

# 다중 부호 무게를 가진 2차원 광 직교 부호의 설계

정회원 박 영 춘\*, 종신회원 신 동 준\*

## Design of Multi-Weight 2-Dimensional Optical Orthogonal Codes

Yong-Chun Piao\* *Regular Member*, Dong-Joon Shin\* *Lifetime Member*

### 요 약

광학적 부호 분할 다중접속방식(OCDMA)은 각각의 사용자에게 고유의 부호어를 부여하여 여러 명의 사용자가 동시에 사용할 수 있게 하는 기술이다. 이 시스템에 쓰이는 광 직교 부호(OOC)는 좋은 성질의 자기상관관계와 상호상관관계를 지닌 이진 수열이라고 할 수 있다. 이러한 광 직교 부호의 자기상관관계와 상호상관관계 값은 그 시스템의 성능을 평가하는 중요한 척도가 된다. 최근에는 1차원보다 더욱 많은 사용자를 지원하는 2차원 광 직교 부호설계 기법이 많이 연구되고 있으며, 본 논문에서는 조합론을 이용하여 자기상관관계 값이 0이고 상호상관관계 값이 1인 다중 부호 무게를 가진 2차원 광 직교 부호를 설계하고 이러한 광 직교 부호의 크기에 대한 상한 값을 유도한다.

**Key Words** : OCDMA, OOC, Upper bound, Correlation, Combinatorial design.

### ABSTRACT

Optical code division multiple access (OCDMA) systems make the active users to share the bandwidth by simply assigning distinct optical orthogonal codeword to each active user. An optical orthogonal code (OOC) is a collection of binary sequences with good correlation properties which are important factors of determining the capacity of OCDMA systems. Recently, 2-D OOC construction method is frequently researched which is able to support more users than 1-D OOC. In this paper, a combinatorial construction of simple multi-weight 2-D OOC with autocorrelation 0 and crosscorrelation 1 is proposed and the bound on the size of these codes is derived.

### I. 서 론

광학적 부호 분할 다중접속방식(OCDMA)은 각각의 사용자에게 고유의 부호어를 부여하여 하나의 광 네트워크를 여러 명의 사용자가 동시에 사용할 수 있게 하는 기술이다<sup>[1,2]</sup>. 광학적 부호 분할 다중접속방식은 비동기 방식을 지원하기 때문에 사용자들의 채널접근이 용이하다는 장점을 가지고 있고 이러한 시스템상에서 쓰이는 이진 부호를 광 직교 부호(Optical Orthogonal Code: OOC)라고 한다<sup>[3]</sup>. 최근에 광 직교 부호에 대한 연구가 많이 있었고, 그 중 시간, 파장을 이용하는 2차원 광 직교 부호가 주류를 이루고 있으며

2차원 광 직교 부호는 좋은 자기상관관계와 상호상관관계 값을 유지하며 더욱 많은 부호어를 생성하여 시스템의 사용을 용이하게 한다<sup>[4,5,6]</sup>.

일반적으로  $m \times n$ 의 행렬들로 이루어진 2차원 광 직교 부호  $C$ 는  $(m \times n, w, \lambda_a, \lambda_c)$ 의 형태로 정의되며 임의의 부호어  $x$ 와  $y$ 는 다음의 두가지 성질을 만족한다.

- 자기상관관계 (Autocorrelation)

$$\sum_{i=0}^{m-1} \left( \sum_{j=0}^{n-1} x_{i,j} x_{i,(j \oplus \tau)} \right) \leq \lambda_a \quad (1)$$

여기서  $x_{i,j} \in \{0,1\}$ 는  $x$ 의  $i$ 번 행과  $j$ 번 열의 요소이

※ 본 논문은 한국과학재단 특정기초사업 (과제번호: R01-2005-000-11064-0)의 연구비 지원으로 수행되었음

\* 한양대학교 전자통신컴퓨터공학과 (pyc0928@ccl.hanyang.ac.kr, djshin@hanyang.ac.kr) (°:교신저자)

논문번호 : KICS2007-05-229, 접수일자 : 2007년 5월 23일, 최종논문접수일자 : 2007년 12월 27일

고  $\tau \neq 0$ 이다.

