DBpia

등가의 Wiener-Hopf 방정식을 이용한 수정된 Gram-Schmidt 알고리즘

정회원 안 봉 만*, 황 지 원**, 조 주 필***°

Modified Gram-Schmidt Algorithm Using Equivalent Wiener-Hopf Equation

Bong-Man Ahn*, JeeWon Hwang**, Juphil Cho***° ***Regular Members***

요 약

본 논문에서는 Gram-Schmidt 알고리즘에서 TDL(Tapped Delay Line) 필터의 계수를 구하는 방법과 등가의 Wiener-Hopf 방식의 해를 구하는 방법 중 정규화 알고리즘 두 가지를 제안한다. 이론적 해석에서 기존의 NLMS(Normalized Least Mean Square) 알고리즘이 입력의 파워의 합으로 정규화하는 것에 비해 제안한 정규화 알고리즘들은 고유값들의 합으로 정규화한다. 컴퓨터 모의실험에서 두 개의 pole이 단위원 밖의 근접한 위치를 가지는 불안정한 환경에서 시스템 식별을 수행하였다. 결과적으로, 제안한 두 개의 알고리즘은 Gram-Schmidt 알고리즘에서 TDL 필터의 계수를 회귀적으로 구할 수 있었고 기존의 NLMS 알고리즘에 비하여 우수한 수렴 성능을 나타냄을 알 수 있었다.

Key Words : Wiener-Hopf, LMS, TDL, Gram-Schmidt, Regression coefficient, Weight vector extraction

ABSTRACT

This paper proposes the scheme which obtain the coefficients of TDL filter and two normalization algorithms among methods which get solution of equivalent Wiener-Hopf Equation in Gram-Schmidt algorithm. Compared to the conventional NLMS algorithm, normalizes with sum of power of inputs, the presented algorithms normalize using sums of eigenvalues. Using computer simulation, we perform an system identification in an unstable environment where two poles are located in near position outside unit circle. Consequently, the proposed algorithms get the coefficients of TDL filter in Gram-Schmidt algorithm recursively and show better convergence performance than conventional NLMS algorithm.

Ⅰ. 서 론

Gram-Schmidt (이하 GS) 직교화 과정은 선형 공간에서 직교화된 기저 형태를 생성하는데 주로 이용된다. 이 과정은 전통적인 수학적 방법으로 선형 독립적인 벡터 집합으로부터 상호 직교하는 벡터를 구하는 방법으로 잘 알려져 있다. 최소자승 문제의 해를 구하는 GS 직교화 과정의 응용은 참고문헌[1]에 제안되어 있다. 참고문헌[1]에서 전통적인 GS 직교화 알고리즘은 수정된 GS알고리즘보다 수치적 안정도가 낮다고 되어 있다. 그러한 이유로 수정된 GS알고리즘이 실제적으로 널리 사

※ 본 연구는 한국과학재단 특정기초연구(No. R01-2006-000-11183-0(2008)) 지원으로 수행되었음.
* 전북대학교 Next 사업단, ** 전북대학교 응용시스템공학부, *** 군산대학교 전자정보공학부(stefano@kunsan.ac.kr)(° : 교신저자)
논문번호 : KICS2008-01-020, 접수일자 : 2008년 1월 12일, 최종논문접수일자 : 2008년 6월 17일

www.dbpia.co.kr

용되고 있다. 수정된 GS직교화 알고리즘의 응용에서 최소자승 문제의 해결은 참고문헌[2][3][6]에서 볼 수 있다. 참고문헌[2]에서 GS 직교화 알고리즘을 이용한 최소자승 문제의 해결에 대한 연구는 진행되었지만 GS 직교화 알고리즘으로부터 TDL 필터의 계수를 구하는 방법에 대한 언급은 없다. 또한 QR 분해 이용하여 수정된 GS 알고리즘으로부터 차수순환(order update) 방법으로 계수를 구하는 방법이 참고문헌[4]에 존재한다. 이밖에 GS 직교화 알고리즘은 다양한 분야에서 적용되고 있다[8][9][10]. 본 논문은 참고문헌[4]와 다른 방법으로 시간순환 GS (time recursive Gram Schmidt)알고리즘의 계수 벡터를 구한다. 그 과정은 입력 신호 벡터를 시간순환 GS 직교화 과정을 통하여 얻은 직교 입력 벡터를 이용하여 구한 오차공간과 입력 신호 벡터를 이용한 오차공간이 같다는 점[5][7]을 이용하여 새로운 비용함수를 정의하고 이것으로부터 등가의 Wiener-Hopf 방정식을 구하였다. 이것에 대한 기본적인 이론과 등가의 Wiener-Hopf 방정식을 이용한 평균제곱오차방법은 참고문헌[11]에서 고찰하고 있다. 본 논문은 등가의 Wiener-Hopf 방정식 해를 정규화 최소평균자승(NLMS) 알고리즘 형태로 구하는 2가지의 알고리즘을 제안한다. 정규화 방법은 기본적인 과정은 Goodin과 Sin[5]의 방법과 같다. 본 논문에서도 기존 정규화 최소평균자승 알고리즘 유도에서 사용된 제약이 있는(constrained) 최적화 문제를 해결하기 위하여 Lagrange 곱셈기(multiplier) 방법을 사용하였다. 기존 정규화 알고리즘 유도에 사용된 비용함수는 순시 계수벡터의 차이를 Euclidean norm의 제곱을 취한 형태이지만 본 논문에서는 새로운 비용함수를 정의하여 알고리즘을 유도하였다. 이 두 가지 알고리즘을 이용하면 시간순환 Gram-Schmidt 알고리즘을 이용한 응용에서 직접적으로 TDL 필터의 계수와 오차를 동시에 순환적으로 구할 수 있어 편리하다.

