

# QAM 변조방식을 갖는 선형 직교 시공간 블록 부호의 준정지 레일리 페이딩 채널에서의 비트 오류 성능 분석

정회원 김 상 호\*, 양 재 동\*\*, 종신회원 노 종 선\*\*

## BER Performance Analysis of Linear Orthogonal Space-Time Block Codes with Quadrature Amplitude Modulation in Quasi Static Rayleigh Fading Channel

Sang-Hyo Kim\*, Jae-Dong Yang\*\* *Regular Members*, Jong-Seon No\*\* *Lifelong Member*

### 요 약

본 논문에서는 Alamouti<sup>[1]</sup>, Tarokh<sup>[15]</sup>, Su와 Xia<sup>[12]</sup> 등에 의해 도입된 직교 시공간 부호를 포함한 임의의 선형 직교 시공간 블록 부호에 대해, 준정지 레일리 페이딩 채널에서의 정확한 비트 오류 성능을 분석한다. 먼저 1차원 심볼 오류 함수(one-dimensional symbol error function, ODSEF)를 정의한다. 이것은 직교 시공간 블록 부호의 정확한 쌍 오류 확률(pairwise error probability)에 의하여 얻어진다. ODSEF와 Cho 와 Yoon<sup>[3]</sup>의 QAM에 대한 비트 오류 표현을 이용하여, 직교 시공간 블록 부호에 대한 일반적인 표현을 구하고, 이를 이용하여, 선형 직교 시공간 블록 부호의 정확한 폐형의 비트 오류를 구한다.

**Key Words** : Orthogonal space-time block codes (OSTBC), pairwise error probability (PEP), Quadrature amplitude modulation (QAM), space-time codes, space-time block codes

### ABSTRACT

In this paper, we first define one-dimensional component symbol error function (ODSEF) from the exact expression of the pairwise error probability of orthogonal space-time block codes (OSTBC). Using the ODSEF and the general bit error probability (BEP) expression for quadrature amplitude modulation (QAM) introduced by Cho and Yoon<sup>[3]</sup>, the exact closed form expressions for the BEP of linear OSTBCs with QAM in slow-varying Rayleigh fading channel are derived.

### I. 서 론

Alamouti는  $2 \times 2$  복소 직교 설계를 채택한 2개의 전송안테나를 가지는 간단한 전송 다이버시티 방법을 제안했다<sup>[1]</sup>. Alamouti의 방법을 보다 많은 전송 안테나의 개수에 대해 일반화한 시공간 블록

부호가 [15]에서 소개되었다. 직교 시공간 블록 부호는 최대 다이버시티를 보장하고, 복호 복잡도가 부호어 행렬의 메시지 심볼의 개수에 선형적으로 증가하는 이점을 가진다.

많은 연구들이 시공간 부호의 정확한 성능 분석 보다는 더 좋은 성능을 갖는 부호의 설계 기준 또

※ 본 연구는 교육인적자원부, 산업자원부, 노동부의 출연금으로 수행한 최우수실험실 지원사업과 정보통신부 및 정보통신연구진흥원의 대학 IT연구센터 지원사업의 연구결과로 수행되었습니다.

\* 삼성전자 (sanghyo7.kim@samsung.com)

\*\* 서울대학교 전기컴퓨터공학부 부호 및 신호설계 연구실 (yjdong@ccl.snu.ac.kr, jsno@snu.ac.kr)

