

가산성 주기정상성 잡음이 있을 때 Zero Forcing 기반에서의 송수신단 동시 최적화

준회원 윤 여 훈*, 정회원 조 준 호**

Joint Tx-Rx Optimization in Additive Cyclostationary Noise with Zero Forcing Criterion

Yeo-Hun Yun* Associate Member, Joon-Ho Cho** Regular Member

요 약

가산성 주기정상성 잡음이 있을 때 zero forcing (ZF) 기반에서의 송수신단 동시 최적화를 고려한다. 주기정상성 잡음의 주기는 심볼 전송율의 역수라고 가정하고 자기 상관함수는 양의 정부호로 가정한다. 전송되는 데이터 수열은 광의의정상성(WSS: wide-sense stationary)을 가지는 유색 확률과정으로 모델링 하고 채널은 주파수 선택적 충격 응답을 가지는 선형 시불변 시스템으로 모델링 한다. ZF와 송신 전력 제약 아래 평균제곱오차 (MSE: mean square error)를 최소화 하는 최적 송수신 파형을 유도하고 모의 실험 결과를 통해 수신파형만 최적화 한 경우와 가산성 주기정상성 잡음을 정상성 잡음으로 간주한 경우 보다 성능이 더 좋아짐을 보인다.

Key Words : Cyclostationary Noise, Joint Transmitter and Receiver Optimization, Zero-Forcing (ZF)

ABSTRACT

In this paper, we consider a joint optimization of transmitter and receiver in additive cyclostationary noise with zero forcing criterion. We assume that the period of the cyclostationary noise is the same as the inverse of the symbol transmission rate and that the noise has a positive-definite autocorrelation function. The data sequence is modeled as a wide-sense stationary colored random process and the channel is modeled as a linear time-invariant system with a frequency selective impulse response. Under these assumptions and a constraint on the average power of the transmitted signal, we derive the optimum transmitter and receiver waveforms that jointly minimizes the mean square error with no intersymbol interference. The simulation results show that the proposed system has a better BER performance than the systems with receiver only optimization and the systems with no transmitter and receiver optimization.

I. 서 론

통신 시스템에서의 송수신단 동시 최적화 문제는 정보이론의 고전적인 문제로 많이 다루어져 왔다. 이 중 선형시스템 수신단에서의 평균제곱오차

(MSE: mean square error)를 최소화 하는 송수신단 동시 최적화에 관하여 많은 연구가 진행되었다^[1-4]. 그 중 [1]에서는 광의의정상성(WSS: wide-sense stationary) 을 가지는 데이터 수열, 주파수 선택적 채널과 가산성 WSS 유색 잡음이 있을 때의 최적 송

※ 본 연구는 IT기초기술연구지원사업의 연구결과로 수행되었습니다 (06-정책-108).

* 포항공과대학교 전자전기공학과 통신 및 정보시스템 연구실 (yhym205@postech.ac.kr)

** 포항공과대학교 전자전기공학과 (jcho@postech.ac.kr)

논문번호 : KICS2007-06-256, 접수일자 : 2007년 6월 10일, 최종논문접수일자 : 2007년 7월 5일

수신 파형을 유도했다. 그리고 [2]에서는 WSS유색 잡음을 광의의주기정상성 (WSCS: wide-sense cyclostationary) 유색 잡음으로 대체하여 MSE를 최소화하는 송수신 동시 최적화 문제를 다루었다. 이는 통신 시스템에서 선형 변조된 신호가 WSCS이라는 점을 고려할 때, 동일채널간 간섭, 인접 셀간 간섭 등 많은 경우의 간섭 신호가 WSS보다는 WSCS로 모델링 되기 때문이다. 최근에는SISO채널에서의 이러한 문제들을 MIMO 채널에 적용시켜 연구가 진행되고 있다^[5-6]. 본 논문에서는 단일 송수신 안테나를 (SISO: single-input single-output) 사용하는 시스템에서 주파수 선택적 채널과 가산성 WSCS 유색 잡음이 있을 때 심볼간 간섭 (ISI: intersymbol interference)을 0으로 만드는 zero-forcing (ZF)을 기반으로 하여 잡음에 의한 MSE를 최소화하는 문제를 고려한다.

