

접지된 유전체 위의 저항율이 일정한 저항띠 격자구조에 대한 전자파 산란 해석 - H-분극인 경우 -

중신회원 최 영 선*, 양 승 인*

Analysis of the Electromagnetic Scattering of Resistive Strip Grating with Uniform Resistivity on a Grounded Dielectric Layer - H-Polarization Case -

Young Sun Tchoi*, Seung In Yang* *Lifelong Members*

요 약

본 논문은 접지된 유전체 평면 위에 균일한 저항율을 갖는 저항띠 격자구조로 임의의 방향으로 입사되는 H-분극 전자파산란 문제를 모멘트 법으로 해석하였다. 기존의 논문에서는 전류밀도의 분포에 따라 기저함수를 다양한 직교다항식으로 변경하여 E-분극의 경우만 수치해석 하였다. 반면에, 본 연구에서는 각 저항띠의 양끝에서 유도 전류밀도가 0 이 되도록 cosine 함수와 sine 함수로 구성된 다항식의 급수로 나타내었다. 산란 전자계는 주기적인 구조에 대응시킬 수 있는 Floquet 모드함수의 급수로 전개하였으며, 미지의 계수를 구하기 위하여 경계조건을 적용하였다. 또한, Fourier-Galerkin 모멘트 법을 적용함으로써 접지된 유전체 위에 여러 가지 저항율을 갖는 저항띠에 대하여 기하광학적인 정규화 된 반사전력에 관한 스트립 폭 및 주기, 입사각의 영향을 수치해석 하였다.

Key Words : H-polarization, uniform resistivity, FGMM, series of cosine and sine functions

ABSTRACT

In this paper, when a H-polarized plane wave is incident on the grating consisting of uniform resistive strips, electromagnetic scattering is analyzed using the moment of methods (MoM). The current density of each resistive strip on a grounded dielectric plane is fixed by zero at both edges. To satisfy the condition at both ends of each resistive strip, the induced surface current density is expanded in a series of cosine and sine functions.

The scattered electromagnetic fields are expanded in a series of Floquet mode functions. The boundary conditions are applied to obtain the unknown current coefficients. According to the variation of the involving parameters such as strip width and spacing and angle of the incident field, numerical simulations are performed by applying the Fourier-Galerkin moment method.

The numerical results of the normalized reflected power for resistive strips case for zero and several resistivities are obtained.

I. 서 론

주기적 산란체인 주파수 선택표면 격자구조는 일

정한 간격마다 리액턴스 소자의 역할을 하는 불연속 부하를 장하한 것으로서 통과대역과 저지대역을 교대로 가지므로 주파수대역에 따라 입사파가 감쇠

※ 본 연구는 숭실대학교 교내연구비 지원에 의해 수행되었음.

* 숭실대학교 정보통신전자공학부 (Department of Electronics Engineering, Soongsil University)

논문번호 : KICS2006-01-012, 접수일자 : 2006년 1월 5일, 최종논문접수일자 : 2006년 3월 2일

없이 반사되거나, 감쇠가 커서 반사되지 못하는 특성이 있다. 이러한 부분적인 세력 감쇠는 저항띠에서 상호 결합에 의한 현상으로, 고차모드가 전파모드와 감쇠모드로 상호전환 되는 경우에 발생하며, 입사각과 주기를 변화시켜 세력 감쇠의 위치를 이동시켜 줄 수 있다. 이와 같이 산란체 격자구조에 대한 반사나 투과 현상의 연구가 광학을 비롯한 레이다, 안테나 및 전자기학분야 등으로 다양하게 활용되어 왔다¹⁻³⁾.

전자파 산란 문제에 대한 수치해석 방법으로는 주로 모멘트법(MoM : method of moments)을 이용하여 해를 계산하는데⁴⁾ 이때 주요 관건은 우수한 성능의 기저함수를 선정하는 것이며, 그에 따라서 해의 정확도와 수렴도가 변한다.