본 논문에서 제안한 알고리즘은 다음과 같은 측면에서 공헌도가 있다. 첫 번째로 계산량 $O(M)$ (M: 필터 차수)으로 적다는 것이다. 참고문헌[4]의 방법은 $O(M^2)$의 계산량이 필요로 한다. 두 번째로 유도된 결과식들이 기존 정규화 평균자승 알고리즘과 비슷하기 때문에 프로그램하기 쉽다. 세 번째로 순환최소자승(RLS) 알고리즘으로 쉽게 유도할 수 있는 구조를 가지고 있다.

제안한 논문의 구성은 Ⅱ장에서 시간순환 Gram-Schmidt 알고리즘에서 계수 추출하는 적응 알고리즘을 다루었으며 제 Ⅲ장에서 컴퓨터 시뮬레이션을 다루었고 마지막으로 결론을 나타내었다.

Ⅱ. 수정된 Gram-Schmidt 알고리즘에서 계수 추출하는 적응 알고리즘

본 논문에서 제안한 알고리즘의 구조는 다음과 같다.

본 장에서는 $\boldsymbol{b}(n)$을 사용하는 경우 regression 계수 $\boldsymbol{k}(n)$대신 $\boldsymbol{w}(n)$을 구하는 정규화 최소평균자승 알고리즘을 제안한다. 이때 시간순환 Gram-Schmidt 알고리즘은 Q^H의 역할을 한다. 그림 1에서 입력신호 벡터 $\boldsymbol{x}(n)$, 최적계수벡터 $\boldsymbol{w}_{opt}$, 직교벡터 $\boldsymbol{b}(n)$ 및 $\boldsymbol{k}$는 $M\times 1$인 벡터이고 Q^H는 $M\times M$인 직교 변환 행렬이다. 그리고 $d(n)$는 원하는 응답, $\hat{d}(n)$는 예측된 원하는 응답 그리고 $v(n)$은 측정 잡음이다. 그리고 $v(n)$은 입력신호 벡터 $\boldsymbol{x}(n)$와 독립적이다. 직교 변환 행렬 Q^H은 선형 독립인 입력신호벡터 $\boldsymbol{x}(n)$으로부터 상호 직교하는 벡터 $\boldsymbol{b}(n)$를 얻는 과정을 나타낸다. 또한 벡터 $\boldsymbol{b}(n)$와 계수벡터 $\boldsymbol{k}$ 선형 결합하여 예측된 원하는 응답 $\hat{d}(n)$를 생성한다. 비용함수는 다음과 같이 정의한다.

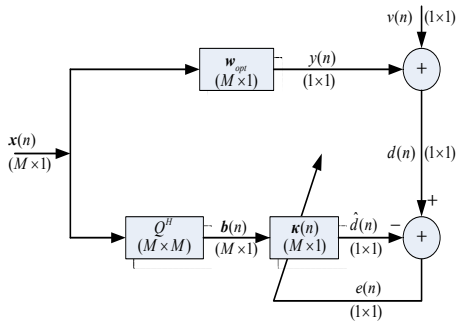


그림 1. 제안한 알고리즘 구조
Fig. 1. Structure of proposed algorithm.

$$\begin{aligned} J(n) &= E[(d(n)-\boldsymbol{k}^H\boldsymbol{b}(n))(d^*(n)-\boldsymbol{b}^H(n)\boldsymbol{k})] \\ &= E[(d(n)-\boldsymbol{w}_{opt}^H\boldsymbol{x}(n))(d^*(n)-\boldsymbol{b}^H(n)\boldsymbol{k})] \end{aligned} \quad (1)$$