논문번호: KIC2006-03-147, 접수일자: 2006년 3월 28일, 최종논문접수일자: 2006년 6월 5일

는 부호의 탐색에 초점을 맞추어왔다<sup>[4, 5, 14]</sup>. 최근에 Simon<sup>[10]</sup>, Taricco와 Biglieri<sup>[13]</sup>, Byun<sup>[2]</sup> 등이 각자 시공간 부호의 쌍 오류 확률의 정확한 표현에 대한 연구를 수행했고, 몇몇 시공간 트래리스 부호에 대한 비트 오류의 근사를 구했다. 또한 Hochwald<sup>[5]</sup>는 유니터리 시공간 변조에 대한 쌍 오류 확률의 정확한 표현에 대한 연구를 수행했다. Lu, Wang, Kumar, Chugg<sup>[9]</sup>는 또한 정확한 쌍 오류 확률과 몇몇 시공간 블록 부호에 대한 BPSK, QPSK 변조에 대한 정확한 비트 오류를 유도했다. 또한, Cho와 Yoon은 [3]에서 AWGN채널에서, QAM변조에 대한 일반적인 비트 오류의 표현을 구하였다. 또한, 근래에 시공간 블록 부호에 대한 심볼 오류 확률의 정확한 표현이 유도되었다<sup>[6]</sup>.

본 논문에서는 먼저 직교 시공간 블록 부호(OSTBC) 구조에 의해 얻어지는 다이버시티 채널의 1차원 오류 함수를 정의하고, 이 함수와 Cho와 Yoon의 정확한 QAM 비트 오류 표현을 이용하여 선형 동차 OSTBC에 대한 비트 오류의 폐형을 구한다. 또한 일부 비동차 OSTBC 함수에 대해서도, 폐형의 정확한 비트 오류를 구한다.

## II. 시스템 모델

$L_t$ 를 송신 안테나의 수,  $L_r$ 을 수신 안테나의 수라 한다.  $\mathbf{X} = [x_{n,i}]$ 는 OSTBC의  $N \times L_t$  부호어 행렬이라 한다. 여기서,  $x_{n,i}$ 는  $n$ 번째 시간에  $i$ 번째 안테나로부터 송신되는 심볼을 의미한다. 우리는 준정지 레일리 페이딩 채널을 가정하며, 이는 부호어 행렬의 전송 동안 채널의 변화가 없음을 의미한다.

$\alpha_{i,j}$ 는  $i$ 번째 송신 안테나로부터  $j$ 번째 수신 안테나로의 채널 응답이며,  $\mathbf{A} = [\alpha_{i,j}]$ 는 채널 행렬이다. 각  $\alpha_{i,j}$ 는 각각 독립인 복소 가우시안 확률 변수이며, 평균이 0이고, 분산은 1이다. 그러면,  $N \times L_r$  수신 행렬  $\mathbf{Y} = [y_{n,j}]$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{Y} = \sqrt{\frac{\rho}{E_m}} \mathbf{X} \mathbf{A} + \mathbf{W}$$

단, 위에서  $y_{n,j}$ 는  $n$ 번째 시간에  $j$ 번째 안테나로 수신된 신호이다.  $\bar{\rho}$ 는 평균 신호 대 잡음비를

의미하며,  $E_m$ 은  $L_t$ 개의 송신 안테나로부터, 한 심볼 구간동안 전송되는 평균 심볼 에너지이다. 그리고  $\mathbf{W} = [w_{n,j}]$ 는 잡음 행렬인데 각 요소는 서로 독립이고, 평균 0, 분산 1인 복소 가우시안 확률 변수이다. 수신기는 이상적인 채널 추정을 행할 수 있음을 가정한다.

본 논문에서는 정사각, 혹은 직사각 선형 OSTBC 들이 고려된다. 이 행렬들은 열 간 직교성(column-wise orthogonality)을 갖는다.

$\mathbf{s}$ 는 길이가  $L_s$ 인 메시지 벡터라 하며 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_{L_s})$$

이 메시지는 부호어 행렬  $\mathbf{X}$ 로 부호화된다.

$b_s$ 를 심볼  $s_k$ 를 이루는 비트의 수라 하자. QPSK, 16QAM, 64QAM에 대해서,  $b_s$ 는 각각 2, 4, 6이 된다.  $\mathcal{C}(\mathbf{s})$ 는  $L_s$ -tuple로부터,  $N \times L_t$  부호어 행렬로의 사영이라 하자. 선형 OSTBC에서는 부호어 행렬의 각 요소들이 메시지 심볼들  $s_k$ 와 이것들의 공액 복소수로 이루어진다.