격자구조에 도체를 사용한 기본 문제로서 Richmond⁵⁾는 자유공간상에서 스트립에 유도된 미지의 유도전류를 푸리에 급수로 전개할 때, 모서리 경계조건도 함께 적용하여 수치계산 시의 효율성을 향상하였다. 또한 자유공간상에서 저항띠를 갖게 되는 경우에는 파수영역에서의 SGMM(Spectral-Galerkin Moment Method)을 적용하였다⁶⁻⁸⁾. 특히 완전도체 띠 격자구조에 의한 산란 문제에서는 접지층 위에 유전체층을 가진 경우⁹⁾의 수치계산 방법 중 PMM(Point Matching Method)을 이용하였으며, 접지된 유전체층 위에서 매우 얇은 저항띠 문제는 FGMM(Fourier-Galerkin Moment Method)을 이용하여 E-분극인 경우에 수치 해석한 바가 있다¹⁰⁻¹³⁾.

본 논문은 접지된 유전체층 위의 저항띠 격자구조에 대한 “H-분극 산란 해석”을 목표로 하였다. 산란 전자계는 주기적인 구조에 대응시킬 수 있도록 Floquet Mode 함수의 급수로 전개하였고, 각 영역의 경계면에서 전자파 연속정리를 적용하였다. 또한 저항경계조건을 이용하였으며, 저항띠에 유도된 전류 밀도는 cosine 함수와 sine 함수가 홀수 항과 짝수 항으로 구성된 다항식의 급수로 전개하였다. 수치계산을 할 때 입사자계의 진폭은 1로 정규화 하였다.

II. FGMM을 적용한 산란해석

본 논문은 그림 1과 같이 접지된 유전체 층위에 y 방향으로 무한히 긴 저항띠가 배열되어 있는 상태에서 H-분극 평면파가 저항띠의 가장자리에 나란히 ϕ 의 각도로 비스듬히 입사하는 경우를 수치해석한다. 여기서 스트립 주기는 s, 스트립 폭은 w, h는 스트립 폭의 절반($h = w/2$)이며, 영역 2의 유전체

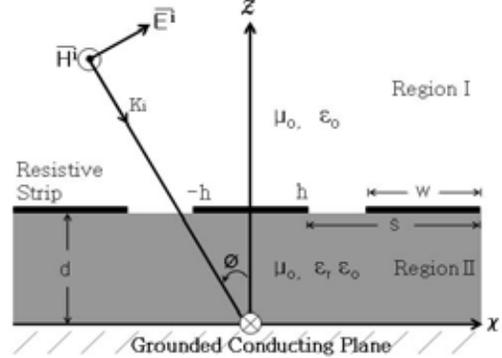


그림 1. 균일한 저항율의 저항띠 격자구조에 임의의 방향으로 입사되는 H-분극 평면파
Fig. 1. H-polarized plane wave with oblique incidence on a resistive strip grating with uniform resistivity

층의 비유전율은 ϵ_r 이고, 두께는 d 이다.

이 때 입사되는 자계 \vec{H}^i 와 전계 \vec{E}^i 는 다음과 같다.

$$\vec{H}^i = -\hat{y}H_0 e^{-jk_0 x \sin\phi} e^{jk_0 z \cos\phi} \quad (1)$$

$$\vec{E}^i = \eta_0 (\hat{x} \cos\phi + \hat{z} \sin\phi) H_0 e^{-jk_0 x \sin\phi} e^{jk_0 z \cos\phi} \quad (2)$$

여기서 $k_0 (= \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0})$ 는 자유공간의 전파상수, $\eta_0 (= \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0})$ 는 고유임피던스, μ_0 와 ϵ_0 는 각각 자유공간에서의 투자율과 유전율, 그리고 H_0 는 입사자계의 진폭이다.

영역 1에서 점선성분의 산란전자계 \vec{H}_t^s 와 \vec{E}_t^s 는 평면파의 합으로 표시할 수 있다.

$$\vec{H}_t^s = -\hat{y}H_0 e^{-jk_0 x \sin\phi} \sum_n A_n e^{-j\gamma_n(z-d)} e^{-j2n\pi x/s} \quad (3)$$

$$\vec{E}_t^s = -\hat{x} \frac{H_0}{\omega \epsilon_0} e^{-jk_0 x \sin\phi} \sum_n A_n \gamma_n e^{-j\gamma_n(z-d)} e^{-j2n\pi x/s} \quad (4)$$