II. 신호 및 시스템 모델

Complex baseband에서의 시스템 구성도는 그림 1과 같다. 여기서 * 는 복소 켈레를 나타낸다. 송수신단에서는 선형변조방식을 사용하여, $1/T$ (symbol/sec) 속도로 신호를 전송한다. 데이터 수열 $(b[k])_k$ 는 이산 시간 WSS로 자기상관 함수 $m[k] = \mathcal{E}\{b[k+l]b[l]^*\}$ 를 가지고 파워 스펙트럼 밀도를 가진다. 채널은 충격

$$M(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} m[k]e^{-j2\pi fk} \quad (1)$$

응답 $h(t)$ 와 대역폭 $B(Hz)$ 를 가지는 선형 시불변 시스템으로 모델링 되고 전송된 신호는 채널에서 평균 0인 proper 복소 잡음 $N(t)$ 가 더해져 아래와 같이 수신된다.

$$z(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b[k]p(t-kT) + N(t) \quad (2)$$

여기에서 $p(t) = h(t) \otimes s(t)$ 는 입력 신호 $s(t)$ 에 대한 채널 응답이고 \otimes 는 convolution을 나타낸다.

$N(t)$ 는 대역폭 B 를 가지는 WSCS로 모델링하고 자기 상관 함수는 $r_N(t, s) = \mathcal{E}\{N(t)N(s)^*\}$ 와 같다. 여기서 $N(t)$ 는 모든 0이 아닌 $w(t) \in L^2(B)$ 에 대해 아래 식을 만족하므로 양의 정부호이다. 여기서 $L^2(B)$ 는 대역폭 B 를 가지는 유한 에너지 신호의 집합이다.

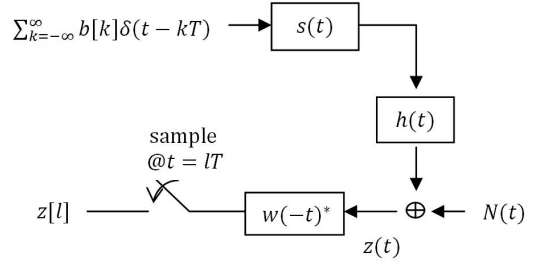


그림 1. 시스템 구성도

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(t)^* r_N(t, s) w(s) dt ds > 0. \quad (3)$$

그리고 $N(t)$ 는 WSCS이고 평균과 자기상관 함수는

$$\begin{aligned} \mu_N(t) &= \mathcal{E}\{N(t)\} = 0, \quad \forall t, \\ r_N(t, s) &= r_N(t+kT, s+kT), \quad \forall t, s \in \mathbf{R} \text{ and } k \in \mathbf{Z} \end{aligned} \quad (4)$$

와 같이 정의 된다.

수신단은 충격 응답 $w(-t)^*$ 을 가지는 선형 시불변 필터와 sampling 속도 $1/T$ (symbol/sec)를 가지는 sampler로 구성된다. l 번째 심볼 $b[l]$ 을 검출하기 위한 결정통계량 $z[l]$ 은

$$\begin{aligned} z[l] &= w(-t)^* \otimes z(t) |_{t=lT} = \int_{-\infty}^{\infty} w(t-lT)^* z(t) dt \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} b[k] q((l-k)T) + n[l] \end{aligned} \quad (5)$$

와 같이 정의된다. 여기에서 $q(t)$ 는

$$q(t) = w(-t)^* \otimes p(t) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau)^* p(t+\tau) d\tau \quad (6)$$

로 정의 된다. 여기에서 ZF 조건을 만족하기 위해서는 ISI가 0이 되어야 하므로 아래와 같은 조건이 유도된다.

$$\begin{aligned} q(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-kT) &= \delta(t) \\ \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} Q\left(\xi - \frac{k}{T}\right) &= 1 \end{aligned} \quad (7)$$

여기에서 $Q(\xi)$ 는 $q(t)$ 의 푸리에 변환을 나타낸다. 잡음 성분 $n[l]$ 은

$$n[l] = \int_{-\infty}^{\infty} w(t-lT)^* N(t) dt \quad (8)$$

와 같이 정의되고 잡음의 분산은 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} E\{[n[0]]^2\} &= E\left\{\left(\int_{-\infty}^{\infty} w(t)^* N(t) dt\right)\left(\int_{-\infty}^{\infty} w(s)^* N(s) ds\right)^*\right\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(t)^* r_N(t,s) w(s) dt ds. \end{aligned} \quad (9)$$

따라서 식 (3) 에 의해 수신필터를 통과한 후의 잡음 성분은 영이 아닌 값을 가진다.

