

정규화된 D-QR-RLS 알고리즘의 특성 분석(I)

정희원 안 봉 만*, 황 지 원**, 조 주 필***

Characteristic Analysis of Normalized D-QR-RLS Algorithm (I)

Bong-Man Ahn*, JeeWon Hwang**, Juphil Cho***^o *Regular Members*

요 약

본 논문은 Givens 회전시킨 입력벡터들을 이용하여 오차 제곱을 최소화하는 고속 알고리즘을 정규화하는 D(Diagonal)-QR-RLS 알고리즘을 제안하고 특징을 해석한다. 이 알고리즘은 계산량이 $O(N)$ 이다. 또한 직접적으로 TDL 필터의 계수를 구할 수 있는 장점이 있다. 그리고 제안된 정규화 알고리즘은 NLMS 알고리즘과 유사한 형태를 취하지만 NLMS 알고리즘 보다 우수한 수렴특성을 가지고 있음을 컴퓨터 모의실험을 통하여 확인하였다.

Key Words : Adaptive filtering, Givens Rotation, QR decomposition, Normalized Algorithm

ABSTRACT

This paper presents the D(Diagonal)-QR-RLS algorithm which normalizes the fast algorithm minimizes the MSE by using Givens rotated inputs and analyzes its characteristic. This proposed one has computational complexity of $O(N)$ and the merit that it obtains the coefficients of TDL filter directly. Although this proposed normalized algorithm has the similar form to NLMS algorithm, we can see that D-QR-RLS has superior convergence characteristic to NLMS by computer simulation.

I. 서 론

많은 적응 필터 응용에서 계산량 때문에 주로 LMS 계열 알고리즘이 많이 사용되어왔다. 그러나 LMS 계열의 알고리즘은 LS 계열 알고리즘에 비하면 그 계산 결과 및 추적 능력 등에서 성능이 좋지 못하다. LMS 계열의 알고리즘 단점을 극복하려는 노력들이 많은 연구자들에 의하여 진행되어 왔다^[1-3]. 이 방법들은 대부분 적응상수를 적절히 조절하여 수렴특성과 추적능력을 극대화 시키려는 연구들이다^[1-3]. 이와 같은 방법들은 실제적으로 계산량은 증가하게 된다. 반대로 많은 연구자들이 계산량 $O(N)$ 인 LS 계열 알고리즘을 연구하여 고속 LS 계열의 알고리즘들을 발표하였다. 그러나 고속 알고리즘들은 알려진 바와 같이 수치적 안정도 때문에

효율적이지 못하였다^[4-5]. 수치적 안정도 문제가 대두되면서 수치적 안정도가 좋은 QR 분해를 LS 계열 알고리즘에 적용한 연구자들의 결과가 발표되었다^[6-7]. 그러나 QR분해에 근거한 LS 알고리즘 역시 계산량은 $O(N^2)$ 이어서 이것 역시 계산량을 줄이려는 연구들이 있었다^[8-10]. QR 분해에 의한 RLS 알고리즘의 구현은 유수(residue)를 구하는 과정으로 되어 있다. 응용 분야에 따라 계수벡터의 필요성에 따라 QR 과정에서 계수벡터를 구하는 알고리즘 역시 개발되었다^[11-12]. 참고문헌^[9-10]에서 QR 분해에서 생성되는 상 삼각 행렬 R 을 근사화 과정을 통하여 주 대각 요소만으로 대각화하는 근사법을 사용하여 $O(N)$ 인 알고리즘을 제안하고 있다. 이 논문에서 상 삼각 행렬 R 의 요소를 대각 요소만 취한 형태 $diag[\mathbf{R}(n-1)]$ 에 입력 신호 벡터를 유니터리 행

※ 본 연구는 한국과학재단 특정기초연구(No. R01-2006-000-11183-0(2007)) 지원으로 수행되었음.

