등이다. 참고문헌 [14]와 [15]에서 실험을 통해 측정한 페이딩 강도 파라메터 K는 고정된 수신을 하는 경우

약 6~12dB에 분포됨을 알 수 있다.

그림 1과 2는 각각 Nakagami-*n* 페이딩 채널에서 16, 32-QAM 신호의 BER에 영향을 미치는 페이딩 파라메터 *K*와 다이버시티 차수 *L*의 영향에 대하여 수치해석 결과를 보인 것이다. 예상한 바와 같이, *K*와 *L*의 값이 크면 클수록 더 좋은 성능을 보임을 알 수 있다. 예로써 16-QAM 신호의 경우, 그림 1에서 *L*=3 그리고 *K*=10dB인 경우의 BER은 그림 2에서 *L*=5 and *K*=6dB인 경우의 BER과 거의 같은 성능을 보이고 있음을 알 수 있다. 또한 비록 높은 차수의 QAM 수신기가 동일한 환경에서 동일한 BER 성능을 얻기 위해서는 낮은 차수의 QAM 수신기가 요구하는 것보다 더 높은 SNR을 필요로 하지만, 그림에서는 페이딩 파라메터 또는 다이버시티 안테나 수의 변화에 따라 비례하여 거의 동일한 수준의 상대적인 성능향상 정도를 보이는 것을 알 수 있다.

그림 3과 4는 3개의 서로 다른 채널 즉, AWGN 채널($n=\infty$), 레일레이 모델($n=0$), 그리고 Nakagami-*n* 모델 (*K*=6dB)에서 각각 128-QAM과 256-QAM 신호의 SNR, 다이버시티 차수 *L*에 따른 BER 성능을 수치 해석한 그림이다. 수치분석 결과, 다이버시티 차수가 1에서 2로 증가함에 따라 상당한 BER 성능 향상을 보이고 있으나, *L*값이 2에서 더 높은 값으로 증가하는 경우에는 향상 정도가 완만해 짐을 보이고 있다. 그림 3, 4의 여러 성능 곡선들로 부터 레일레이 채널에서의 다이버시티 이득(diversity gain)이 Nakagami-*n* 채널에서 보다 더 큼을 알 수 있게 한다. 또한 낮은 SNR 환경에서 보다는 높은 SNR 환경에서 더 높은 다이버시티 이득을 얻을 수 있음도 알 수 있다. 즉, 다이버시티 차수 *L*=2를 사용하여 BER이 {10-3, 10-5} 인 경우의 다이버시티 이득은 레일레이 채널에서는 {9dB, 21dB}의 다이버시티 이득을 얻을 수 있으나, Nakagami-*n* 채널에서는 {3dB, 13dB} 정도의 다이버시티 이득을 얻을 수 있을 뿐이다. 또한 그림 3, 4로부터 Nakagami-*n* 페이딩 채널에서 R-QAM의 성능은 AWGN 채널에서의 성능과 레일레이 페이딩 채널에서의 성능 사이 중간에 해당함을 알 수 있다.

그림 5와 6은 페이딩 파라메터 *K*=0(Rayleigh)과 *K*=8.7dB인 경우 8-PSK와 8-QAM 신호들의 MRC 성능을 비교한 것이다. 그림 5에서 볼 수 있듯이 레일레이 페이딩 환경에서 QAM과 PSK는 각각 큰 다이버시티 이득을 가지게 되지만, 8-PSK가 8-QAM에 비해 더 많은 이득을 얻을 수 있음을 알 수 있다. 그림 6에서는 직접파가 어느 정도 존재하는 경우의 8-PSK와 8-QAM을 비교한 것이다. 직접파가 존재함에 따라 얻을 수 있는 다이버시티 이득은 QAM 계열의 신호가 PSK 계열의 신호보다 현저하게 떨어지게 됨을 알 수 있다. 이것은 직접파가 존재하는 Nakagami-*n* 페이딩의 경우에 직접파의 세기가 클수록 페이딩을 경험한 신호들 보다 진폭에 민감한 QAM에 영향을 많이 주기 때문이며, PSK의 경우에는 진폭보다 위상에 민감하기 때문에 PSK 계열의 신호가 QAM 계열의 신호에 비해 다이버시티 이득이 커지게 되는 것이다.