이때 A_n 은 구해야 할 미지의 계수이고, 주기적인 구조에서 공간고조파의 x 방향 위상정수 $\beta_n = k_0 \sin\phi + 2n\pi/s$ 는 Floquet Mode에 대응하는 값으로 표현되며, z 방향의 위상정수 γ_n 은 다음과 같이 전파모드와 감쇠모드로 표시된다.

$$\gamma_n = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \beta_n^2} , & k_0^2 \geq \beta_n^2 \\ -j \sqrt{\beta_n^2 - k_0^2} , & k_0^2 < \beta_n^2 \end{cases} \quad (5)$$

영역 2 ($0 \leq z \leq d$)에서 접선성분의 $\overline{H}_t^{\text{II}}$ 와 $\overline{E}_t^{\text{II}}$ 는 다음과 같이 무한급수의 합으로 표현할 수 있다.

$$\overline{H}_t^{\text{II}} = -\hat{y}H_0 e^{-jk_0 x \sin\phi} \sum_n (B_n e^{-j\gamma_n z} + C_n e^{j\gamma_n z}) e^{-j2n\pi x/s} \quad (6)$$

$$\overline{E}_t^{\text{II}} = -\hat{x} \frac{H_0}{\omega\epsilon} e^{-jk_0 x \sin\phi} \sum_n \gamma_{n1} (B_n e^{-j\gamma_n z} - C_n e^{j\gamma_n z}) e^{-j2n\pi x/s} \quad (7)$$

여기서 B_n 과 C_n 은 구해야 할 미지의 계수이고, γ_{n1} 은 다음과 같이 표시할 수 있으며, $k_1 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0\epsilon_r}$ = $k_0\sqrt{\epsilon_r}$ 이다.

$$\gamma_{n1} = \begin{cases} \sqrt{k_1^2 - \beta_n^2}, & k_1^2 \geq \beta_n^2 \\ -j\sqrt{\beta_n^2 - k_1^2}, & k_1^2 < \beta_n^2 \end{cases} \quad (8)$$

$z = 0$ 인 접지도체평면에서 접선성분의 전계는 0이어야 하므로 식 (7)으로부터 다음 식을 구할 수 있다.

$$B_n = C_n \quad (9)$$

또한, $z = d$ 인 영역 1과 영역 2의 경계면에서 접선성분의 전체전계는 연속이어야 하므로 다음 식을 만족해야 한다.

$$\overline{E}_t^{\text{I}} + \overline{E}_t^{\text{S}} = \overline{E}_t^{\text{II}} \quad (10)$$

그리고 식 (2), (4), (7), (9) 및 (10)을 이용하면 C_n 을 제거하고 B_n 을 A_n 의 항으로 표현할 수 있다.

$$B_n = -\frac{\epsilon_r (k_0 \cos\phi e^{jk_0 d \cos\phi} \delta_n - A_n \gamma_n)}{\gamma_{n1} (e^{-j\gamma_n d} - e^{j\gamma_n d})} \quad (11)$$

여기서 δ_n 는 $n=0$ 일 때만 1이고, $n \neq 0$ 의 경우는 0인 Kronecker delta 함수이다.

또한, $z = d$ 인 경계면에서 저항도체 띠에 유도된 전류밀도는 임의의 기저함수 $G_p(x)$ 의 급수로 하여 미지의 계수 f_p 를 포함한 식으로 전개한다.

$$\overline{J}_x(x) = \hat{x} e^{-jk_0 x \sin\phi} \sum_p f_p G_p(x) \quad (12)$$

여기서

$$G_p(x) = U_p(x) P_x(-h, h) \quad (13)$$

전도전류 $J_x(x)$ 가 모서리 양끝에서 0이므로

$$U_p(x) = \begin{cases} \cos(p \frac{\pi}{2h} x), & p = \text{홀수} \\ \sin(p \frac{\pi}{2h} x), & p = \text{짝수} \end{cases} \quad (14)$$

그리고, $P_x(-h, h)$ 는 저항 띠의 구간에서만 1이고, 나머지 구간에서는 0이다.