여기서

$$\boldsymbol{b}(n) = Q^H\boldsymbol{x}(n) \quad (2)$$

$$\boldsymbol{w}_{opt} = Q\,\boldsymbol{k} \quad (3)$$

또한 (H)는 Hermitian transpose를 나타낸다.

www.dbpia.co.kr

$$\frac{\partial J(n)}{\partial \boldsymbol{k}} = 2E[(d(n) - \boldsymbol{w}_{opt}^{H} Q^{-H} Q^{H} \boldsymbol{x}(n))(-\boldsymbol{b}^{H}(n))] \tag{4}$$

그리고 $\boldsymbol{w}_{opt}$는 식(4)에서 구해진다.

$$R_{bx} \boldsymbol{w}_{opt} = \boldsymbol{p}_{bd} \tag{5}$$

여기서

$$R_{bx} = E[\boldsymbol{b}(n) \boldsymbol{x}^{H}(n)] \tag{6}$$

$$\boldsymbol{p}_{bd} = E[\boldsymbol{b}(n) d^{*}(n)] \tag{7}$$

식(5)를 등가의 Wiener-Hopf 방정식이라 하겠다. 식(5)은 식(1)에서 비용함수를 $\boldsymbol{k}$으로 편미분하여 얻은 결과이다. 이것은 식(1)의 물리적 의미를 유지하면서 $\boldsymbol{w}_{opt}$를 얻을 수 있다는 것을 의미한다. 그러므로 식(5)을 이용하면 입력벡터 $\boldsymbol{x}(n)$에 대하여 서로 직교 변환된 입력 $\boldsymbol{b}(n)$을 사용하는 필터에서 다른 어떠한 변환을 사용하지 않고 TDL 필터의 계수 $\boldsymbol{w}_{opt}$를 구할 수 있음을 나타낸다. 식(5)는 R_{bx}는 상 삼각(upper triangular) 행렬 형태를 취하지만 $\boldsymbol{w}_{opt}$의 순시예측을 가능하게 해준다. 평균제곱오차 적용한 알고리즘은 기존의 최소평균자승(LMS) 알고리즘과 비슷한 형태의 식(8)과 식(9)와 같다[11].

$$e(n) = d(n) - \boldsymbol{w}^{H}(n) \boldsymbol{x}(n) \tag{8}$$

$$\boldsymbol{w}(n+1) = \boldsymbol{w}(n) + 2\mu \boldsymbol{b}(n) e(n), \tag{9}$$

여기서 $\boldsymbol{w}(n)$은 $\boldsymbol{w}_{opt}$의 순시 예측값이고 또한 TDL 계수벡터이다. μ는 step-size이다. 식(9)의 정규화 버전을 고려하여 보자. 유도 방법은 1984년 Goodwin과 Sin이 제안한 방법을 적용하였다. 식(1)에서 처럼 정규화 최소평균자승 알고리즘의 비용함수는 벡터 $\boldsymbol{k}$와 벡터 $\boldsymbol{w}$가 포함된 형태를 가지게 되어 기존의 입력 $\boldsymbol{x}$만 가지는 경우와 다른 형태를 취한다. 먼저 다음의 식들을 정의하자.

$$\delta_1 \boldsymbol{k}(n+1) = \boldsymbol{k}(n+1) - \boldsymbol{k}(n) \tag{10}$$

$$\delta_2 \boldsymbol{w}(n+1) = \boldsymbol{w}(n+1) - \boldsymbol{w}(n) \tag{11}$$

$$\boldsymbol{k}^{H}(n+1) \boldsymbol{b}(n) = \boldsymbol{w}^{H}(n+1) \boldsymbol{x}(n) = d(n) \tag{12}$$

여기서 $\boldsymbol{k}(n)$은 직교입력을 이용하는 경우의 regression 계수벡터이다.

일반적으로 위의 제약(constrain)이 있는 경우 최적의 해를 구하기 위하여 Largrange 곱셈기(multiplier)를 주로 이용한다[5]. 비용함수는 다음과 같다. ρ는 복소수 Largrange 곱셈기(multiplier)이다.

$$\begin{aligned} J(n) &= |\delta_1 \boldsymbol{k}(n+1) \delta_2 \boldsymbol{w}(n+1)| \\ &\quad + Re[\rho^{*}(d(n) - \boldsymbol{k}^{H}(n+1) \boldsymbol{b}(n)] \end{aligned} \tag{13}$$