* 전북대학교 Next 사업단, ** 익산대학 컴퓨터학과, *** 군산대학교 전자정보공학부 (stefano@kunsan.ac.kr) (° : 교신저자)
논문번호 : KICS2007-02-067, 접수일자 : 2007년 2월 4일, 최종논문접수일자 : 2007년 7월 10일

렬을 이용하여 직교화 시키는 구조로 되어 있다. 이와 같이 수행된 $\mathbf{R}(n)$ 은 다시 상삼각 행렬이 되는데 삼 상각행렬 $\mathbf{R}(n)$ 의 요소 중 대각요소를 제외한 $r_{ij}, i \neq j, i < j$ 요소들이 0이 될 수 없다는 데 문제가 있다. 일반적으로 cosine 파라미터의 $E[c(i)]$ 와 $E[s(i)]$ 가 0이 아니다. 위의 근사화 과정을 이용하고 참고문헌^[9-10]과 다른 적응 방법을 개발하여 D-QR-RLS 알고리즘이라고 하였다^[13]. [13]은 입력 신호 벡터가 서로 상관관계가 없다는 가정을 사용해 입력 데이터 행렬의 Cholesky factor를 대각화한 후 입력 신호 벡터를 Givens 회전시켜 오차와 TDL (tapped-delay-line) 필터의 계수를 직접적으로 구하는 알고리즘이다. [13]의 이론적 분석 결과 평균면에서 계수벡터와 최적 계수벡터의 차가 입력 신호의 분산에 비례하여 작아지도록 되어 있어 입력 신호를 정규화하는 과정이 필요하게 되었다.

본 논문은 [13]의 정규화 알고리즘을 제안하고 수렴특성을 보였다. 입력신호벡터를 Givens 회전시켜 회전된 입력 벡터들을 이용해 오차의 제곱을 최소화하는 알고리즘을 제안하였고 각각의 수렴특성을 보였다. 이 방법은 TDL 필터의 계수벡터를 직접적으로 구하는 과정이 포함되어 있다. 즉, QRD-RLS 알고리즘에서 계수벡터를 구하기 위해서는 역 QR 및 후치대입법들을 사용해야 되는 데 제안한 논문들은 직접적으로 계수벡터를 구한다. 2.1절에서 D-QR-RLS 알고리즘의 정규화된 알고리즘을 제안한다. 정규화된 D-QR-RLS 알고리즘 역시 계산량은 $O(N)$ 이다. 2.2절에서는 정규화된 D-QR-RLS의 수렴특성에 대하여 고찰하였다. 제 III절에서 컴퓨터 모의실험은 간단한 FIR 시스템의 시스템 식별을 수행하였다. IV절에서는 결론 및 고찰을 기술하였다.

II. 본 론

2.1 정규화된 D-QR-RLS 알고리즘

고속 D-QR-RLS 방법을 유도한 방법은 참고문헌^[11-14]와 유사하다.

$$Q(n) \left[\begin{array}{c|c} \lambda^{1/2} \mathbf{R}(n-1) & \lambda^{1/2} \mathbf{p}(n-1) \\ \mathbf{x}_M^T(n) & d(n) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{R}(n) & \mathbf{p}(n) \\ \mathbf{O} & e(n) \end{array} \right] \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{R}(n)$ 은 입력 데이터 행렬의 Cholesky 요소이고, $\mathbf{x}_M(n)$ 은 입력신호 벡터, $d(n)$ 은 원하는 응답이다. $Q(n)$ 은 유니터리(unitary)행렬이다. 식(1)

로부터 다음과 같이 계수벡터를 구할 수 있다.