표 1은 Nakagami-*n* 페이딩 채널에서 32-QAM, 128-QAM 그리고 256-QAM 신호를 MRC 다이버시티를 이용하여 수신할 때, BER이 각각 10-3 과 10-5 인 경우 다이버시티 이득을 보인 것이다. 표 1로부터 동일한 페이딩 파라메터 *K*와 다이버시티 차수 *L*을 사용하는 경우에는, QAM 신호의 변조 차수가 다르다 하더라도 다이버시티 이득이 거의 동일함을 알 수 있다. 또한 페이딩 파라메터가 증가하는 경우에는 다이버시티 이득이 감소함도 알 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 Nakagami-*n*(Rician) 채널에서 R-QAM 신호를 *L*차 최대비합성 다이버시티 수신하는 경우, BER 수식을 유도하였으며, 그 성능을 *M*-PSK 신호의 성능과 비교 분석하였다.

유도된 수식을 이용하여 수치 해석한 결과 페이딩 파라메터 *K*가 큰 경우 보다는 낮은 경우 더 큰 다이버시티 이득을 얻을 수 있음을 알 수 있었다. 또한 페이딩 파라메터의 값에 관계없이 낮은 SNR 환경에서 보다는 높은 SNR 환경에서 더 높은 다이버시티 이득을 얻을 수 있음을 알 수 있다. 또한, 동일한 BER 성능을 얻기 위하여 비록 높은 차수의 QAM 수신기가 낮은 차수의 QAM 수신기 보다 더 높은 SNR를 요구하지만, 상대적인 성능 향상의 정도는 페이딩 파라메터 또는 다이버시티 안테나 수의 변화에 따라 거의 같은 정도로 비례함을 알 수 있다. 또한, R-QAM과 *M*-PSK의 경우 동일하게 레일레이 채널에서 다이버시티 차수의 변화에 따라 큰 이득을 얻을 수 있으나 Nakagami-*n* 채널에서는 기대할 수 있는 R-QAM의 다이버시티 이득은 *M*-PSK에 비해 상대적으로 적다. 따라서, Nakagami-*n* 채널 환경에서 R-QAM 신호 수신을 위한 MRC 다이버시티 수신에 대한 효과는 *M*-PSK에 비해 떨어짐을 알 수 있다.