- 상호상관관계 (Crosscorrelation)

$$\sum_{i=0}^{m-1} \left( \sum_{j=0}^{n-1} x_{i,j} y_{i,(j \oplus \tau)} \right) \leq \lambda_c \quad (2)$$

여기서  $x$ 와  $y$ 는 서로 다른 부호어이고  $\tau$ 는 임의의 정수이다.

본 논문에서는 자기상관관계 값이 0이고 상호상관관계 값이 1인 다중 부호 무게를 가지는 2차원 광 직교 부호를 새롭게 설계하고 부호의 크기에 대한 상한 값을 제시한다. II장에서 기존의 SPR(Single Pulse per Row) 부호와 새로운 2차원 광 직교 부호인 MSNPR(Multi-Weight Single or No Pulse per Row) 부호를 소개하고, MSNPR 부호 크기의 상한 값을 유도한다. III장에서 SPR 부호와 조합론을 이용한 packing 방법으로 MSNPR 부호를 설계하고 IV장에서 모의 실험을 통하여 성능을 분석하며 V장에서 결론을 맺는다.

## II. MSNPR 부호

최근에 광 부호 분할 다중접속 시스템에 사용되는 2차원 광 직교 부호에 대한 연구가 많이 진행되고 있고 그중에서 SPR 부호  $C(m \times n, m, \lambda_a, \lambda_c)$ 는  $\{0, 1\}$ 로 이루어진  $m \times n$ 행렬형태의 부호어들로 구성되며 각각의 행에 1이 오직 하나씩만 분포되어 있으며  $w=m$ ,  $\lambda_a=0$ 이고  $\lambda_c=1$ 인 2차원 광 직교 부호이다<sup>5)</sup>.

본 논문에서는 SPR 부호를 일반화한 MSNPR 부호에 대하여 정의하고 MSNPR 부호 크기의 상한 값을 다음과 같이 유도한다.

○정의 1: MSNPR 부호  $C(m \times n, W, \lambda_a, \lambda_c)$ 는  $\{0, 1\}$ 로 이루어진  $m \times n$ 행렬형태의 부호어들로 이루어지며 각각의 행에 1이 하나만 분포되어 있거나 없으며  $W$ 는 다중 부호 무게로서  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_l\}, w_1 < w_2 < \dots < w_l$ 이고  $\lambda_a=0$ ,  $\lambda_c=1$ 인 2차원 광 직교 부호이다.

○정리 1: MSNPR 부호  $C(m \times n, W, 0, 1)$ 에서  $r_i$ 를 부호 무게  $w_i$ 의 부호어수라면 MSNPR 부호  $C(m \times n, W, 0, 1)$ 의 크기의 상한 값은

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^l r_i : \sum_{i=1}^l r_i \binom{w_i}{2} \leq n \binom{m}{2} \right\} \text{이다.}$$

여기서  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_l\}, w_1 < w_2 < \dots < w_l$ 이다.

○증명:  $m \times n$  행렬에서 임의의 서로 다른 두 행을 선택 할 경우의 수는  $\binom{m}{2}$ 이고  $n$ 개의 열이 있기에 서로 다른 1의 거리의 총 경우의 수는  $n \binom{m}{2}$ 이다. 유사한 방법에 의하여 MSNPR 부호어에서  $\lambda_c=1$ 을 만족시키려면 두 개의 부호어에서 대응되는 행에 있는 두 개의 1의 열 사이의 상대 거리가 달라야 한다. 부호 무게  $w_i$ 인 부호어에서 두 개의 1의 서로 다른 열 사이 거리의 경우의 수는  $\binom{w_i}{2}$ 이고 이러한 부호어가  $r_i$ 개 존재하므로  $\sum_{i=1}^l r_i \binom{w_i}{2} \leq n \binom{m}{2}$ 을 만족하는  $\max \sum_{i=1}^l r_i$  값이 MSNPR 부호 크기의 상한 값이다. □

## III. MSNPR 부호 설계

MSNPR 부호  $C(m \times n, W, 0, 1)$ 에 대하여 본 장에서는 앞에서 알아본 SPR 부호와 조합론의 packing design 을 이용하여 설계하고 이를 분석한다.