$$\mathbf{R}(n) \hat{\mathbf{w}}_{R(n)} = \mathbf{p}(n) \quad (2)$$

상 삼각 행렬 $\mathbf{R}(n)$ 과 계수벡터 $\hat{\mathbf{w}}_{R(n)}$ 을 행렬 곱셈한 후 $\mathbf{R}(n)$ 의 주 대각 요소 항으로 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} r_{1,1}(n) \hat{w}_1(n) &= p_1 - r_{1,2}(n) \hat{w}_2(n) - \dots - r_{1,M}(n) \hat{w}_M(n) \\ r_{2,2}(n) \hat{w}_2(n) &= p_2 - r_{2,3}(n) \hat{w}_3(n) - \dots - r_{2,M}(n) \hat{w}_M(n) \\ r_{3,3}(n) \hat{w}_3(n) &= p_3 - \dots - r_{3,M}(n) \hat{w}_M(n) \\ &\vdots \\ r_{M,M}(n) \hat{w}_M(n) &= p_M(n) \end{aligned} \quad (3)$$

위의 과정을 하나의 행렬 형태로 나타내면 다음과 같은 식이 된다^[11-14].

$$T(n) \left[\begin{array}{ccc|c} \sqrt{\lambda} r_{1,1}(n-1) \dots & 0 & \sqrt{\lambda} \rho_1(n-1) \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \vdots & \sqrt{\lambda} r_{M,M}(n-1) \sqrt{\lambda} \rho_M(n-1) \\ x_1(n) & \dots & x_M(n) & d(n) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|c} r_{1,1}(n) \dots & 0 & \rho_1(n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & r_{M,M}(n) \rho_M(n) \\ 0 & \dots & 0 & e(n) \end{array} \right] \quad (4)$$

여기서 $T(n)$ 은 입력신호 $x_1(n)$ 에서 $x_M(n)$ 까지 Givens 회전시키기 위한 M개의 직교행렬이다. 참고문헌^[11-14]에서는 식 (4)에서 forgetting factor가 없는 형태로 구성되어 있다. 식 (4)의 계수벡터는 다음과 같다.

$$\tilde{\mathbf{R}}(n) \hat{\mathbf{w}}(n) = \boldsymbol{\rho}(n) \quad (5)$$

참고문헌^[11-14]에서는 식(4)의 시간 n-1에서 $\rho_k(n-1)$ 의 값을 알고 있다고 가정해 $\rho_k(n-1)$, $\rho_k(n)$, $r_{k,k}(n-1)$ 및 $r_{k,k}(n)$ 의 순환식을 구했고, $\mathbf{w}(n)$ 은 back substitution과 유사하게 구했다. D-QR-RLS에서 계수벡터의 순환과정은 다음과 같다.

$$r_{i,i}(n) = \sqrt{[\lambda^{1/2} r_{i,i}(n-1)]^2 + [x_i^{(i-1)}(n)]^2} \quad (6)$$

$$c_i(n) = \frac{\lambda^{1/2} r_{i,i}(n-1)}{r_{i,i}(n)} \quad (7)$$

$$s_i(n) = \frac{x_i^{(i-1)}(n)}{r_{i,i}(n)} \quad (8)$$

위의 과정에서 식 (6)은 벡터 $\lambda^{1/2}r_{i,i}(n-1)$, $x_i^{(i-1)}(n)$ 의 크기를 나타내고 있다. $c_i(n)$, $s_i(n)$ 은 각각 $\lambda^{1/2}r_{i,i}(n-1)$, $x_i^{(i-1)}(n)$ 의 단위 벡터를 나타내며 $s_i(n)$ 는 입력 신호 벡터들의 단위벡터를 생성한다. 계수벡터의 순환식은 다음과 같이 얻어진다.

$$\hat{w}(n) = \hat{w}(n-1) - s(n)\alpha_{(N)}(n)\tilde{e}(n) \quad (9)$$

알고리즘의 순환과정에서 사전 예측 오차(priori estimation error)가 얻어지므로 사후 예측 오차는 다음과 같이 구한다.

$$\alpha_{(N)}(n) = \prod_{i=1}^N c_i(n) \quad (10)$$

식(6), 식(7), 식(8), 식(9) 및 식(10)으로 구성된 D-QR-RLS 알고리즘을 제안하였다. D-QR-RLS 알고리즘의 식(9)로부터 최적 계수벡터 w_o^i 와 예측된 $\hat{w}_i(n)$ 과의 계수 오차 벡터($\epsilon_i(n) = w_o^i - \hat{w}_i(n)$)의 기대값이 다음 식으로 유도되었다²⁰⁾.