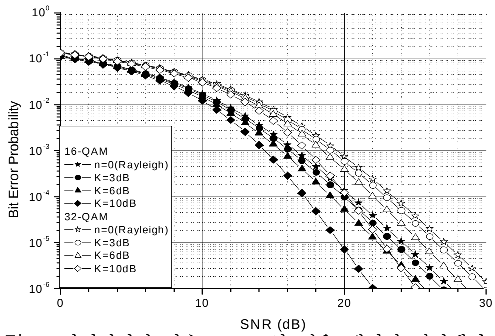

그림 1. 다이버시티 차수 L = 3인 경우 페이딩 파라메터 K에 따른 16-, 32-QAM의 비트오류확률

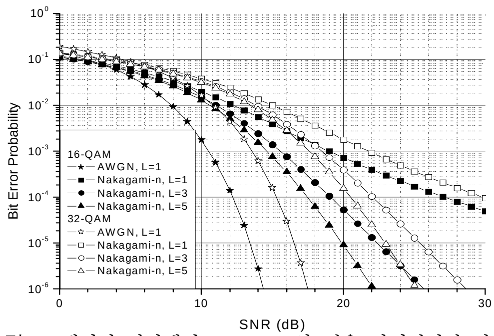

그림 2. 페이딩 파라메터 K = 6dB인 경우 다이버시티 차수 K 에 따른 16-, 32-QAM의 비트오류확률

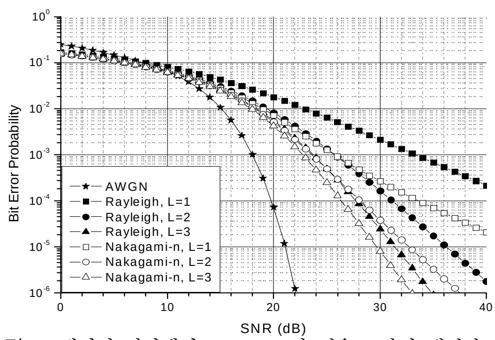

그림 3. 페이딩 파라메터 K = 6dB인 경우, 3가지 채널과 다이버시티 차수 L에 따른 128-QAM의 비트오류확률

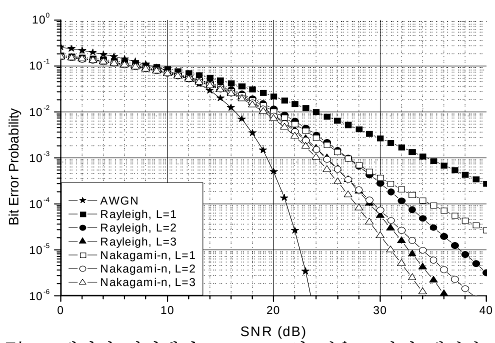

그림 4. 페이딩 파라메터 K = 6dB인 경우, 3가지 채널과 다이버시티 차수 L에 따른 256-QAM의 비트오류확률

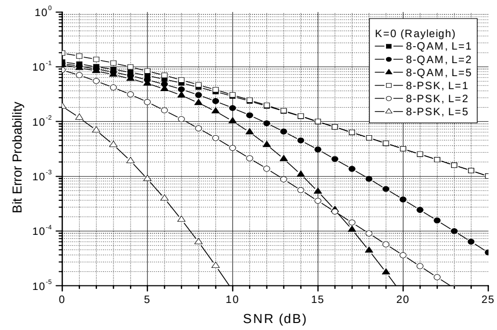

그림 5. 레일레이 (K=0) 환경에서 직사각 8-QAM과 8-PSK 신호들의 다이버시티 안테나 수자에 따른 MRC 성능 비교

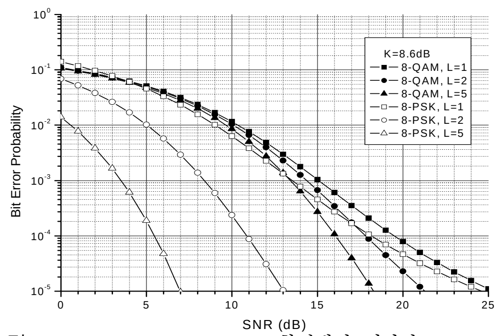

그림 6. Nakagami-n (K=8.7dB) 환경에서 직사각 8-QAM과 8-PSK 신호들의 다이버시티 안테나 수자에 따른 MRC 성능 비교

표 1. Nakagami-n 페이딩 채널에서 MRC 다이버시티 수신 32-, 128-, 256-QAM 신호의 BER 10-3 와 10-5 에서의 다이버시티 이득

K (dB)	32-QAM		128-QAM		256-QAM		$\overline{P_b}$
	L=3	L=5	L=3	L=5	L=3	L=5	
0	9.7	11.5	9.4	10.8	9.3	10.5	10^{-3}
	22	25.5	22.1	25.1	21.8	25	10^{-5}
6	3.2	3.9	2.9	3.4	2.9	3.6	10^{-3}
	13.8	16.1	13.5	15.8	13.2	16.2	10^{-5}
10	0.5	0.8	0.5	0.8	0.4	0.8	10^{-3}
	2.2	3.1	2.1	3	2.1	2.9	10^{-5}

참 고 문 헌

[1] M. K. Simon, and M. Alouini, *Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis*, John Wiley & Sons, 2000.

[2] J. G. Proakis, *Digital Communications, Fourth Edition*, McGraw-Hill, 2001

[3] W. C. Lindsey, "Error Probabilities for Rician Fading Multichannel Reception of

Binary and N-ary Signals," *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 10, no. 4, pp.339350, October 1964.