현재까지 다음과 같은 예들을 포함하는 다양한 선형 OSTBC가 소개되어 왔다<sup>[1,8,12,15]</sup>.

$$C_1 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{pmatrix}, L_s = 2, N = L_t = 2, \quad (1)$$

$$C_2 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & \frac{s_3}{\sqrt{2}} \\ -s_2^* & s_1^* & \frac{s_3}{\sqrt{2}} \\ \frac{s_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{s_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{(-s_1 - s_1^* + s_2 - s_2^*)}{2} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$L_s = 3, N = 4, L_t = 3, \text{부호율} = 3/4$$

$$C_3 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & 0 \\ -s_2^* & s_1^* & 0 & s_3 \\ s_3^* & 0 & -s_1^* & s_2 \\ 0 & s_3^* & -s_2^* & -s_1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$L_s = 3, N = 4, L_t = 4, \text{부호율} = 3/4$$

$$C_4 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & 0 & s_4 \\ -s_2^* & s_1^* & 0 & s_3 & s_5 \\ s_3^* & 0 & -s_1^* & s_2 & s_6 \\ 0 & s_3 & -s_2 & -s_1 & s_7 \\ s_4^* & 0 & 0 & -s_7^* & -s_1^* \\ 0 & s_4 & 0 & s_6^* & -s_2^* \\ 0 & 0 & s_4^* & s_5^* & -s_3^* \\ 0 & -s_5^* & -s_6^* & 0 & s_1 \\ s_5^* & 0 & s_7^* & 0 & s_2 \\ -s_6^* & -s_7^* & 0 & 0 & s_3 \\ s_7 & -s_6 & -s_5 & s_4 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$L_s = 7, N = 11, L_t = 5, \text{부호율} = 7/11$$

위 행렬들이 열 직교성을 갖는다는 것은 자명하다. OSTBC의 모든 열 벡터들이 같은 크기를 갖지는 않는다. 선형 OSTBC  $C(\mathbf{s})$ 의  $i$ 번째 송신 안테나에서  $N$ 시간 동안 송신된 총 에너지는

$$\sum_{k=1}^{L_s} g_{k,i} |s_k|^2 \quad (5)$$

이 된다. 여기는  $g_{k,i}$ 는  $i$ 번째 송신 안테나로 보내지는  $s_k$ 의 수이다.

식 (5)와 선형 OSTBC의 열 직교성을 이용하면,

$$C(\mathbf{s})^H C(\mathbf{s}) = \sum_{k=1}^{L_s} \text{diag}\{g_{k,1}, g_{k,2}, \dots, g_{k,L_t}\} |s_k|^2 \quad (6)$$

을 얻을 수 있다. 단, 위에서  $\text{diag}\{\}$ 는 대각 행렬이다.

선형 OSTBC는  $g_{k,i}$  값의 분포에 따라서 두 가지로 분류된다. 0을 제외한  $g_{k,i}$ 가 모두 같다면, 심볼  $s_k$ 는 동차 (homogeneous)라 하고, 그렇지 않으면 비동차 (nonhomogeneous)라 한다. 부호 내의 모든 심볼이 동차일 경우에 그 부호는 동차라 한다. 대부분의 OSTBC들은 동차 부호이며, 최대 다이버시티를 가진다. 근래에 Su와 Xia에 의해서 2개의 비동차 OSTBC가 소개되었다<sup>[2]</sup>. (4)에서 주어진 부호  $C_4$ 는 Su와 Xia에 의해 소개된 부호율이 7/11인 부호이다.