$$E[\epsilon_i(n)] = (1 - \beta_i \sqrt{\sigma_{x_i}^2})^n E[\epsilon_i(0)] \quad (11)$$

$$\beta_i = \lambda^{N/2} \sqrt{1 - \lambda} \quad (12)$$

식(11)의 $\sigma_{x_i}^2$ 를 제거하기 위하여 다음과 같은 정규화 방법을 이용하였다.

$$w_i(n) = w_i(n-1) - s_i(n)\alpha_{(N)}(n)\tilde{e}(n)/r_{i,i}(n) \quad (13)$$

식(13)을 이용한 정규화된 D-QR-RLS 알고리즘은 표 1과 같다.

표 1. 정규화된 D-QR-RLS 알고리즘.
Table 1. Normalized D-QR-RLS algorithm.

초기값
$\alpha_{(0)} = 1.0$
$r_{i,i}(0) = \delta$
for n=1,2,3,...

```


$$\tilde{e}(n) = d(n) - \mathbf{x}^H(n) \hat{\mathbf{w}}(n-1)$$

for i=1,2,3,4,...,M

$$r_{i,i}(n) = \sqrt{\lambda[r_{i,i}(n-1)]^2 + [\alpha_{(i-1)}x_i(n)]^2}$$


$$c_i(n) = \frac{\lambda^{1/2}r_{i,i}(n-1)}{r_{i,i}(n)}$$


$$s_i(n) = \frac{\alpha_{(i-1)}(n)x_i(n)}{r_{i,i}(n)}$$


$$\alpha_{(i)}(n) = c_i(n)\alpha_{(i-1)}(n)$$

end %i loop
for i=1,2,3, ...,M

$$\hat{w}_i(n+1) = \hat{w}_i(n) + \alpha_{(M)}(n)s_i(n)\tilde{e}(n)/r_{i,i}(n)$$

end %i loop
end %n loop
    
```

2.2 정규화된 D-QR-RLS 알고리즘의 수렴특성 고찰

정규화된 D-QR-RLS 알고리즘의 원하는 응답은 다음과 같다.

$$d(n) = \mathbf{w}_o^H \mathbf{x}(n) + v(n) \quad (14)$$

여기서 \mathbf{w}_o 은 미지의 시스템 파라미터이고 $v(n)$ 은 부가잡음이다. 계수벡터를 정리하자.

$$\begin{aligned} \hat{w}_i(n+1) &= \hat{w}_i(n) + \alpha_{(N)}(n)s_i(n)\tilde{e}(n)/r_{i,i}(n) \quad (15) \\ &= \hat{w}_i(n) + \frac{\alpha_{(N)}(n)\alpha_{(i-1)}(n)}{r_{i,i}^2(n)}x_i(n)\tilde{e}(n) \\ &= \hat{w}_i(n) + M_i(n)x_i(n)\tilde{e}(n) \end{aligned}$$

그리고 $M_i(n)$ 및 아래 식들을 계산할 수 있다.

$$E[M_i(n)] = E\left[\frac{\alpha_{(N)}(n)\alpha_{(i-1)}(n)}{r_{i,i}^2(n)}\right] \approx \frac{E[\alpha_{(N)}(n)\alpha_{(i-1)}(n)]}{E[r_{i,i}^2(n)]} \quad (16)$$

$$E[\alpha_{(N)}] = \prod_{k=1}^N E[c_k(n)] = \lambda^{N/2} \quad (17)$$

$$E[c_i(n)] = \lambda^{1/2} \frac{E[r_{i,i}(n-1)]}{E[r_{i,i}(n)]} \approx \lambda^{1/2} \quad (18)$$

$$E[r_{i,i}^2(n)] = \frac{\lambda^i \sigma_{x_i}^2}{(1 - \lambda)} \quad (19)$$

식(16)의 분자항을 정리하면 다음과 같다.