기존의 논문에서는 저항띠의 표면에 유도되는 전류밀도의 유형에 따라 2종 Chebyshev^[11]나 1종 Chebyshev^[12] 및 Jacobi^[13]와 같은 다양한 직교다항식들을 적용하였지만, 본 논문에서는 접지된 유전체 층 위에 균일한 저항률의 저항띠 격자구조로 H-분극파가 입사될 경우 저항띠로 유도되는 전류밀도가 저항띠의 모서리 양끝에서 0으로 되도록 그림 2와 같이 cosine 함수와 sine 함수가 각각 홀수 항과 짝수 항으로 구성된 다항식의 급수로 전개하였다.

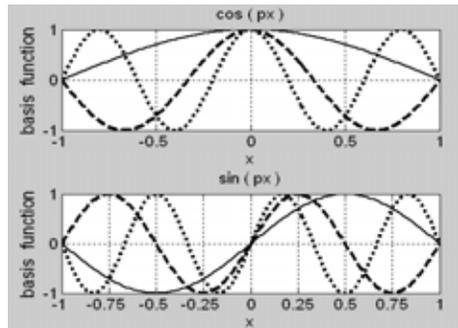


그림 2. 여현함수(p : 홀수)와 정현함수(p : 짝수)
Fig. 2. cos(px), p : odd and sin(px), p : even

유도전류는 영역 1과 영역 2에서 접선방향의 자체 차이로 결정되므로 다음 식과 같은 조건을 만족해야 한다.

$$|\overline{H}_t^{\text{I}} + \overline{H}_t^{\text{S}}| - |\overline{H}_t^{\text{II}}| = |\overline{J}_x(x)| \quad (15)$$

그리고 식 (1), (3), (6), (12) 및 (15)을 이용하면 A_n 과 B_n 의 항으로 표현할 수 있다.

$$\sum_n [e^{jk_0 d \cos\phi} \delta_n + A_n - B_n (e^{-j\gamma_n d} + e^{j\gamma_n d})] e^{-j2n\pi x/s} = \frac{1}{H_0} \sum_p f_p G_p(x) \quad (16)$$

또한, 식 (11)의 B_n 을 식 (16)에 대입시킨 후, 푸리에 급수(Fourier Series)의 변환을 적용하면, 미지의 계수 A_n 을 f_p 에 관하여 구할 수 있다.

$$A_n = \frac{1}{s H_0} \sum_p f_p \frac{U_{pn}}{\left(1 - \frac{P_{n1}}{\gamma_{n1}} \epsilon_r \gamma_n\right)} - P_{n2} e^{jk_0 d \cos \phi} \delta_n \quad (17)$$

여기서

$$U_{pn} = \int_{-h}^h U_p(x) e^{j2n\pi x/s} dx \quad (18)$$

$$P_{n1} = \frac{(e^{-j\gamma_{n1}d} + e^{j\gamma_{n1}d})}{(e^{-j\gamma_{n1}d} - e^{j\gamma_{n1}d})} \quad (19)$$

$$P_{n2} = \frac{\left(1 + \frac{P_{n1}}{\gamma_{n1}} \epsilon_r k_0 \cos \phi\right)}{\left(1 - \frac{P_{n1}}{\gamma_{n1}} \epsilon_r \gamma_n\right)} \quad (20)$$

[단, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$, $p = 1, 2, \dots, M$]

또한, $z = d$ 인 경계면에서 다음의 저항경계조건을 만족해야 한다.

$$\overline{E}_t^i + \overline{E}_t^s = R_0 \overline{J}_x \quad (21)$$

이때 R_0 [Ω /square]는 저항띠의 저항(상수)이며, 결과를 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{H_0}{\omega \epsilon_0} k_0 \cos \phi e^{jk_0 d \cos \phi} - \frac{H_0}{\omega \epsilon_0} \sum_n A_n \gamma_n e^{-j2n\pi x/s} \quad (22) \\ & = R_0 \sum_p f_p U_p(x) P_x(-h, h) \end{aligned}$$

식 (22)의 양변에 $U_q(x)$ 를 곱하여 $-h < x < h$ 구간에서 적분한다면 다음 식과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \frac{H_0 k_0}{\omega \epsilon_0} \cos \phi e^{jk_0 d \cos \phi} U_q - \frac{H_0}{\omega \epsilon_0} \sum_n A_n \gamma_n U_{qn}^* \quad (23) \\ & = R_0 \sum_p f_p U_{pq} \end{aligned}$$