$E_s$ 는  $s_k$ 의 평균 심볼 에너지이다. 그러므로  $L_t$ 개의 송신 안테나로부터 심볼 구간 동안 송출되는 평균 에너지  $E_m$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$E_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{L_t} \sum_{k=1}^s g_{k,i} E_s$$

본 논문에서는 그레이 맵이 적용된 QAM을 고려한다.  $M = I \times J$ 인 직사각  $M$ -QAM은  $s_k$ 의 실수부는  $I$ -ASK, 허수부는  $J$ -ASK로 구성된다.  $b_s$ 는 심볼  $s_k$ 로 변조되는 비트의 수이다. 그러므로,  $M = 2^{b_s}$ 이 되고,  $I = 2^{b_{s,1}}$ 이고,  $J = 2^{b_{s,2}}$ 로 정의한다. 본 논문에서 고려되는 QAM의 정상점의 최소 거리는  $2d$ 라 한다. 정해진 평균 심볼 전력  $E_s$ 에 대하여 다음이 성립한다.

$$d = \sqrt{\frac{3E_s}{I^2 + J^2 - 1}}$$

### III. 1차원 심볼 오류 확률 (ODSEF)

#### 1. OSTBC의 심볼 복호

열 간 직교성을 이용하여, 선형 OSTBC는 심볼 단위의 복호가 가능하다<sup>[7]</sup>. 본 절에서는 OSTBC의 심볼 복호 방법을 재고한다. 부호어 행렬인  $\mathbf{X}$ 가 채널 행렬  $\mathbf{A}$ 를 통과한 수신 신호 행렬을

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_{L_r}]$$

라 한다. 단, 여기서,  $\mathbf{y}_j = (y_{1,j}, y_{2,j}, \dots, y_{n,j})^T$ 라 한다. 최대 우도 복호기는 다음의 수식과 같은 결정 지수를 최소화 하는 부호어 행렬을 선택한다.

$$D = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^{L_r} \left| y_{n,j} - \sqrt{\gamma} \sum_{i=1}^{L_t} \alpha_{i,j} \cdot \hat{x}_{n,i} \right|^2 \quad (7)$$

위 식에서  $\bar{\gamma} = \frac{\bar{\rho}}{E_m}$ 이다.

$\mathbf{a}_j = (\sqrt{\gamma} \alpha_{1,j}, \sqrt{\gamma} \alpha_{2,j}, \dots, \sqrt{\gamma} \alpha_{L_t,j})^T$ 일 때,

$$\mathbf{A}' = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_{L_r}] = \sqrt{\gamma} \mathbf{A}$$

라 정의한다. OSTBC의 열 간 직교성을 이용하면, (7)의 결정 계수는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$D = \sum_{j=1}^{L_r} |\mathbf{y}_j - \hat{\mathbf{X}} \mathbf{a}_j|^2 = \sum_{k=1}^{L_s} H_k \left| \frac{b_k}{H_k} - \hat{s}_k \right|^2 + C \quad (8)$$

식 (8)의  $H_k$ 는

$$H_k = \bar{\gamma} \sum_{j=1}^{L_r} \sum_{i=1}^{L_s} g_{k,i} |\alpha_{i,j}|^2 \quad (9)$$

와 같이 쓸 수 있으며,  $b_k$ 는 수신 신호  $y_{n,j}$ 와 이미 알고 있는 채널  $\alpha_{i,j}$ 를 변수로 갖는 함수가 된다. 이 과정은 [7]에 잘 기술되어 있다.

$b'_k = \frac{b_k}{H_k}$ 라 정의하며, 이는 수신 신호  $y_{n,j}$ 와 채널 상수  $\alpha_{i,j}$ 에 의해 결정된다. 이 때, 결정 계수  $D$ 는 다음과 같이 단순화 된다.

$$D = \sum_{k=1}^{L_s} H_k |b'_k - \hat{s}_k|^2 + C = \sum_{k=1}^{L_s} H_k D_k + C \quad (10)$$

위 식에서 심볼의 결정 계수  $D_k$ 는

$$D_k = |b'_k - \hat{s}_k|^2 \quad (11)$$

으로 정의된다.