성능 평가의 척도로 사용되는 MSE 는

$$\varepsilon = E\{[b[k] - z[k]]^2\} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} &= E\{[b[k]]^2\} - 2R\{E\{b[k]^* z[k]\}\} + E\{[z[k] - n[k]]^2\} \\ &\quad + E\{[n[k]]^2\} \end{aligned} \quad (11)$$

로 정의된다. 여기에서 $R(\bullet)$ 은 실수부분을 의미한다. 송신 파워를 많이 쓰면 쓸수록 MSE를 원하는 만큼 작게 만들 수 있으므로 송신 파워 제약하에서 최적 송수신 필터를 디자인 할 것이다. 따라서 최적화 문제는 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} &\underset{s(t), w(t)}{\text{minimize}} \quad \varepsilon \\ &\text{subject to} \quad E\left\{\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} b[k] s(t-kT) \right|^2 dt\right\} = A \\ &\quad \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} Q\left(\xi - \frac{k}{T}\right) = 1 \end{aligned} \quad (12)$$

III. MSE의 주파수 영역 표현

이 절에서는 2절에서 구한 MSE를 주파수 영역에서 구하여 최적화하는 문제를 고려한다. 이를 구하기 위해 우선 벡터화된 푸리에 변환^[2]에 대해 알아보면 벡터화된 푸리에 변환은 스칼라 값을 가지는 함수인 일반 푸리에변환을 벡터 값을 가지는 함수로 표현한 것으로 초과대역폭에 따라 자유도가 결정되고 초과대역폭 β 는 다음 관계에 의해 정의된다.

$$BT = \frac{1+\beta}{2} \quad (13)$$

이를 가지고 벡터화된 푸리에 변환을 정의 하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(f) &= \left[X\left(-\frac{L}{T}+f\right), \dots, X\left(\frac{L-1}{T}+f\right), X\left(\frac{L}{T}+f\right) \right]^T \\ &\quad \forall f \in \left[-\frac{1}{2T}, \frac{1}{2T}\right) \end{aligned} \quad (14)$$

여기에서 $L = \lceil \beta/2 \rceil$ 로 정의되고, $X(\xi)$ 는 $x(t)$ 의 푸리에 변환이다. 이를 이용하여 MSE의 각 성분들을 주파수 영역에서 나타내면 다음과 같다^[2].

$$E\{[b[k]]^2\} = \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} T M(f) T df \quad (15)$$

$$E\{b[k]^* z[k]\} = \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \mathbf{w}(f)^H (M(f) T) \mathbf{p}(f) df \quad (16)$$

$$\begin{aligned} E\{[z[k] - n[k]]^2\} &= \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \mathbf{w}(f)^H \left(\frac{M(f) T}{T} \mathbf{p}(f) \mathbf{p}(f)^H \right) \mathbf{w}(f) df \end{aligned} \quad (17)$$

이차원 푸리에 변환을 이용하면 잡음성분은

$$E\{[n[k]]^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(t)^* r_N(t,s) w(s) dt ds \quad (18)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi)^* R_N(\xi, \tilde{\xi}) W(\tilde{\xi}) d\xi d\tilde{\xi} \quad (19)$$

와 같이 표현된다. 여기에서 $r_N(t,s)$ 는 t 에 관하여 주기 T 를 가지는 주기함수 이므로 아래와 같은 푸리에 급수로 표현될 수 있다.

$$r_N(t,s) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_N^{(k)}(t-s) e^{j2\pi \frac{kt}{T}} \quad (20)$$

이를 푸리에 변환하면 아래와 같은 관계식을 얻는다.

$$R_N^{(k)}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} r_N^{(k)}(\tau) e^{j2\pi \xi \tau} d\xi \quad (21)$$

$$R_N(\xi, \tilde{\xi}) = \sum_{k=-2L}^{2L} R_N^{(k)}\left(\xi - \frac{k}{T}\right) \delta\left(\xi - \tilde{\xi} - \frac{k}{T}\right). \quad (22)$$