[단, $q = 1, 2, \dots, M$]

여기서

$$U_q = \int_{-h}^h U_q(x) dx \quad (24)$$

$$U_{qn}^* = \int_{-h}^h U_q(x) e^{-j2n\pi x/s} dx \quad (25)$$

$$U_{pq} = \int_{-h}^h U_p(x) U_q(x) dx \quad (26)$$

식 (23)에 식 (17)의 A_n 을 대입하여 정리한 후, k_0 와 η_0 로 표현하면 $\omega \epsilon_0 = k_0/\eta_0$ 이므로 다음과 같은 선형방정식을 얻을 수 있다.

$$\sum_p f_p Z_{pq} = V_q \quad (27)$$

여기서

$$Z_{pq} = R_0 U_{pq} + \frac{\eta_0}{s k_0} \sum_n \frac{U_{pn}}{\left(\frac{1}{\gamma_n} - \frac{P_{n1}}{\gamma_{n1}} \epsilon_r\right)} U_{qn}^* \quad (28)$$

$$V_q = \frac{H_0 \eta_0}{k_0} e^{jk_0 d \cos \phi} (k_0 \cos \phi U_q + \sum_n P_{n2} \delta_n \gamma_n U_{qn}^*) \quad (29)$$

III. 수치계산 결과 및 검토

본 논문에서는 식 (28)를 이용하여 미지의 계수 f_p 를 구하고, 이를 식 (17)에 적용함으로써 기하광학적인 반사전력 $|A_0|^2$ 을 구할 수 있다. 이때 입사 자계의 진폭은 1로 정규화 하였으며, 수치해석을 위한 상수로서 ϕ , s , $w=2h$, t 및 ϵ_r 이 있다. 또한 매 트릭스의 크기를 결정하는 p , q 및 n 이 $p=q=(1 \sim M)$ 와 $n=(-N \sim N)$ 을 가질 때, $R_0 = 100$ 이고 수직 입사일 경우에 대한 기하광학적인 반사전력의 M 과 N 에 따른 수렴도는 그림 3, 4와 같으며 모두 15 이상이면 충분하므로 여기서는 $M = 20$ 과 $N = 50$ 으로 설정하였다.

그림 5는 수직 입사일 경우로서, 스트립에서 유도되는 전류밀도의 크기를 여러 저항을 R_0 에 대하여 계산하였다. 또한 전류밀도의 크기가 좌우대칭이고, 모서리의 양끝에서 전류의 크기가 0이 되며, R_0 가 클수록 전류밀도의 크기는 적어짐을 알 수 있다.

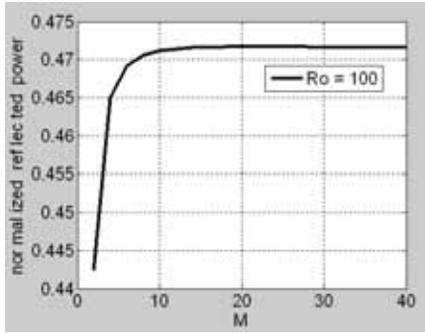


그림 3. 수직입사 시 정방행렬의 행수 M에 따른 정규화 된 반사전력의 수렴곡선
Fig. 3. The convergence curve of the normalized reflected power vs. M of square matrix for normal incidence

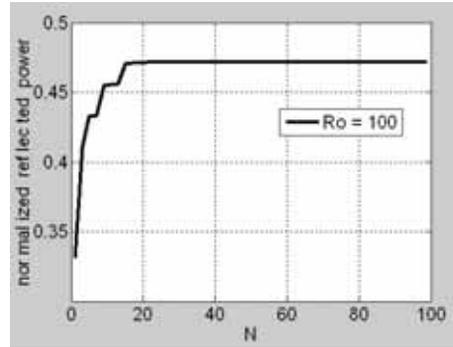


그림 4. 수직입사 시 N에 따른 정규화 된 반사전력 수렴곡선
Fig. 4. The convergence curve of the normalized reflected power vs N for normal incidence