$H_k$ 와  $C$ 는 심볼  $\hat{s}_k$ 와 독립이므로, 최대 우도 결정 계수인  $D$ 를 최소화 하는 것은 심볼 최대 우도 결정 계수인  $D_k$ 들을 각각 최소화 하는 것으로 단순화 된다. 이것은 각 심볼별로 독립적인 복호가 가능함을 의미한다. 심볼 결정 계수  $D_k$ 가

$$D_k = |b'_k - \hat{s}_k|^2 = \left| s_k + \frac{e_k}{H_k} - \hat{s}_k \right|^2 \quad (12)$$

와 같음을 쉽게 증명될 수 있다. 단,  $e_k$ 는 잡음  $w_{n,j}$  및 채널  $\alpha_{i,j}$ 의 함수가 된다. 이것은  $b'_k$ 가 오직 해당 심볼인  $s_k$ 에만 종속됨을 의미한다.

### 2.1 차원 심볼 오류 함수

본 절에서는 OSTBC  $C(\mathbf{s})$ 내의 각 심볼  $s_k$ 에 해당되는 1차원 심볼 오류 함수(ODSEF)를 정의한다.  $C(\mathbf{s})$ 의 복호 시에  $s_k$ 의 오류 확률은  $n_k = e_k/H_k$ 일 때, 식 (12)의  $b'_k = s_k + n_k$ 의 통계에 의해 결정된다.

$s_k$ 의 ODSEF는 다음과 같이 정의된다.

$$Q_k(l\sqrt{\bar{\gamma}}) = \frac{1}{2} \text{Prob}(|b'_k - s_k| > l) \quad (13)$$

ODSEF는 단 하나의 차원만 다른 값을 갖는 두 개의 메시지 벡터에 의해 생성된 부호어 간의 쌍 오류 확률 (pairwise error probability)를 이용하여 유도 가능하다.  $\mathbf{x}$ 와  $\mathbf{y}$ 는 길이가  $L_s$ 인 두 개의 메시지 벡터이며,  $x_k \neq y_k$  이고  $x_i = y_i, i \neq k$ 이며,  $|x_k - y_k| = 2l$ 을 가정한다. Simon에 의한 시공간 부호의 정확한 쌍 오류 확률 표현<sup>[10]</sup> 및 OSTBC의 직교성으로부터 다음의 ODSEF를 유도할 수 있다.

$$Q_k(l\sqrt{\bar{\gamma}}) = \text{Prob}(C(\mathbf{x}) \rightarrow C(\mathbf{y})) \quad (14)$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \prod_{i=1}^{L_r} \left[ 1 + \frac{g_{k,i} \bar{\gamma} l^2}{\sin^2 \theta} \right]^{-L_r} d\theta$$

Simon의 결과<sup>[10, 11]</sup>를 이용하면, 부호어의 동차인 심볼에 대하여, 폐형의 쌍 오류 확률 표현이 다음과 같이 유도된다.

$$Q_k(l\sqrt{\bar{\gamma}}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left[ 1 + \frac{\bar{\gamma}}{\sin^2 \theta} g_k l^2 \right]^{-L_D L_r} d\theta$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ 1 - \sqrt{\frac{g_k \bar{\gamma} l^2}{1 + g_k \bar{\gamma} l^2}} \sum_{m=0}^{L_D L_r - 1} \binom{2m}{m} \left( \frac{1}{4(1 + g_k \bar{\gamma} l^2)} \right)^m \right\} \quad (15)$$

단, 모든  $g_{k,i} = g_k$ 이거나 0이고,  $L_D$ 는 0이 아닌  $g_{k,i}$ 의 수로 부호 내의 심볼  $s_k$ 의 송신 다이버시티 차수가 된다.