$N(t)$ 의 대역폭이 B 이므로 위의 식과 벡터화된 푸리에 변환을 사용하여 나타내면

$$\begin{aligned} E\{[n[k]]^2\} &= \int_{-B}^B \sum_{k=-2L}^{2L} W(\xi)^* R_N^{(k)}\left(\xi - \frac{k}{T}\right) W\left(\xi - \frac{k}{T}\right) d\xi \end{aligned} \quad (23)$$

$$= \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \mathbf{w}(f)^H R_N(f) \mathbf{w}(f) df \quad (24)$$

를 얻는다. 여기에서 $\mathbf{R}_N(f)$ 는 아래와 같이 정의된다.

$$[\mathbf{R}_N(f)]_{k,l} = \begin{cases} R_N^{(k-l)}\left(f + \frac{l-L-1}{T}\right), & \text{for } |k-l| \leq 2L \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (25)$$

따라서 MSE는 아래와 같이 표현된다.

$$\varepsilon = \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} TM(fT) + \mathbf{w}(f)^H \mathbf{R}(f) \mathbf{w}(f) - 2\mathbf{R}(\mathbf{w}(f)^H(M(fT)\mathbf{p}(f)))df \quad (26)$$

$$\mathbf{R}(f) = \mathbf{R}_N(f) + \frac{1}{T}M(fT)\mathbf{p}(f)\mathbf{p}(f)^H \quad (27)$$

$$\mathbf{H}(f) = \text{diag}\left\{H\left(-\frac{L}{T}+f\right), \dots, H\left(\frac{L}{T}+f\right)\right\} \quad (28)$$

$$\forall f \in \left[-\frac{1}{2T}, \frac{1}{2T}\right) \text{ where } \mathbf{p}(f) = \mathbf{H}(f)\mathbf{s}(f).$$

IV. 송수신 파형 최적화

주파수 영역에서 문제를 풀기 위해 송신 파워 제약을 벡터화된 푸리에 변환을 이용하여 나타내면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} A &= \mathbf{E}\left\{\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\left|\sum_{k=-\infty}^{\infty}b[k]s(t-kT)\right|^2 dt\right\} \\ &= \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty}M(\xi T)|S(\xi)|^2 d\xi \\ &= \frac{1}{T}\int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}}M(fT)\mathbf{s}(f)^H\mathbf{s}(f)df. \end{aligned} \quad (29)$$

Zero forcing 제약은 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}Q\left(\xi - \frac{k}{T}\right) \\ &= \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}W\left(\xi - \frac{k}{T}\right)^*H\left(\xi - \frac{k}{T}\right)S\left(\xi - \frac{k}{T}\right) \\ &= \frac{1}{T}\mathbf{w}(f)^H\mathbf{H}(f)\mathbf{s}(f) = \frac{1}{T}\mathbf{w}(f)^H\mathbf{p}(f). \end{aligned} \quad (30)$$

따라서 최적화 문제는 아래와 같이 변환된다.

$$\begin{aligned} &\underset{\mathbf{s}(f)}{\text{minimize}} \quad \underset{\mathbf{w}(f)}{\text{minimize}} \quad \varepsilon \\ &\text{subject to} \quad \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}}\frac{M(fT)}{T}a(f)df = A \\ &\quad \mathbf{w}(f)^H\mathbf{p}(f) = T. \end{aligned} \quad (31)$$

여기에서 $a(f) = \mathbf{s}(f)^H\mathbf{s}(f)$ 이다.