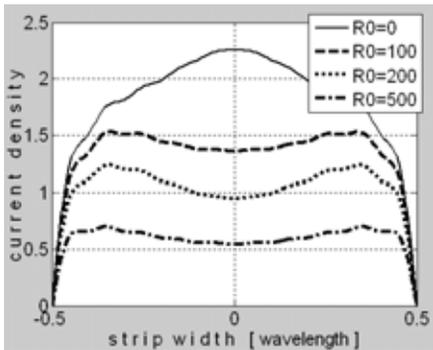


그림 5. 수직입사 시 전류밀도 크기 |J|
Fig. 5. The magnitude of current density |J| for normal incidence ($\phi=0^\circ$, width = $1[\lambda]$)

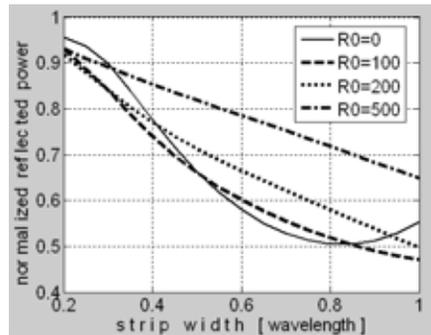


그림 6. 수직입사 시 R0에 따른 스트립 폭에 대한 정규화 된 반사전력의 변화
Fig. 6. Variation of the normalized reflected power vs. the strip width for several R0 parameters for normal incidence

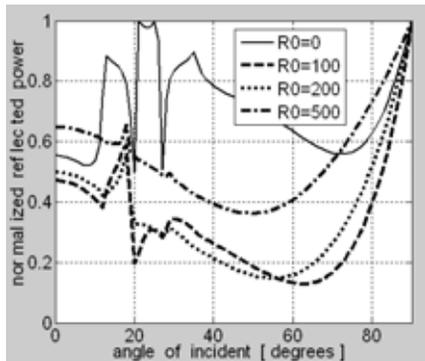


그림 7. 입사각과 R0의 변화에 따른 정규화 된 반사전력의 변화
Fig. 7. Variation of the normalized reflected power for the angle of incidence and R0 parameters (width = $1[\lambda]$)

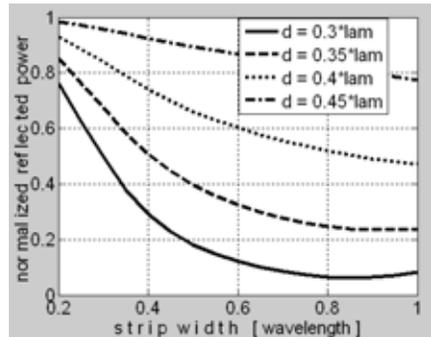


그림 8. 수직입사 시 유전체두께 d[λ]에 대한 스트립 폭 대 정규화 된 반사전력의 변화
Fig. 8. Variation of the normalized reflected power vs. the several d[λ] for normal incidence (R0 = 100)

그림 6은 수직 입사 시, $s=1.5[\lambda]$, $d=0.4[\lambda]$ 및 $\epsilon_r=1.4$ 인 경우에 대해 스트립 폭 w 가 $0.2[\lambda]$ 에서 $1[\lambda]$ 까지 변화할 때 기하광학적인 정규화 된 반사전력을 나타내었으며, $R_0=0$ 인 경우를 제외하고는 스트립 폭의 증가에 따라 반사전력이 감소함을 알 수 있다.

그림 7은 $s=1.5[\lambda]$, $w=1[\lambda]$, $\epsilon_r=1.4$ 및 $d=0.4[\lambda]$ 인 경우에 입사각에 따른 반사전력을 계산하였으며, 그 결과로서 각각의 경우에 대하여 10도와 40도 사이에서 급격하게 변하는 것은 급변 부분들에서 반사각 이외의 다른 방향으로 에너지가 산란

되는 것을 의미한다.

그림 8은 수직으로 입사할 때, $s=1.5 [\lambda]$, $\epsilon_r = 1.4$ 및 $R_0=100$ 인 경우에 대하여 스트립 폭 w 를 $0.2[\lambda]$ 에서 $1[\lambda]$ 까지 변화시키면서 유전체층의 두께 $d[\lambda]$ 의 변화에 따른 기하광학적인 정규화 된 반사전력을 계산하였으며, 전반적으로 $d=0.5[\lambda]$ 이하에서 유전체 층의 두께 $d[\lambda]$ 가 클수록 반사전력이 크게 되었다.