$$E[\alpha_{(N)}(n)\alpha_{(i-1)}(n)] = E[II_{k=1}^N c_k(n)II_{j=1}^i c_j(n)] = \lambda^{(N+i)/2} \quad (20)$$

식(19)와 식(20)을 식(16)에 대입하여 식(21)을 얻고 식(22)와 같은 β_i 를 얻는다.

$$E[M_i(n)] \approx \frac{\lambda^{(N+i)/2}(1-\lambda)}{\lambda^i \sigma_{x_i}^2} = \frac{\lambda^{(N-i)/2}(1-\lambda)}{\sigma_{x_i}^2} = \frac{\beta_i}{\sigma_{x_i}^2} \quad (21)$$

$$\beta_i = \lambda^{(N-i)/2}(1-\lambda) \quad (22)$$

최적 계수벡터 w_o^i 와 예측된 $\hat{w}_i(n)$ 과의 계수 오차 벡터를 다음과 같이 정의하자.

$$\epsilon_i(n) = w_o^i - \hat{w}_i(n) \quad (23)$$

식(23)을 식(15)에 대입 정리하고 오차를 얻는다.

$$\epsilon_i(n) = \epsilon_i(n-1) - M_i(n)x_i(n)\tilde{e}(n) \quad (24)$$

$$\tilde{e}(n) = \mathbf{x}^H(n)\boldsymbol{\epsilon}(n-1) + v(n) \quad (25)$$

식(24)에 식(25)를 대입해 다음을 얻을 수 있다.

$$E[\epsilon_i(n)] = E\left[[1 - M_i(n)x_i(n)\mathbf{x}^H(n)]\epsilon_i(n-1) - E[M_i(n)x_i(n)v(n)] \right] \quad (26)$$

여기서 $\mathbf{x}(n)$, $v(n)$ 이 상관관계가 없다고 가정하면 다음의 수식을 얻는다.

$$E[\epsilon_i(n)] = E\left[[1 - M_i(n)x_i(n)\mathbf{x}^H(n)]\epsilon_i(n-1) \right] \approx [1 - E[M_i(n)]E[x_i(n)\mathbf{x}^H(n)]]E[\epsilon_i(n-1)] \quad (27)$$

식(27)에서 $E[x_i(n)\mathbf{x}^H(n)] = E[x_i^2(n)]$ 이라 가정하고 다음을 계산할 수 있다.

$$1 - E[M_i(n)]E[x_i(n)\mathbf{x}^H(n)] \approx 1 - E[M_i(n)]E[x_i^2(n)] = 1 - \frac{\beta_i}{\sigma_{x_i}^2} \approx 1 - \beta_i \quad (28)$$

여기서 $\beta_i = \lambda^{(N-i)/2}(1-\lambda)$ 이고 작은 양의 실수

값이다. 또한 입력신호의 분산 $\sigma_{x_i}^2$ 에 관계없는 알고리즘이 된다. 그러므로 식(28)의 계수 오차 벡터는 다음과 같이 된다.

$$E[\epsilon_i(n)] = (1-\beta_i)^n E[\epsilon_i(0)] \quad (29)$$

식(29)에서 반복 횟수 n 이 증가함에 따라 i 번째 계수 오차 벡터는 0으로 수렴하고, 전체적으로 평균면에서 최적계수 벡터 값에 수렴할 것이다.

$$E[\epsilon_i(n)] = 0 \quad \text{for } i=1,2,\dots,N \quad (30)$$

$\beta_i = \lambda^{(N-i)/2}(1-\lambda)$ 에서 λ 의 범위는 다음과 같다.

$$0 < \lambda < 1 \quad (31)$$

양상불 평균 학습 곡선에 대해 살펴보자.