○정의 2<sup>7)</sup>: Packing design (혹은 packing)은  $P(K,1;v)$ 로 표기되고  $(V,B)$ 로 정의되는데 여기서  $V$ 는  $v$ 개 원소의 집합이고  $B$ 는  $V$ 의 부분집합(블록)들의 집합으로 각 블록의 크기는  $K$ 의 원소들이고 1은 지수  $\lambda$ 값이다.  $\lambda$ 는  $v$ 개 원소에서 임의의 서로 다른 2개 원소가 최대  $\lambda$ 개의 블록에서 나타나는 것을 의미한다.

예를 들어  $V = \{0,1,2,3\}$ 에서  $B = \{\{0,1\}, \{0,2,3\}\}$ 이면 이에 대한 packing design은  $P(\{2,3\},1;4)$ 로 표기되고 여기서  $V$ 에서의 임의의 서로 다른 2개 원소는 최대 1개의 블록에서만 나타난다.

MSNPR 부호  $C(m \times n, W, 0, 1)$ 은 packing design  $P(W,1;m)$  부분과 SPR 부호  $C(w_i \times n, w_i, 0, 1)$  부분으로 다음과 같이 구성된다.

- Packing design 부분:  $V = \{0, \dots, m-1\}$ ,  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_l\}$ ,  $B$ 는 블록크기가  $w_i$ 인 블록만 포함하고 있고  $m$ 개의 원소에서 임의의 서로 다른 2개 원소는 최대 1개의 블록에서만 나타나며  $B = \{b_0, b_1, \dots, b_{N-1}\}$ 이고  $|b_j| = w_i, j \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ 이다.
- SPR 부호 부분: 주어진  $w_i$ 로 SPR 부호  $C$

$(w_i \times n, w_i, 0, 1)$ 를 최대한 많이 설계한다.

- MSNPR 부호 구성 부분: 각각의  $w_i$ 에 대응되는 SPR 부호어들을 블록  $b_i$ 에 포함된 원소에 해당하는 행들에 배치하면 MSNPR 부호를 얻게 된다.

따라서 MSNPR 부호의 크기는  $\sum_{i=1}^l s_i b_i$ 이고 여기서  $s_i$ 는 SPR 부호  $C(w_i \times n, w_i, 0, 1)$ 의 부호어수이고  $b_i$ 는 packing design 에서  $w_i$ 개의 원소를 가진 블록의 개수이다. 우리는 이러한 MSNPR 부호 구성방법을 packing 방법이라 부른다. 아래에 packing 방법으로 MSNPR 부호를 구성하는 예를 들어 본다.

○ 예: MSNPR 부호  $C(4 \times 4, \{2, 3\}, 0, 1)$ 에 대하여 packing 방법을 사용하여 설계해 본다.

- Packing design 부분:  $V = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $W = \{2, 3\}$ ,  $\lambda = 1$ ,  $B = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3, 4\}\}$ .
- SPR 부호 부분:

$C(2 \times 4, 2, 0, 1) \rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 1000 \\ 1000 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1000 \\ 0100 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1000 \\ 0010 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1000 \\ 0001 \end{bmatrix};$$

$$C(3 \times 4, 3, 0, 1) \rightarrow \begin{bmatrix} 1000 \\ 1000 \\ 1000 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1000 \\ 0100 \\ 0010 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1000 \\ 0010 \\ 0100 \end{bmatrix};$$

- MSNPR 부호 구성 부분:

$$\{1, 2\}: \begin{bmatrix} 1000 \\ 1000 \\ 0000 \\ 0000 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1000 \\ 0100 \\ 0000 \\ 0000 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1000 \\ 0010 \\ 0000 \\ 0000 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1000 \\ 0001 \\ 0000 \\ 0000 \end{bmatrix};$$

$$\{1, 3\}: \begin{bmatrix} 1000 \\ 0000 \\ 1000 \\ 0000 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1000 \\ 0000 \\ 0100 \\ 0000 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1000 \\ 0000 \\ 0010 \\ 0000 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1000 \\ 0000 \\ 0001 \\ 0000 \end{bmatrix};$$

$$\{1, 4\}: \begin{bmatrix} 1000 \\ 0000 \\ 0000 \\ 1000 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1000 \\ 0000 \\ 0000 \\ 0100 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1000 \\ 0000 \\ 0000 \\ 0010 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1000 \\ 0000 \\ 0000 \\ 0001 \end{bmatrix};$$

$$\{2, 3, 4\}: \begin{bmatrix} 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 0000 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1000 \\ 0100 \\ 0010 \\ 0000 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1000 \\ 0010 \\ 0100 \\ 0000 \end{bmatrix}; \quad \square$$