IV. 결 론

기존의 전자파 산란 해석에 관한 논문에서는 저항띠 격자구조에서도 E-분극의 경우만 직교다항식을 변경하여 적용한 사례가 발표되었고, H-분극의 경우는 단일 저항 띠의 수치해석만 있었으며, 본 연구에서는 위의 사례들을 종합 검토하여, 저항띠 격자구조에서 H-분극 전자파 산란에 관한 수치계산 결과를 고찰하였다.

전류밀도의 분포는 저항띠의 양끝에서 0 이 되는 특성을 갖도록 cosine 함수와 sine 함수가 각각 홀수 항과 짝수 항으로 구성된 다항식의 급수로 전개하였으며, 저항띠에 유도되는 전류밀도와 기하광학적인 정규화된 반사전력의 크기를 계산하였다.

전반적으로 유전체 층의 두께가 반 파장이내에서 커질수록 반사전력이 크게 나타남을 알 수 있으며, 입사의 입사각에서 급변점이 발생하였는데, 이러한 급변점에서는 반사각 이외의 다른 곳으로 에너지가 산란된다는 것을 의미한다.

본 논문에서 제안된 방법은 접지된 유전체위의 균일한 저항율을 가진 저항띠의 격자구조 뿐만 아니라 유사한 다른 구조에서의 수치해석용 기본 자료로도 충분히 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

[1] C. Dragon, "New grids for improved polarization duplexing of microwaves in reflector antenna", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-26, no. 3, pp. 459-463, May 1978.
 [2] M. Ando and K. Takei. "Reflection and transmission coefficient of a thin strip grating for antenna application," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-35, no. 4, pp. 367-371. Apr. 1987.
 [3] J. D. Hanfling, G. Jerinn, and L. R.

Lewis, "Twist reflector design using E-type and H-type modes", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-29, no. 4, pp. 622-629, July 1981.

[4] R.F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*. Macmillan Co., New York, 1968.
 [5] J. H. Richmond, "On the edge mode in the theory of TM scattering by a strip or strip grating," *IEEE Trans. Antennas Propagat.* vol. AP-28, no. 6, pp. 883-887, Nov. 1980.
 [6] R. Mittra and R. C. Hall, "Scattering from a periodic array of resistive strips", *IEEE Trans. Antennas Propagat.* vol. AP-33, no. 9, pp. 1009-1011, Sep. 1985.
 [7] R. C. Hall, R. Mittra, and K. M. Mitzner, "Analysis of multilayered periodic structure using generalized scattering matrix theory", *IEEE Trans. Antennas Propagat.* vol. AP-36, no. 4, pp. 511-517, Apr. 1988.
 [8] H. A. Kalhor and M. Ilyas, "Scattering of plane electromagnetic waves by a grating of conducting cylinders embedded in a dielectric slab over a ground plane," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-30, no. 4, pp. 576-579, July 1982.
 [9] H. A. Kalhor, "Electromagnetic scattering by a dielectric slab loaded with a periodic array of strip over a ground plane," *IEEE Trans. Antennas Propagat.* vol. AP-36, no. 1, pp. 147-151, Jan. 1988.
 [10] U. J. Yoon and S. I. Yang, "E-polarized electromagnetic scattering by a resistive strip grating with a grounded dielectric layer using Fourier-Galerkin moment method", *KITE Journal of Electronics Engineering*, vol. 7, no. 2, 1996.
 [11] 정오현, 윤의중, 양승인, "접지된 유전체층 위에 저항띠 양끝에서 0으로 변하는 저항율을 갖는 저항띠 격자구조에서의 전자파 산란 해석", *한국통신학회논문지*, vol.28 no.11A, pp. 883-890, 2003.
 [12] 윤의중 "접지된 유전체층 위에 저항띠 양끝에서 무한대로 변하는 저항율을 갖는 저항띠 격자구조에서의 전자파산란 해석", *한국통신학회*