ZF 조건인 $\mathbf{w}(f)^H\mathbf{p}(f) = T$ 을 식(26)에 대입하면

$$\varepsilon = \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}}\mathbf{w}(f)^H\mathbf{R}_N(f)\mathbf{w}(f)df \quad (32)$$

가 되고 최적화 문제는 아래와 같이 변환된다.

$$\begin{aligned} &\underset{\mathbf{s}(f)}{\text{minimize}} \quad \left(\underset{\mathbf{w}(f)}{\text{minimize}} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}}\mathbf{w}(f)^H\mathbf{R}_N(f)\mathbf{w}(f)df \right) \\ &\quad \text{subject to } \mathbf{w}(f)^H\mathbf{p}(f) = T \\ &\text{subject to} \quad \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}}\frac{M(fT)}{T}a(f)df = A. \end{aligned} \quad (33)$$

Lagrange multiplier 방법을 이용하여 $\mathbf{w}_{opt}(f)$ 를 구하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{w}(f), \nu(f)) &= \mathbf{w}(f)^H\mathbf{R}_N(f)\mathbf{w}(f) \\ &\quad - \nu(f)(\mathbf{w}(f)^H\mathbf{H}(f)\mathbf{s}(f) - T) \end{aligned} \quad (34)$$

여기서 FONC (first-order necessary condition) 에 의해 다음을 얻을 수 있다.

$$\left.\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{w}(f)}\right|_{\mathbf{w}_{opt}(f), \nu_{opt}(f)} = 0, \quad \left.\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \nu(f)}\right|_{\mathbf{w}_{opt}(f), \nu_{opt}(f)} = 0 \quad (35a)$$

$$\nu_{opt}(f) = \frac{2T}{\mathbf{s}(f)^H\mathbf{H}(f)^H\mathbf{R}_N(f)^{-1}\mathbf{H}(f)\mathbf{s}(f)} \quad (35b)$$

$$\mathbf{w}_{opt}(f) = \frac{T\mathbf{R}_N(f)^{-1}\mathbf{H}(f)\mathbf{s}(f)}{\mathbf{s}(f)^H\mathbf{H}(f)^H\mathbf{R}_N(f)^{-1}\mathbf{H}(f)\mathbf{s}(f)}. \quad (35c)$$

이 $\mathbf{w}_{opt}(f)$ 를 (32) 식에 대입하면 아래와 같은 최적화 문제를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &\underset{\mathbf{s}(f)}{\text{minimize}} \quad \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}}\frac{T^2}{\mathbf{s}(f)^H\mathcal{A}(f)\mathbf{s}(f)}df \\ &\text{subject to} \quad \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}}\frac{M(fT)}{T}a(f)df = A. \end{aligned} \quad (37)$$

$$\text{where } \mathcal{A}(f) = \mathbf{H}(f)^H\mathbf{R}_N(f)^{-1}\mathbf{H}(f)$$

여기에서 MSE를 다른 형태로 바꿔 쓰면

$$\int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}}\frac{T^2}{\mathbf{s}(f)^H\mathbf{s}(f)\frac{\mathbf{s}(f)^H\mathcal{A}(f)\mathbf{s}(f)}{\mathbf{s}(f)^H\mathbf{s}(f)}}df \quad (38)$$

와 같이 쓸 수 있고, $\mathcal{A}(f)$ 를 고유값 분해를 하면

아래와 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$0 \leq \lambda_{\min}(f) \leq \frac{\mathbf{s}(f)^H \mathbf{C}(f) \mathbf{s}(f)}{\mathbf{s}(f)^H \mathbf{s}(f)} \leq \lambda_{\max}(f). \quad (39)$$

여기에서 적분 안의 식을 최소화 하기 위해서는 $\mathbf{s}(f)$ 가 $\mathbf{C}(f)$ 의 가장 큰 고유값에 해당하는 고유벡터에 비례해야 함을 알 수 있다. 따라서 아래와 같은 최적화 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \underset{a(f)}{\text{minimize}} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \frac{T^2}{a(f)\lambda_{\max}(f)} df \\ & \text{subject to} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \frac{M(fT)}{T} a(f) df = A. \end{aligned} \quad (40)$$

이를 구하기 위해 적분구간을 N 개의 동일 길이로 나누면 아래와 같은 최적화 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \underset{a_i \geq 0}{\text{minimize}} \sum_{i=1}^N \frac{T^2}{\lambda_i a_i} \\ & \text{subject to} \sum_{i=1}^N \frac{1}{T} m_i a_i = A. \end{aligned} \quad (41)$$

여기에서 a_i 는 $a(f)$ 를 $f \in [-1/(2T), 1/(2T)]$ 인 구간에서 N 개로 나눴을 때 i 번째 값에 해당한다. Lagrange multiplier 방법을 이용하여 $a_{i,opt}$ 를 구하면 아래와 같다.