식(13)에 식(10)과 식(11)을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} J(n) &= [\boldsymbol{k}(n+1) - \boldsymbol{k}(n)]^{H} [\boldsymbol{w}(n+1) - \boldsymbol{w}(n)] \\ &\quad + Re[\rho^{*}(d(n) - \boldsymbol{k}^{H}(n+1) \boldsymbol{b}(n)] \end{aligned} \tag{14}$$

식(14)의 비용함수를 $\boldsymbol{k}(n+1)$에 대하여 편미분한 후 그 결과를 0으로 놓자.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(n)}{\partial \boldsymbol{k}^{*}(n+1)} &= \boldsymbol{w}(n+1) - \boldsymbol{w}(n) - \rho^{*} \boldsymbol{b}(n) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{15}$$

위의 식을 정리하면 다음과 같이 얻어진다.

$$\boldsymbol{w}(n+1) = \boldsymbol{w}(n) + \rho^{*} \boldsymbol{b}(n) \tag{16}$$

복소수 Largrange 곱셈기(multiplier) ρ를 구하기 위하여 다음을 고려하자.

$$\begin{aligned} d(n) &= \boldsymbol{w}^{H}(n+1) \boldsymbol{x}(n) \\ &= \boldsymbol{w}^{H}(n) \boldsymbol{x}(n) + \rho\, \boldsymbol{b}^{H}(n) \boldsymbol{x}(n) \end{aligned} \tag{17}$$

식(17)에서 ρ를 구하면 다음과 같다.

$$\rho = e(n) / \boldsymbol{b}^{H}(n) \boldsymbol{x}(n) \tag{18}$$

여기서

$$e(n) = d(n) - \boldsymbol{w}^{H}(n) \boldsymbol{x}(n) \tag{19}$$

식(18)을 식 (16)에 대입한 후 정리하면 다음과 같이 얻어진다.

$$\boldsymbol{w}(n+1) = \boldsymbol{w}(n) + \frac{\boldsymbol{b}(n) e^{*}(n)}{[\boldsymbol{b}^{H}(n) \boldsymbol{x}(n)]^{*}} \tag{20}$$

등가적으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

www.dbpia.co.kr

$$\boldsymbol{w}(n+1)=\boldsymbol{w}(n)+\alpha_1\frac{\boldsymbol{b}(n)e^*(n)}{[\boldsymbol{b}^H(n)\boldsymbol{x}(n)]^*} \quad (21)$$

그러므로 식(19)와 식(21)을 이용하면 정규화 알고리즘을 얻을 수 있다. α_1은 적응 상수이다.

다른 하나의 정규화 알고리즘은 식(2.6)의 R_{bx}의 관계를 가지고 정의 할 수 있다. 즉, 다음과 같이 됨을 쉽게 알 수 있다.

$$\boldsymbol{b}^H(n)\boldsymbol{x}(n)=tr[R_{bx}(n)] \quad (22)$$

여기서 $R_{bx}(n)$은 R_{bx}의 순시 예측값이다.

또한 R_{bx}가 상각행렬 형태를 취하기 때문에 주대각 요소들은 고유값을 나타낸다. 그러므로 식(22)는 순시 고유값들의 합 임을 알 수 있다. 또한 고유값은 $R_{bb}=E[\boldsymbol{b}(n)\boldsymbol{b}^H(n)]$으로도 쉽게 구할 수 있다. 그러므로 다음과 같이 된다.

$$\boldsymbol{b}^H(n)\boldsymbol{b}(n)=\beta\, tr[R_{bx}(n)] \quad (23)$$

여기서 β는 적당한 상수이다.

식(23)을 이용하여 식(21) 계수벡터 순환식을 적절하게 고쳐 쓰면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\boldsymbol{w}(n+1)=\boldsymbol{w}(n)+\frac{\alpha_2}{\|\boldsymbol{b}(n)\|^2}\boldsymbol{b}(n)e^*(n) \quad (24)$$

그러므로 식(19)의 오차와 식(24)를 이용하면 다른 형태의 정규화 알고리즘을 얻을 수 있다. α_2는 α_1과 다른 적응상수이다. 이상의 결과를 종합적으로 나타내면 다음의 표1과 같다.