MSNPR 부호  $C(4 \times 4, \{2, 3\}, 0, 1)$ 의 크기의 상한 값은  $\max\{r_1 + r_2 : r_1 + 3r_2 \leq 24\}$ 이다. 따라서 부호 무게  $r_1=2$ 인 부호어를 12개 생성하면 부호 무게  $r_2=3$ 인 부호어는 4개 보다 같거나 적어야 하는데 위의 예에서 packing 방법으로 3개의 부호어를 생성하였다. 따라서 packing 방법은 MSNPR 부호를 설계하는 효과적인 방법임을 알 수 있다.

#### IV. 모의 실험

이 장에서는 광 부호 분할 다중접속 시스템에서 MSNPR 부호의 비트 오류율을 통하여 성능을 분석한다. 광 부호 분할 다중접속 시스템 다중 사용자 환경에서 광 직교 부호를 검출하기 위하여 다음을 가정한다.

1. On-off keying을 사용하고 ‘AND’검출기를 사용한다<sup>8)</sup>.
2. 완전한 동기(synchronization)와 다중 사용자간의 칩주기(chip period)의 배수에 해당하는 지연(delay)를 가정한다.
3. 이상적인 coupling을 가정하여 신호 감쇄는 모든 송/수신기 간에 동일하다.

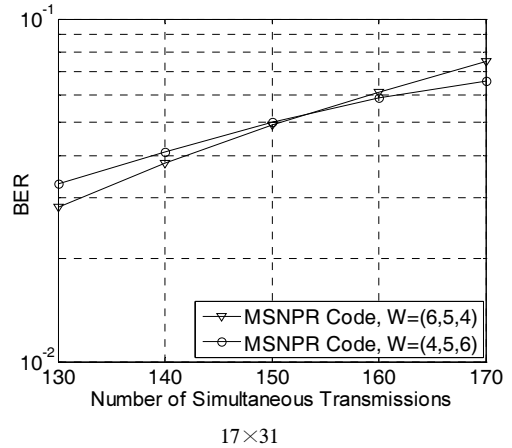


그림 1. MSNPR 부호와 일반적인 광 직교 부호의 성능 비교

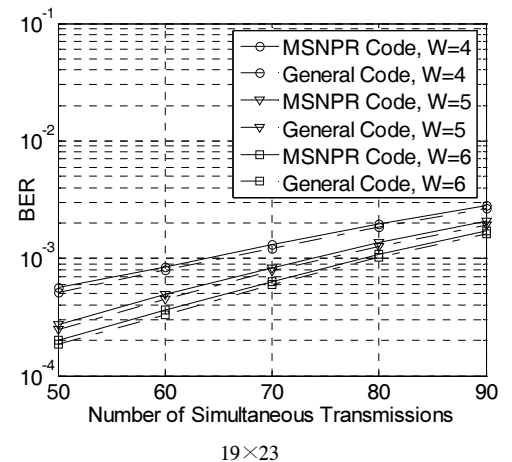


그림 2. 동일한 MSNPR 부호에서 서로 다른 부호 무게 순서의 설계에 대한 성능비교

MSNPR 부호와 일반적인 광 직교 부호의 모의 실험을 통한 비트 오류율은 그림 1과 같고 그림 1에서의 MSNPR 부호  $C(17 \times 31, \{4,5,6\}, 0, 1)$ 은 부호 무게 4, 5, 6에 대하여 각각 부호어 217, 124, 93개를 가지며 일반적인 광 직교 부호는 부호 무게 4, 5, 6에 대하여 각각 부호어 252, 141, 100개를 가진다. 그림 1에서 알 수 있듯이 MSNPR 부호와 일반적인 광 직교 부호는 비슷한 비트 오류율을 가지며 여기서 일반적인 광 직교 부호는 각 행에 1의 개수가 제한되지 않고 자기상관관계 값과 상호상관관계 값이 각각 0과 1인 2차원 광 직교 부호이다.