$$\begin{aligned} \tilde{e}(n) &= d(n) - \mathbf{x}^H(n)(\mathbf{w}_o - \boldsymbol{\epsilon}(n-1)) \\ &= e_o(n) + \boldsymbol{\epsilon}^H(n-1)\mathbf{x}(n) \end{aligned} \quad (32)$$

여기서 $e_o(n)$ 은 측정잡음이고 입력 신호 벡터 $\mathbf{x}(n)$ 과 독립이고 평균은 0, 분산은 σ_o^2 을 갖는다. 양상불 평균의 학습곡선을 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} J(n) &= E[\xi(n)^2] = E[e_o(n)^2] + E[e_o(n)\mathbf{x}^H(n)\boldsymbol{\epsilon}(n-1)] \\ &\quad + E[\boldsymbol{\epsilon}^H(n-1)\mathbf{x}(n)e_o^*(n)] \\ &\quad + E[\boldsymbol{\epsilon}^H(n-1)\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\boldsymbol{\epsilon}(n-1)] \end{aligned} \quad (33)$$

식(33)은 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$J(n) = \sigma_o^2 + E[\boldsymbol{\epsilon}^H(n-1)\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\boldsymbol{\epsilon}(n-1)] = \sigma_o^2 + \text{tr}[E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)]E[\boldsymbol{\epsilon}(n-1)\boldsymbol{\epsilon}^H(n-1)]] \quad (34)$$

$\text{tr}[\cdot]$ 은 trace이며, 식(34)에서 다음을 가정하자.

$$E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)] \approx \text{diag}[E[x_1^2(n)], E[x_2^2(n)], \dots, E[x_N^2(n)]] \quad (35)$$

$$E[\boldsymbol{\epsilon}(n-1)\boldsymbol{\epsilon}^H(n-1)] \approx \text{diag}[E[(w_1(n-1) - w_o^1)^2], \dots, E[(w_N(n-1) - w_o^N)^2]] \quad (36)$$

식(35)와 식(36)을 식(34)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \mathcal{J}(n) &= \sigma_o^2 + \sum_{i=1}^N E[x_i^2(n)]E[(w_i(n-1) - w_o^i)^2] \quad (37) \\
 &= \sigma_o^2 + \sigma_x^2 \sum_{i=1}^N E[(w_i(n-1) - w_o^i)^2]
 \end{aligned}$$

식(37)은 다음과 같이 됨을 추론 할 수 있다.

$$\mathcal{J}(n) \approx \sigma_o^2, \text{ for } n \rightarrow \infty \quad (38)$$

III. 모의 실험 및 검토

컴퓨터 모의실험을 위하여 20차 FIR 시스템의 시스템 식별을 수행하였다. FIR 시스템의 임펄스 응답은 다음과 같이 결정하였다.

$$x(n) = u(n) - 0.5x(n-1) \quad (39)$$

$$h(n) = \text{randn} * \exp(-0.04 * n) \quad (40)$$

$$y(n) = \sum_{i=1}^{20} h(n)x(n-i+1) + v(n) \quad (41)$$

입력 신호 $u(n)$, $x(n)$ 및 추정잡음 $v(n)$ 은 가우시안 잡음으로 분산은 1이고 평균은 0이다. 본 모의실험은 100번의 독립된 실험을 하였으며 독립된 실험마다 시스템 임펄스 함수는 랜덤 수열 생성기에 의해 변화도록 했다. $v(n)$ 은 $x(n)$ 에 대해 S/N 비를 -10, -20, -30 및 -60dB로 모의 실험하였다. 그림 1.에서 $\lambda = 0.75$ 이고 초기값 $\delta = 1$ 로 하여 100번의 독립된 실험을 한 후 앙상블을 평균하여 나타낸 학습곡선이다. 그림에서 수렴 속도는 λ 를 작게 선택하면 향상되기 때문에 λ 를 고정하였다. 검정색은 실험, 빨강색 그래프는 식(34)를 이용해 각각 얻은 학습곡선이다. 두 MSE 곡선들은 잘 일치함을 알 수 있다. 그러므로 제안한 알고리즘 학습곡선들의 MSE 값이 이론치에 거의 인접함을 알 수 있다. 그림 2.는 위의 상황에 대해 여러 알고리즘들의 학습곡선을 나타낸 그림이다. NLMS 알고리즘은 $\delta = 1/1000$, $\mu = 1$ 로 시험하였고, RLS 및 제안한 알고리즘은 $\lambda = 0.75$, $\delta = 1$ 로 실험하였다. QRD-RLS 알고리즘은 $\lambda = 0.999$ 로 하였다. 그림 2.에서 제안한 알고리즘은 약 125정도의 반복 구간에서 수렴하며 이때 MSE 값 역시 -30dB에 근접함을 알 수 있다. 이에 비하여 NLMS의 경우 수렴은 약 250회 정도 반복구간에서 수렴하고 이때 MSE 값은 약 -29dB 정도에 수렴함을 알 수 있다.