$$\mathcal{L}(a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, \nu) = \sum_{i=1}^N \frac{T^2}{\lambda_i a_i} + \nu \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{T} m_i a_i - A \right) \quad (42)$$

$$\left. \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a_i} \right|_{a_{i,opt}, \nu_{opt}} = 0, \quad \left. \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \nu} \right|_{a_{i,opt}, \nu_{opt}} = 0 \quad (43a)$$

$$a_{i,opt} = AT \frac{\sqrt{\frac{m_i}{\lambda_i}}}{\sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{m_i}{\lambda_i}}} \frac{1}{m_i} \quad (43b)$$

여기서 $N \rightarrow \infty$ 로 놓으면 $a_{opt}(f)$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$a_{opt}(f) = AT \frac{\sqrt{\frac{M(fT)}{\lambda_{\max}(f)}}}{\int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \sqrt{\frac{M(fT)}{\lambda_{\max}(f)}} df} \frac{1}{M(fT)} \quad (44)$$

이를 이용하여 $\mathbf{s}_{opt}(f)$ 와 $\mathbf{w}_{opt}(f)$ 를 구하면

$$\mathbf{s}_{opt}(f) = \sqrt{a_{opt}(f)} \mathbf{v}_{\max}(f) e^{j\theta(f)} \quad (45)$$

$$\mathbf{w}_{opt}(f) = \frac{TR_N(f)^{-1} \mathbf{H}(f) \mathbf{s}_{opt}(f)}{\mathbf{s}_{opt}(f)^H \mathbf{C}(f) \mathbf{s}_{opt}(f)} \quad (46)$$

를 얻을 수 있다.

여기서 특이할 만한 사항은 샘플러를 통과한 잡음 수열이 $\mathbf{w}_{opt}(f)^H \mathbf{R}_N(f) \mathbf{w}(f) = T^2$ 으로부터

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{n[0]n[k]^*\} &= \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \mathbf{w}(f)^H \mathbf{R}_N(f) \mathbf{w}(f) e^{-j2\pi f k T} df \\ &= T \delta_{0,k} \end{aligned} \quad (47)$$

가 되어 비상관 잡음 수열이 된다는 것이다. 다른 주목할 만한 사항으로는 [2]에서와 같이 만약 잡음이 WSS이면 $\mathbf{C}(f)$ 는 대각행렬이 된다는 것이다. 이는 만약 i 번째 고유값이 가장 큰 고유값 이라면, 고유 벡터는 i 번째 단위 벡터 \mathbf{e}_i 가 되고 따라서 최적 송신 파형은 주파수 영역에서 하나의 Nyquist 구간에만 값이 존재하게 된다^[4]. 하지만 일반적인 WSCS 잡음인 경우에는 $\mathbf{C}(f)$ 가 대각행렬이 되지 않으므로, 고유벡터는 모든 주파수 구간 $\xi \in [-B, B]$ 에 걸쳐 0이 아닌 값을 가지게 되고 따라서 최적 송신 파형은 모든 주파수 구간 $\xi \in [-B, B]$ 에 존재하게 된다.

V. 모의 실험 결과

그림 2는 BPSK에서 간섭신호와 AWGN이 있는 경우의 비트오율 (BER: bit error rate) 성능을 보여 준다. 간섭신호는 전송신호보다 5dB높은 파워를 가지고, $\sum_{k=-\infty}^{\infty} c[k]x(t-kT)$ 에 따라 발생된다. 여기서 $c[k]$ 는 평균 0, $\mathbf{E}\{c[k]^2\} = 3.16 \mathbf{E}\{|b[k]|^2\}$ 인 가우시안 확률변수 이고, $x(t)$ 는 roll-off factor 0.95를 가지는 SRRC (square root raised cosine) 파형이다. 송신된 신호는 그림 2의 채널을 통과하여 전송된다고 가정 하였고, 송신 파형 최적화를 하지 않을 경우 송신 파형으로 $s(t) = x(t)$ 를 사용하였다. 그림에서 보듯이, 송수단만을 동시 최적화한 경우가 수신단만 최적화 한 경우보다 BER 성능이 월등히 좋고, WSCS 간섭신호를 WSS 간섭신호로 간주하고 송수