그림 2의 MSNPR 부호  $C(19 \times 23, \{4,5,6\}, 0, 1)$ 은 부호 무게 4, 5, 6 순서로 설계한 경우 부호어가 각각 184, 23, 23개이고 부호 무게 6, 5, 4 순서로 설계한 경우 부호어가 각각 92, 23, 92개로서  $W=(6,5,4)$ 인 경우가  $W=(4,5,6)$ 인 경우보다 총 부호어수는 적지만 가장 큰 부호 무게 6의 부호어수는 69개 더 많다. 따라서 동시 접속 사용자수가 150보다 적은 경우  $W=(6,5,4)$ 는  $W=(4,5,6)$ 보다 성능이 우수함을 보여 주고 동시 접속 사용자수가 많은 경우 반대로  $W=(4,5,6)$ 의 성능이 우수함을 보여준다. 여기서  $W=(6,5,4)$ 는 부호 무게 6, 5, 4 순서로 설계함을 나타내고  $W=(4,5,6)$ 은 부호 무게 4, 5, 6 순서로 설계함을 나타낸다.

## V. 결 론

본 논문에서 이상적인 상관관계 값들을 가지는 2차원 광 직교 부호인 MSNPR 부호를 설계하고 부호 크기에 대한 상한 값을 제시하였고 packing 방법으로 설계한 부호어 개수가 일반적인 MSNPR 부호 크기의 상한 값과 거의 근접함을 보여주었다. 따라서 packing 방법은 MSNPR 부호를 설계하는 좋은 방법이라고 볼 수 있고 모의 실험을 통하여 MSNPR 부호가 광학적 부호 분할 다중접속 시스템에서 좋은 부호임을 검증하였다.

## 참 고 문 헌

- [1] J. A. Salehi, "Code Division Multiple Access Techniques in Optical Fiber Network -Part I: Fundamental Principles," IEEE Trans. Commun., vol. 37, pp. 824-833, Aug. 1989.
- [2] J. A. Salehi and C. A. Brackett, "Code Division Multiple Access Techniques in Optical Fiber Networks-Part II: Systems Performance Analysis," IEEE Trans. Commun., vol. 37, pp. 834-842, Aug. 1989.
- [3] G. Yang and T. E. Fufa, "Optical Orthogonal Codes with Unequal Auto-and Cross-Correlation Constraints," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 41, pp. 96-106, Jan. 1995.
- [4] E. Park, A. Mendez, and E. Garmire, "Temporal/Spatial Optical CDMA Networks Design, Demonstration, and Comparison with Temporal Networks," IEEE Photon. Technol. Lett., vol. 4, pp. 1160-1162, Oct. 1992.
- [5] E. S. Shivaleela, Kumar N. Sivarajan, A. Selvarajan, "Design of A New Family of Two-Dimensional Codes for Fiber-Optic CDMA Networks," J. Lightwave Technol., vol. 16, pp. 501-508, Apr. 1998.
- [6] S. R. Sun, H. X. Yin, Z. Y. Wang, and A. S. Xu, "A New Family of 2-D Optical Orthogonal Codes and Analysis of Its Performance in Optical CDMA Access Networks," IEEE J. Lightw. Technol., vol. 24, no. 4, pp. 1646-1653, Apr. 2006.
- [7] J. Yin, "Some Combinatorial Constructions for Optical Orthogonal Codes," Discrete Mathematics, 185, pp. 201-219, 1998.
- [8] F. T. W. Chang and E. H. Sargent, "Optical CDMA Using 2-D Codes: The Optimal Single User Detector," IEEE Commun. Lett., vol. 5, pp. 169-171, Apr. 2001.

박 영 춘 (Yong-Chun Piao)

정회원



2001년 8월 중국 동북 사범대학  
교 수학과 학사

2004년 8월 한양대학교 전자통  
신컴퓨터공학과 석사

2004년 9월~현재 한양대학교 전  
자통신컴퓨터공학과 박사과정

<관심분야> 디지털통신, 오류정정부호

신 동 준 (Dong-Joon Shin)

중신회원



1990년 2월 서울대학교 전자공  
학과 공학학사

1991년12월 Northwestern Univ., 전  
기공학과 공학석사

1998년 12월 University of Southern  
California, 전기공학과 공학박사

1999년 1월~1999년 4월 Research  
Associate (USC)

1999년 4월~2000년 8월 Hughes Network Systems, MTS

2000년 9월~현재 한양대학교 전자통신컴퓨터공학부  
부교수

<관심분야> 디지털통신, 오류정정부호, 이산수학, 시퀀스