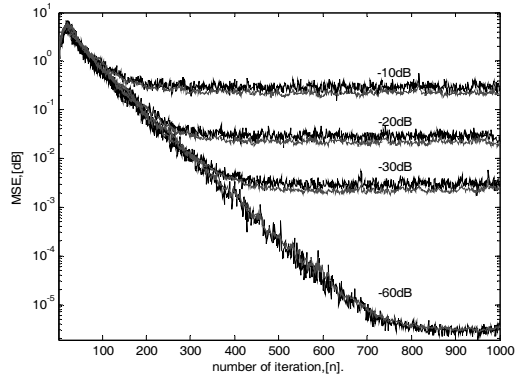


그림 1. 정규화된 D-QR-RLS 알고리즘의 학습곡선
Fig. 1. Learning curves of normalized D-QR-RLS

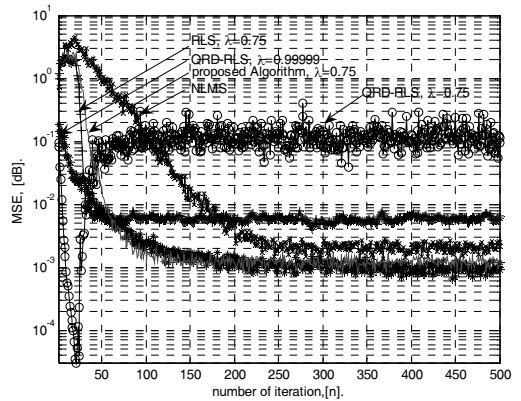


그림 2. 다양한 알고리즘들의 학습곡선
Fig. 2. Learning curves of various algorithms

수렴후의 MSE 값은 QRD-RLS 알고리즘이 낮음을 확인할 수 있다. 제안한 알고리즘과 NLMS 알고리즘은 수렴속도와 수렴 후 MSE 값에 있어서 우수함을 알 수 있다.

IV. 결론 및 고찰

본 논문에서는 계산량이 $O(N)$ 인 D-QR-RLS 알고리즘이 평균면에서 입력신호 분산에 비례하여 수렴하는 것을 정규화하기 위한 방법을 제시하였다. 또한 제안한 알고리즘이 정규화되는 것과 수렴 특성에 대하여 이론적으로 고찰하였다. 이론적 고찰 결과 D-QR-RLS 알고리즘은 최적 계수벡터에 수렴함을 알 수 있었다. 제안한 정규화된 D-QR-RLS 알고리즘을 FIR 시스템의 시스템 식별 문제에 적용하여 컴퓨터 모의 실험을 수행하였다. 그 결과 이론값과 거의 유사하게 동작함을 확인할 수 있었고 NLMS 알고리즘 보다는 우수한 성능을 나타냄을

확인하였다. 앞으로 본 알고리즘을 이용한 비선형 적응 신호처리 문제들에 대한 응용을 더욱 연구해 볼 필요성이 있다.