표 1의 알고리즘에서 식(T1.1)~식(T1.6)은 입력신호 벡터 $\boldsymbol{x}(n)$($q_i^{(1)}=x_i(n)$($i=1,2,\cdots,M$))을 직교입력벡터 $\boldsymbol{b}(n)$을 얻는 과정이다. 식(T1.1)~식(T1.6)을 제외한 계산량은 식(T1.7)은 곱셈 M번 식(T1.8)은 곱셉 2M번 나눗셈 M번 식(T1.10)에서는 $\|\boldsymbol{b}(n)\|^2$이 식(T1.2)에서 계산이 되기 때문에 곱셈 M번 나눗셈 M번이 필요하다. 제안한 정규화 최소평균제곱 알고리즘 1을 사용하는 경우 계산량은 곱셈이 3M번, 나눗셈은 M번 필요하고 정규화 최소평균자승 알고리즘 2를 사용하는 경우 곱셉 2M번, 나눗셈 M번이 필요하다. 제안한 정규화 최소평균자승 알고리즘 2는 정규화 최소평균자승 알고리즘 1보다 M번의 곱셈을 절약할 수 있다.

표 1. Modified Gram-Schmidt Algorithm으로부터 TDL 계수 추출하는 정규화 최소평균자승 방법.
Table 1. Normalized LMS method for TDL weight vector extraction in modified Gram-Schmidt algorithm.

Initialization before algorithm starts($n=0$)
$\delta(0)=\delta, i=1,2,\cdots,M$ (δ is a small positive number)
$\triangle^{(1)}=\delta_1$ (δ_1 is a small positive number)
$\tilde{r}_{ij}(0)=0$, for $i=1,2,\cdots,M$, $j=i+1,\cdots,M$
for $n=1,2,3,\cdots$
Initialization for every n
$e^{(1)}(n,n)=d(n)$, $\hat{\alpha}_0(n)=1.$, and
$q_i^{(1)}=x_i(n)$($i=1,2,\cdots,M$)
for $i=1,2,\cdots,M$
$q_i(n,n)\equiv q_i^{(i)}(n,n)$ (T1.1)
$\delta_i(n)=\lambda\delta_i(n-1)+\hat{\alpha}_{i-1}|q_i(n,n)|^2$ (T1.2)
$\hat{\alpha}_i(n)=\frac{1+\hat{\alpha}_{i-1}(n)|q_i(n,n)|^2}{\lambda\delta_i(n-1)}\hat{\alpha}_{i-1}(n)$ (T1.3)
for $j=i+1,\cdots,M$
$k_{ij}(n)=\lambda k_{ij}(n-1)+q_i^*(n,n)q_j^{(i)}(n,n)\hat{\alpha}_{i-1}(n)$ (T1.4)
$\tilde{r}_{ij}(n)=k_{ij}(n)/\delta_i(n)$ (T1.5)
$q_j^{(i+1)}(n)=q_j^{(i)}(n,n)-\tilde{r}_{ij}(n)q_i(n)$ (T1.6)
end j
end i
$\boldsymbol{b}(n)=[q_1(n,n),q_2(n,n),q_3(n,n),\cdots,q_M(n,n)]$
%error calculated
$e(n)=d(n)-\boldsymbol{w}^H(n)\boldsymbol{x}(n)$ (T1.7)
%LMS Algorithm
$\boldsymbol{w}(n+1)=\boldsymbol{w}(n)+2\mu\boldsymbol{b}(n)e(n)$ (T1.8)
%NLMS Algorithm Version 1
$\boldsymbol{w}(n+1)=\boldsymbol{w}(n)+\alpha_1\frac{\boldsymbol{b}(n)e^*(n)}{[\boldsymbol{b}^H(n)\boldsymbol{x}(n)]^*}$ (T1.9)
%NLMS Algorithm Version 2
$\boldsymbol{w}(n+1)=\boldsymbol{w}(n)+\alpha_2\frac{\boldsymbol{b}(n)e^*(n)}{\|\boldsymbol{b}(n)\|^2}$ (T1.10)
end n

Ⅲ. 컴퓨터 시뮬레이션

다음은 그림들은 AR(autoregressive) 모델을 대상으로 모의 실험한 내용이다. 백색잡음 $u(n)$을 다음과 같은 시스템에 통과시켜 유색잡음 $x(n)$을 얻었다.

$$x(n)=u(n)+0.95x(n-1) \quad (25)$$

$x(n)$을 다음의 시스템을 통과 시켜 $y(n)$을 얻었다.

www.dbpia.co.kr

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1-0.165z^{-1}+0.693z^{-2}-0.22z^{-3}+0.309z^{-4}-0.677z^{-5}} \quad (26)$$

이 상황은 positive feedback이 되어서 시스템이 발산하는 것을 가정한 것이다. 이와 같은 모델은 음향보조기구, 능동잡음(active noise)제거기, 무선 중계기의 feedback 경로 제거기등에서 논의되고 있다[12,13,14]. 그림 2에 식(26)의 pole-zero plot이다.