일반적인 비동차 심볼에 대한 폐형의 쌍 오류 확률을 구하기는 매우 어렵다. 하지만, Simon의 결과<sup>[11]</sup>를 이용하면  $g_{k,i}$ 가 0을 제외하고 두 가지의 값을 갖는 경우는 폐형의 쌍 오류 확률의 유도가 가능하다. Su와 Xia<sup>[12]</sup>에 의한 두 개의 OSTBC는 이러한 경우에 해당된다. 식 (4)의 부호율 7/11인 OSTBC  $C_4$ 는 비동차 부호인데 그것은 심볼  $s_1, s_2, s_3$ 가 비동차이기 때문이다.

Simon의 결과(5A.58) [11]를 이용하면,  $C_4$ 에서 비동차 심볼  $s_1$ 에 대한 폐형의 ODSEF는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Q_1(l\sqrt{\gamma}) \quad (16)$$

$$= 2^{4L_r-1} \left[ \sum_{k=0}^{L_r-1} B_k I_k(2\sqrt{\gamma}l^2) - \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{4L_r-1} \frac{1}{2^k} C_k I_k(\sqrt{\gamma}l^2) \right]$$

$$B_k = \frac{A_k}{\binom{5L_r-1}{k}}, C_k = \sum_{n=0}^{L_r-1} \binom{k}{n} \frac{A_n}{\binom{5L_r-1}{n}}$$

$$A_k = (-1)^{L_r-1+k} \frac{\binom{L_r-1}{k}}{(L_r-1)!} \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq k+1}}^{L_r} (5L_r-n)$$

$$I_k(c) = 1 - \sqrt{\frac{c}{c+1}} \left[ 1 + \sum_{n=1}^k \frac{(2n-1)!!}{n!2^n(1+c)^n} \right]$$

위에서 !!는 이중 순열을 의미한다.  $C_4$ 의 나머지 비동차 심볼  $s_2, s_3$  역시 같은 표현을 갖는다.

#### IV. OSTBC의 QAM 비트 오류

M진 QAM은 2차원 ASK로 간주할 수 있다. 각 차원에  $I$ -ASK 및  $J$ -ASK를 적용한  $M$ -QAM을 가정하고,  $M=2^{b_s}$ ,  $I=2^{b_{s,1}}$  및  $J=2^{b_{s,2}}$ 이라 한다.

Cho와 Yoon은 AWGN 채널에서 2차원 ASK에 대한 비트 오류의 일반적인 표현을 유도하였다<sup>3)</sup>. 그 결과에서 오류함수 대신 본 논문에서 정의된 ODSEF를 이용하여, QAM을 채용한 OSTBC의 정확한 비트 오류를 유도한다.

$P(s_k)$ 는  $s_k$ 의 비트 오류이라 하자.  $C$ 의 비트 오류는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P(C) = \frac{1}{L_s} \sum_{k=1}^{L_s} P(s_k) \quad (17)$$

그러므로 먼저  $P(s_k)$ 를 유도한다.  $M$ -QAM 심볼  $s_k$ 는  $I$ -ASK와  $J$ -ASK로 나누어 생각할 수 있다.  $I$ -ASK를 이루는  $b_{s,1}$ 비트에 대하여,  $m$ 번째 비트의 오류 확률은 다음과 같이 유도된다.

$$P_m^I(s_k) = \frac{2}{I} \sum_{i=0}^{(1-2^{-m})I-1} \left\{ (-1)^{\lfloor \frac{2^{m-1}i}{I} \rfloor} \left( 2^{m-1} - \left\lfloor \frac{2^{m-1}i}{I} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right) \right. \\ \left. \cdot Q_k \left( (2i+1)\sqrt{\gamma}d \right) \right\} \quad (18)$$

단, 여기서  $\lfloor x \rfloor$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대의 정수를 의미한다. 식 (18)은 [3]의 (9)로부터  $\text{erfc}(\cdot)$ 를  $2Q_k(\cdot)$ 로 치환함으로써 쉽게 얻어진다. 그러므로