〔4〕 C. Tellambura, A. J, Mueller, and V. K. Bhargave, "Analysis of M-ary Phase-Shift Keying with Diversity Reception for Land-Mobile Satellite Channels," *IEEE Trans. Vech. Tech.*, vol. 46, no. 4, November 1997.

〔5〕 V. Aalo and S. Pattaramalai, "Average error rate for coherent MPSK signals in Nakagami fading channels," *Electron. Lett.*, vol. 32, (17), pp. 1538-1539, 1996.

〔6〕 A. Annamalai, "Error Rates for Nakagami-*m* Fading Multichannel Reception of Binary and *M*-ary signals," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 1,pp. 58-68, January 2001.

〔7〕 V. Aalo, "Performance of Maximal-Ratio Diversity Systems in a Correlated Nakagami-Fading Environment," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, no. 8, pp. 2360-2369, August 1995.

〔8〕 Q.T. Zhang, "Maximal-Ratio Combining over Nakagami Fading Channels with an Arbitrary Branch Covariance Matrix," *IEEE Trans. on Vehicular. Tech.*, vol. 48, no. 4, pp.1141-1150, July 1999.

〔9〕 K. Hyun, D. Yoon, S. K. Park, "Performance Analysis of MRC Diversity for Arbitrary Rectangular QAM Signals over Nakagami Fading Channels," *IEICE Trans. Comm.*, vol. E87-B, no. 5, May 2004.

〔10〕 K. Cho and D. Yoon, "On the General BER Expression of One and Two Dimensional Amplitude Modulations," *IEEE Trans. Comm.*, vol. 50, no. 7, pp.1074-1080, July 2002.

〔11〕 W. Weber, Differential encoding for multiple amplitude and phase shift keying systems, *IEEE Trans. Comm.*, vol. 26, no. 3, pp. 385391, March 1978.

〔12〕 I. S. Gradshteyn, and I. M. Ryzhik, *Tables of integral, series and product*, Sixth Ed., Academic Press, 2000.

〔13〕 P. K. Vitthaladevuni and M. S. Alouini, "BER Computation of 4/M-QAM Hierarchical Constellations," *IEEE Trans Broadcast.*, vol. 47, no. 3, September 2001.

〔14〕 T. S. Rappaport, "Indoor Radio Communi- cation for Factories of the Future," *IEEE Trans. Mag.*, vol. 27, no. 5, pp. 15-24, May 1989.

〔15〕 R. J. C. Bultitude and G. K. Bedal, "Propagation Characteristics on Microcelluar Urban Mobile Radio Channels at 910 MHz," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 7, no. 1, pp. 31-39, Jan. 1989.

〔16〕 현광민, 윤동원, 박상규, "동일 채널 간섭이 존재하는 Nakagami 채널에서의 임의 직사각 QAM 신호의 MRC 다이버시티 수신 성능," *한국통신학회논문지*, Vol.29, No.3A, pp.257-265, 2004.

〔17〕 C. Tellambura, A.J. Mueller, and V.K. Bhargava, "Analysis of M-ary phase-shift keying with diversity reception for land mobile satellite channels," *IEEE Trans. on Veh. Tech.*, vol. 46, no. 4, pp. 910-922, Nov. 1997.

임 정 석 (Jeongseok Lim) 정회원

1987년 2월 한양대학교 전자통신공학과(공학사)
1989년 2월 한양대학교 전자통신공학과(공학석사)
2002년 2월 한양대학교 전자통신공학과 박사과정 수료
1989년~2000년 국방과학연구소
2000년~현재 한국전자통신연구원 부설 국가보안기술연구소 선임연구원
<관심분야> 채널코딩, 디지털통신, 통신/음성 신호처리

박 상 규 (Sang kyu Park) 정회원

1974년 2월 서울대학교 전기공학과 공학사
1980년 5월 듀크대학교 전기공학과 공학석사
1987년 1월 미시건대학교 전기공학과 공학박사
1987년 3월~현재 한양대학교 전자통신컴퓨터공학부 교수
<관심분야> 디지털 통신, 확산대역통신, MIMO