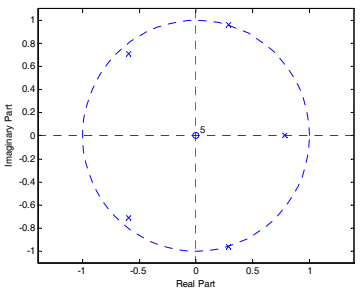


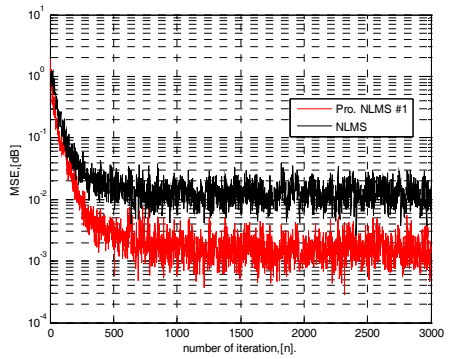
그림 2. 식(26)의 pole-zero plots.
Fig. 2. Pole-zeros plots of eq.(26)

식(26)의 불안한 시스템을 제안한 정규화 알고리즘과 기존의 정규화 최소평균자승(NLMS, 기존 정규화)알고리즘을 이용하여 시스템 식별을 수행하였다. 본 실험에서 나타낸 결과들은 3000개의 데이터 이용하여 100번의 독립된 수행한 결과를 앙상블 평균하여 나타내었다. 또한 AR 모델에서 지연된 출력의 처리는 식오차(equation error) 방법으로 하였다. 시간순환 Gram-Schmidt의 입력 벡터와 최적벡터는 다음과 같다.

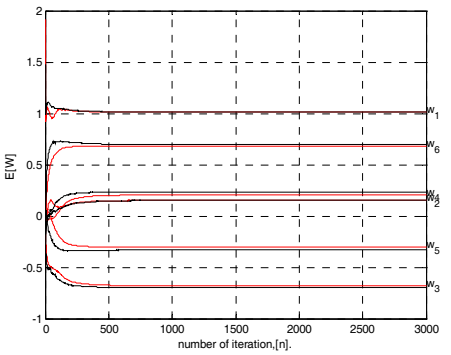
$$\boldsymbol{q}^{(1)H}(n) = [x(n), y(n-1), y(n-2), y(n-3), y(n-4), y(n-5)] \quad (27)$$

$$\boldsymbol{w}_o^H(n) = [1.0, 0.165, -0.693, 0.22, -0.309, 0.677] \quad (28)$$

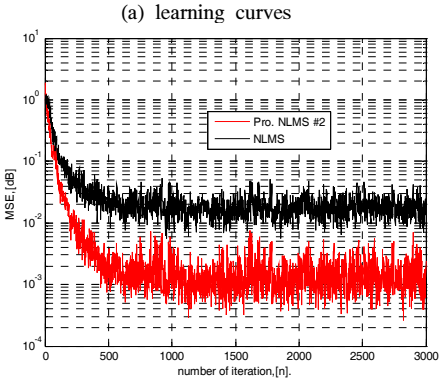
그림 3은 S/N=-70dB인 경우 제안한 정규화 알고리즘 1과 기존 정규화 알고리즘의 학습곡선을 나탄 것이다. 이때 제안한 알고리즘의 적응상수 , 기존 정규화 알고리즘의 적응상수는 모두 $\alpha = 1.9$를 사용하였으며 시간순환 Gram-Schmidt



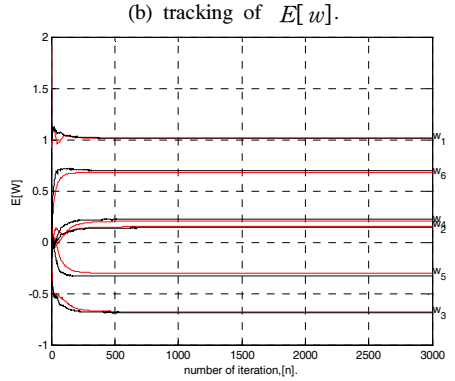
(a) learning curves



(b) tracking of $E[w]$.



(c) learning curves.



(d) tracking of $E[w]$.

그림 3. S/N=-70dB인 경우 알고리즘 비교(빨강색:제안한 방법, 검정색:기존방법)
Fig. 3. Comparison of various algorithms with S/N=-70dB(red line: proposed NLMS algorithm, black line: NLMS algorithm).