$s_k$ 의 실수부의  $I$ -ASK의 비트 오류율은

$$P^I(s_k) = \frac{1}{b_{s,1}} \sum_{m=1}^{b_{s,1}} P_m^I(s_k)$$

로 주어지며,  $s_k$ 의 최종 비트 오류율은

$$P(s_k) = \frac{1}{b_s} (P^I(s_k)b_{s,1} + P^J(s_k)b_{s,2})$$

이 된다. 식 (18)의 동차 심볼인  $s_k$ 에 대해서,  $Q_k(\cdot)$ 는 (15)와 같이 폐형으로 주어질 수 있다. 그리고  $P(s_k)$ 는 ODSEF로 표현가능하기 때문에 정확한 폐형으로 표현된다.

정사각 M-QAM에 대하여,  $M=I \times J$ 일 때,  $P(s_k) = P^I(s_k)$ 가 되는 것은 자명하다. 다음은 정사각 4-QAM(QPSK), 16-QAM, 64-QAM, 256-QAM등에 대한 정확한 비트 오류이다.

$$P_{QPSK} = \frac{1}{L_s} \sum_{k=1}^{L_s} Q_k(\sqrt{\gamma}d)$$

$$P_{16QAM} = \frac{1}{L_s} \sum_{k=1}^{L_s} \left\{ \frac{3}{4} Q_k(\sqrt{\gamma}d) + \frac{1}{2} Q_k(\sqrt{\gamma}3d) - \frac{1}{4} Q_k(\sqrt{\gamma}5d) \right\}$$

$$P_{64QAM} = \frac{1}{L_s} \sum_{k=1}^{L_s} \frac{1}{12} \left\{ 7Q_k(\sqrt{\gamma}d) + 6Q_k(\sqrt{\gamma}3d) - Q_k(\sqrt{\gamma}5d) + Q_k(\sqrt{\gamma}9d) - Q_k(\sqrt{\gamma}13d) \right\}$$

$$P_{256QAM} = \frac{1}{L_s} \sum_{k=1}^{L_s} \frac{1}{32} \left\{ 15Q_k(\sqrt{\gamma}d) + 14Q_k(\sqrt{\gamma}3d) - Q_k(\sqrt{\gamma}5d) + 5Q_k(\sqrt{\gamma}9d) + 4Q_k(\sqrt{\gamma}11d) - 5Q_k(\sqrt{\gamma}13d) - 4Q_k(\sqrt{\gamma}15d) + 5Q_k(\sqrt{\gamma}17d) + 4Q_k(\sqrt{\gamma}19d) - 3Q_k(\sqrt{\gamma}21d) - 2Q_k(\sqrt{\gamma}23d) + Q_k(\sqrt{\gamma}25d) - Q_k(\sqrt{\gamma}29d) \right\}$$

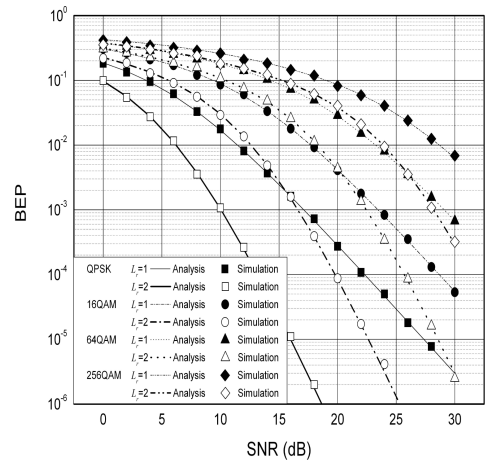


그림 1. Alamouti의 OSTBC에 QPSK, 16QAM, 64QAM, 256QAM을 적용하는 경우의 준정지 레일리 페이딩 채널에서의 비트 오류