참 고 문 헌

[1] Danilo P. Mandic, "A Generalized Normalized Gradient Descent Algorithm," IEEE. Signal Processing Letters, vol. 11, No. 2, pp.115-118, Feb. 2004.

[2] V. J. Mathews and Z. Xie, "A stochastic gradient adaptive filter with gradient adaptive step size," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 41, pp.2075-2087, June 1993.

[3] W. P. Ang and B. Farhang-Boroujeny, "A new class of gradient adaptve step-size LMS algorithms," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 49, pp.805-810, Apr. 2001.

[4] M. T. Morf, T. Kailath and L. Ljung, "Fast algorithm for recursive identification," in proc., 1976 Congress Decision Control, Clearwater Beach, FL, 1976, pp.916-921.

[5] J. M. Cioffi and T. Kailath, "Fast RLS Transversal filters for adaptive filtering," IEEE Trans., Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-32, pp. 304-337, 1984.

[6] W. M. Gentleman and H. T. Kung, "Matrix triangularization by systolic array," in Proc. SPIE int. Soc., Opt. Eng., vol. 298. pp.298-303, 1981

[7] J. G. McWhiter, "Recursive least squares minimization using a systolic array," in Proc. SPIE int. Soc., Opt. Eng., vol. 431. pp.105-112, 1983

[8] J. M. Cioffi, "A fast adaptive ROTOR's RLS algorithms," IEEE Trans., Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 38, pp.631-653, 1990.

[9] Z. S. Liu, "QR methods of O(N) complexity in adaptive parameter estimation," IEEE Trans, Signal Processing, vol. 43, pp.720-729, 1995.

[10] Z. S. Liu and J. Li, "A QR-based least mean squares algorithm for adaptive parameter estimation," IEEE Trans. Circuits Syst., vol. 45, pp.321-329, Mar. 1998.

[11] A. A. Rontogiannis and S. Theodoridis, "New

fast QR Decomposition Least Squares Adaptive Algorithms," IEEE Transaction on Signal Processing, vol. 46, no. 8, pp.2113-2121, August 1998.

[12] J. A. Apolinario Jr. and P. S. R. Diniz, "A new fast QR algorithm based on a priori errors," IEEE Signal Processing Letters, vol. 4, no. 11, pp.307-309, November 1997.

[13] 안봉만, 황지원, 조주필, "단위 벡터를 이용한 고속 적응 계수 예측 알고리즘," 한국통신학회 심사중

안 봉 만 (Bong-Man Ahn)

정회원



1988년 2월 : 전북대학교 전자공학과 졸업
 1990년 2월 : 전북대학교 전자공학과 석사
 1997년 8월 : 전북대학교 전자공학과 박사
 1995년 ~ 2004년 : 전북과학대 정

보통신과 조교수

2007년 3월 ~ 현재 : 전북대학교 Next 사업단
 관심분야: 고속적응필터, 비선형신호처리,

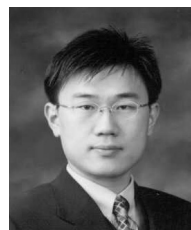
황 지 원 (JeeWon Hwang)

정회원

1985년 : 전북대학교 전자공학과졸업
 1987년 : 전북대학교 전자공학과석사
 1993년 : 전북대학교 전자공학과 박사
 1992년 ~ 현재 : 익산대학 컴퓨터학과 교수
 <관심분야> 전자공학, 통신공학, 적응신호처리

조 주 필 (Juphil Cho)

정회원



1992.년 2월 : 전북대학교 정보통신공학과 학사
 1994년 2월 : 전북대학교 전자공학과 석사
 2001년 2월 : 전북대학교 전자공학과 박사
 2000년 ~ 2005년 : ETRI 이동통

신연구단 선임연구원

2006년 ~ 현재 : ETRI 초빙연구원

2005년 ~ 현재 : 군산대학교 전자정보공학부 조교수

<관심분야> 통신신호처리, MIMO-OFDM, Cognitive Radio, 무선전송기술, UWB