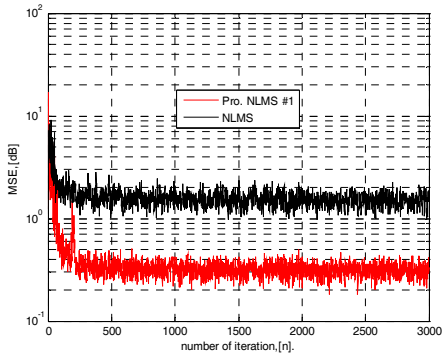
www.dbpia.co.kr

단의 가중치는 $\lambda = 0.95$를 이용하였다. 그림 3 (a)와 (b)는 제안한 정규화 알고리즘 버전 1과 기존의 정규화 최소평균자승 알고리즘을 대상으로 모의 실험한 결과이다. (a)는 학습곡선을 (b)는 계수의 궤적을 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이 최소자승오차(minimum square error)가 -70dB에 두 알고리즘 모두 도달하지 못함을 알 수 있다. 수렴한 경우 최소자승오차는 제안한 알고리즘 버전1이 약 -30dB 정도에 수렴하고 기존 정규화 최소평균자승 알고리즘은 약 -20dB 정도에 수렴함을 알 수 있다. 그림 (c)와 (d)는 제안한 정규화 알고리즘 버전 2과 기존의 정규화 알고리즘을 대상으로 모의 실험한 결과이다. 이 경우에도 최소자승오차가 목표값이 -70dB에 도달하지 못하고 있음을 알 수 있다. 제안한 정규화 알고리즘 버전 2는 약 -30dB에 수렴하고 기존 정규화 알고리즘은 약 -20dB 정도에 수렴함을 알 수 있다.

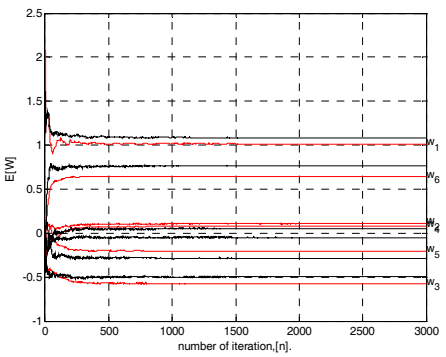
그림 4는 S/N=-10dB인 경우 제안한 두 개의 정규화 알고리즘과 기존의 정규화 알고리즘의 수렴을 비교한 그림이다. 그림 4의 (a)와 (b)는 제안한 정규화 알고리즘 버전 1과 기존의 정규화 알고리즘을 비교하였다. (a)는 학습곡선을 (b)에는 계수벡터의 궤적을 각각 나타내었다.

그림 4의 (c)와 (d)는 제안한 정규화 알고리즘 버전 2와 기존의 정규화 알고리즘의 수렴을 비교한 그림이다. (c)에서 제안한 알고리즘은 -8dB 정도에 수렴하는 반면에 기존 정규화 알고리즘은 약 0.5dB 정도에 수렴함을 알 수 있다.

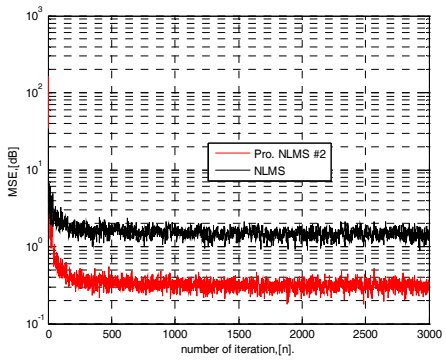
결론적으로 식(26)와 같은 시스템에서 정규화 최소평균자승 알고리즘을 이용해서는 우수한 성능을 나타내기 어렵다는 것과 제안한 두 개의 정규화 알고리즘은 역시 우수한 성능을 나타내기는 어렵지만 임의 성능을 나타내는 데에는 기존의 정규화 알고리즘 보다는 우수한 결과를 나타냄을 알 수 있다.



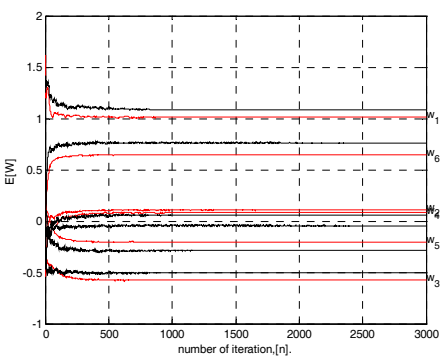
(a) learning curves.



(b) tracking of $E[w]$.



(c) learning curves.



(d) tracking of $E[w]$.