그림 1은 Alamouti의 OSTBC에 QPSK, 16QAM, 64QAM, 256QAM을 적용한 경우에 준정지 레일리 페이딩 채널에서 비트 오류의 폐형 표현으로부터 얻은 결과와 모의실험을 통한 결과를 도시한 것이다. 그림 1로부터 우리가 구한 비트 오류는 정확함을 확인할 수 있다. 같은 방법으로 알려진 Su와 Xia의 비동차 OSTBC에 대해서도 폐형의 표현으로부터 정확한 비트 오류 성능 곡선을 얻을 수 있다.

### V. 결론

본 논문에서는 1차원 심볼 오류 함수를 이용하여, 선형 OSTBC에 대하여, 정사각 혹은 직사각 QAM에 대한 정확한 비트 오류를 유도하였다. 모든 동차 OSTBC에 대하여 1차원 심볼 오류 함수 및 QAM에 대한 비트 오류가 폐형으로 표현됨을 보였다. Su와 Xia<sup>[12]</sup>의 부호를 포함하는 알려진 비동차 OSTBC에 대하여도 QAM에 대한 비트 오류의 폐형을 도출하였다. 그러므로, 알려진 모든 복소 OSTBC<sup>[1, 8, 12, 15]</sup>의 QAM 비트 오류가 폐형으로 유도된다.

### 참 고 문 헌

[1] S. M. Alamouti, "A simple transmitter diversity scheme for wireless communications," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 16, no. 8 pp. 1451-1458, Nov. 1998.

[2] M. K. Byun, *Performance Analysis of Space-Time Coded Modulation Systems*, Ph.D. Dissertation, Seoul National University, Feb. 2001.

[3] K. Cho and D. Yoon, "On the general BER expression of one- and two-dimensional amplitude modulation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 7, pp. 1074-1080, July 2002.

[4] A. R. Hammons and H El Gamal, "On the theory of space-time codes for PSK modulation," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 46, no. 2, Mar. 2000

[5] B. M. Hochwald and T. L. Marzetta, "Unitary space-time modulation for multiple-antenna communications in Rayleigh flat fading," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 46, no. 2, pp.543

564, Mar. 2000.

[6] S.-H. Kim, I.-S. Kang, and J.-S. No, "Symbol error probability of orthogonal space-time block codes and QAM in Rayleigh fading channel," *IEICE Trans. Commun.*, vol. 87-B, no. 1, Jan. 2004.

[7] X. Li, T. Luo, G. Yue, and C. Yin, "A squaring method to simplify the decoding of orthogonal space-time block codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 10, pp.1700-1703, Oct. 2001.

[8] X.-B. Liang, "A high-rate orthogonal space-time block code," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 7, no. 5, pp. 222-223, May 2003.

[9] H. Lu, Y. Wang, P. V. Kumar, and K. M. Chugg, "Remarks on space-time codes including a new lower bound and an improved code," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2752-2757, Oct. 2003. .

[10] M. K. Simon, "Evaluation of average bit error probability for space-time coding based on a simpler exact evaluation of pairwise error probability," *J. Commun. and Networks*, vol. 3, no. 3, pp. 257-263, Sept. 2001.

[11] M. K. Simon and M. S. Alouini, *Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis*, New York, NY: John Wiley & Sons, Inc., Aug. 2000.

[12] W. Su and X. G. Xia, "Two generalized complex orthogonal space-time block codes of rates 7/11 and 3/5 for 5 and 6 transmit antennas," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 49, no 1, pp. 313-316, Jan. 2003.

[13] G. Taricco and E. Biglieri, "Exact pairwise error probability of space-time codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 48, pp. 510-513, Feb. 2002.

[14] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communications: Performance analysis and code construction," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, pp. 744-765, Mar. 1998.

[15] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time block codes from orthogonal designs," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, pp. 1456-1467, Jul. 1999.