그림 4. S/N=-10dB인 경우 알고리즘 비교(빨강색:제안한 방법, 검정색:기존방법)
Fig. 4. Comparison of various algorithms with S/N=-10dB(red line: proposed, black line: NLMS)

www.dbpia.co.kr

Ⅳ. 결 론

Gram-Schmidt 계열 알고리즘에서 TDL 필터의 계수를 구할 수 있는 정규화 알고리즘 두 가지를 제안하였다. 이 방법은 계산량이 $O(M)$이다. 제안한 알고리즘은 참고문헌[11]에서 제안한 등가의 Wiener-Hopf 방정식에 그 기반을 두고 있으며 정규화 알고리즘 유도에 사용된 비용함수는 기존의 정규화 최소평균자승 알고리즘 유도에서 사용된 비용함수와 다른 형태를 취하고 있으나 Goodin과 Sin의 방법을 적용하여 유도할 수 있었다. 유도된 정규화 알고리즘들은 이론적 해석에서 기존 정규화 최소평균자승 알고리즘이 입력의 파워의 합으로 정규화 시키는 것과는 달리 고유값들의 합으로 정규화 시키는 것으로 나타났다. 컴퓨터 모의실험을 통해 제안한 두 개의 알고리즘은 Gram-Schmidt 계열 알고리즘에 접목하여 TDL 필터의 계수를 순환적으로 구할 수 있었고 기존의 정규화 최소평균자승 알고리즘에 비하여 우수한 수렴 성능을 나타냄을 알 수 있었다. 향후 제안한 알고리즘의 수렴특성 해석 및 수치적 안정도에 대한 분석이 필요하다.

참 고 문 헌

〔1〕 J. R. Rice, "Experiments on Gram-Schmidt orthogonalization," *Math. Comp.*, Vol.20, pp.325-328.

〔2〕 L. Fuyun, D. Manolakis, J. G. Proakis, "A recursive modified Gram-Schmidt algorithm for least- squares estimation." *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Vol.34, Issue 4, pp.829-836, Aug. 1986.

〔3〕 D. Manolakis, L. Fuyun, J. G. Proakis, "Efficient time-recursive least-squares algorithms for finite-memory adaptive filtering." *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, Vol.34, Issue 4, pp.400-408, Apr., 1987.

〔4〕 H. Sakai, "Recursive least-squares algorithms of modified Gram-Schmidt type for parallel weight extraction," *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol.42, No.2, Feb., 1994.

〔5〕 S. Haykin, *Adaptive filter Theory-fourth edition*, Prentice-Hall, Inc. 2002, chapter 6.

〔6〕 J. G. Proakis, C. M. Rader, and C. L. Nikias, *Advanced Digital Signal Processing*. Macmillan Publishing Company, 1992., chap. 7.

〔7〕 S. Haykin, *Adaptive filter Theory-third edition*, Prentice-Hall, Inc. 1991, chpter 6.

〔8〕 X. Huang, M. Caron, D. Hindson, "A recursive Gram-Schmidt orthonormalization procedure and its application to communications," *Wireless Communications, 2001. (SPAWC '01). 2001 IEEE Third Workshop on Signal Processing Advances in 20-23*, pp.340 - 343, March 2001.

〔9〕 Y. Gong, T. J. Lim, B. Farhang-Boroujeny, "Adaptive least mean square CDMA detection with Gram-Schmidt pre-processing," *Communications, IEE Proceedings*, Vol.148, Issue 4, pp.249 - 254, Aug. 2001.

〔10〕 C. K. Singh, S. H. Prasad; P. T. Balsara," *VLSI Architecture for Matrix Inversion using Modified Gram-Schmidt based QR Decomposition," VLSI Design, 2007. Held jointly with 6th International Conference on Embedded Systems., 20th International Conference on*, pp.836 - 841, Jan. 2007.

〔11〕 안봉만 , 황지원 , 조주필, "등가의 Wiener-Hopf 방정식을 이용한 LMS 알고리즘에 관한 연구," 한국통신학회 제 33권, vol.5, 2008

〔12〕 김규남, 이원로, 오성세, 김영수, 안인우, 및 하헌범, "CDMA무선중계기 잡음제거 탐색기 개발-정보통신 산업기술개발사업 최종연구개발결과보고서", 2003.

〔13〕 S. M. Kuo and D. R. Morgan, "Active Noise Control: A Tutorial Review," *Proceedings of the IEEE*, Vol.87, NO.6, pp.943~973, June 1999.

〔14〕 J. M. Kates,"Feedback Cancellation in Hearing Aids: Results from a Computer Simulation," *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol.39, No.3, pp.553~562, March 1991.

안 봉 만 (Bong-Man Ahn) 정회원
한국통신학회논문지 '07-9 Vol.32, No.8 참조

황 지 원 (JeeWon Hwang) 정회원
한국통신학회논문지 '07-9 Vol.32, No.8 참조

조 주 필 (Juphil Cho) 정회원
한국통신학회논문지 '07-9 Vol.32, No.8 참조

www.dbpia.co.kr