

# 가상 부반송파가 존재하는 OFDM 시스템에서 DFT 기반 채널 추정 기법의 성능 분석

정희원 꺾 경 철\*, 종신회원 흥 대 식\*

## Analysis of DFT-based Channel Estimation in OFDM System with Virtual Subcarriers

Kyungchul Kwak\* *Regular Member*, Daesik Hong\* *Lifelong Member*

### 요 약

가상 부반송파가 존재하는 orthogonal frequency division multiplex (OFDM) 시스템에서 discrete Fourier transform (DFT) 기반 채널 추정은 가상 부반송파 내 부반송파에는 파일럿 부반송파를 배치할 수 없기 때문에 DFT-inverse DFT (IDFT) 과정에서 채널 누수가 발생해서 원하는 채널 추정 성능을 얻을 수 없다. 본 논문에서는 가상부반송파가 존재할 때 DFT 기반 채널 추정기법의 성능 분석을 통해 성능 열화 정도를 분석한다. 가상 부반송파의 수, 파일럿 부반송파의 간격, 가상 부반송파 내부의 배치 불가능한 파일럿 부반송파의 수에 따라 정의된 채널 누수를 이용하여 분석한다.

**Key Words** : OFDM, Channel estimation, Virtual subcarrier

### ABSTRACT

In this paper, the effect of unobtainable channel frequency response (CFR) inside virtual subcarriers on DFT-based channel estimation is derived and introduced numerically because the CFRs cause the leakage to the estimated channel and degrade the estimation performance. In addition, the performance of DFT-based channel estimation is analyzed with respect to the number of virtual subcarriers, pilot spacing and the number of unobtainable CFRs at equi-distance subcarriers inside virtual subcarriers.

### I. 서 론

효과적으로 무선 채널을 추정하기 위해서는 파일럿 부반송파의 사용이 필요하다. 또한 주어진 환경에 따라 사용되는 파일럿 부반송파의 패턴이 결정된다. 그 중 한 OFDM 심볼 안에 데이터와 파일럿 부반송파가 같이 포함되어 있는 빗 형태 (comb type)는 채널 추정 성능이 시변 환경에 강인하며 multi input multi output (MIMO)에 적용이

용이한 장점이 있다<sup>[1]</sup>.

빗 형태의 경우 파일럿 부반송파 간격은 페이딩 채널의 주파수 선택성과 보간 방법에 의해서 결정된다<sup>[1][4]</sup>. 파일럿 부반송파가 일정 거리를 가지고 떨어져 있으므로 파일럿 부반송파 간 채널을 추정하기 위해서 보간 기법이 필요하다. 그리고 보간 기법들 사이의 차이는 성능과 복잡도 측면에서 설명이 가능하다. 여러 가지 보간 기법이 있지만 그 중 discrete Fourier transform (DFT) 기반의 채널

※ 본 연구는 한국과학재단이 주관하는 국가지정연구실사업 (NRL:ROA-2007-000-20043-0)의 지원을 받아 연구되었음.

\* 연세대학교 전기전자공학과 정보통신 연구실(chulli@yonsei.ac.kr), (daesikh@yonsei.ac.kr)

논문번호 : KICS2007-09-401, 접수일자 : 2007년 9월 10일, 최종논문접수일자 : 2008년 9월 11일

추정 방법이 정확도와 데이터 효율성 측면에서 좋은 보간 기법이다. 그리고 파일럿 간 간격이 전체 주파수 대역에서 동일해야 하며 파일럿 부반송파의 수가 채널의 최대 delay spread보다 많아야 한다는 점은 DFT기반 채널 추정 기법의 성능을 보장하기 위한 조건이 된다<sup>[2][4]</sup>.

IEEE 802.16<sup>[5]</sup>와 같은 일반적인 OFDM시스템에서 시스템간의 간섭을 막고 필터 구현을 용이하게 만들기 위해서 가상부반송파를 채용한다. 이때, 가상부반송파의 길이는 빗 형태 파일럿 부반송파 간격보다 매우 길다. 따라서 파일럿 부반송파간의 간격이 모두 동일해야 한다는 조건이 깨지게 되므로 심각한 성능 열화가 발생하게 된다<sup>[2][4]</sup>. 뿐만 아니라 DFT기반 채널 추정 방법의 성능은 가상 부반송파의 수와 파일럿 부반송파 간 간격에 의해 결정되므로 최적의 파일럿 부반송파의 위치 역시 하나의 연구 주제이다<sup>[6]</sup>.

DFT기반 채널 추정 방법의 성능이 파일럿 부반송파의 위치와 가상 부반송파의 길이에 따라 변하기 때문에 이를 일반적인 형태의 수식으로 분석하는 것은 매우 힘들다. 본고에서는 이를 분석하기 위해 우선 가상 부반송파 환경에서 DFT기반 채널 추정 기법의 성능 열화를 일으키는 채널 누수를 먼저 정의한다. 그리고 이를 바탕으로 가상부반송파의 수, 파일럿 부반송파 간 간격, 그리고 가상부반송파 내 파일럿 부반송파의 수에 따라 채널 누수에 의한 성능 열화를 보인다.

우선 II장에서는 OFDM 시스템 모델을 설명하고 III장에서는 채널 누수에 의한 DFT 기반 채널 추정의 성능을 수식적으로 분석한다. 그리고 IV장에서는 실험적으로 III장의 분석의 유효성과 채널 누수의 영향을 보이고 V장에서 논문의 결론을 맺는다.

## II. 시스템 모델

### 2.1 OFDM 신호 모델

고려하는 OFDM시스템의 전체 부반송파의 수를  $N$ 이라고 하자. 이 중  $N_c$ 개의 부반송파는 데이터와 파일럿을 위해서 실제로 정보가 실리고 나머지  $N_{vc} = N - N_c$ 개의 부반송파에는 시스템 간 간섭을 막기 위해서 신호를 전송하지 않는다.

심볼 간 간섭 (inter-symbol interference, ISI)을 막기 위해서 채널의 최대 지연보다 긴 채널의 순환 보호구간 (cyclic prefix, CP)이 전송단의 IDFT

이후에 더해진다. 그 결과 시간 영역에서의 OFDM 전송 심볼은 다음과 같이 표현된다.

$$s(l) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S(k) e^{j2\pi k \frac{l-G}{N}}, 0 \leq l \leq N+G-1, \quad (1)$$

여기서  $s(l)$ 은 전송되는 OFDM 심볼의  $l$ 번째 샘플이며  $S(k)$ 는  $k$ 번째 부반송파에 전송되는 데이터이다. 그리고  $G$ 는 순환 보호 구간의 길이이다.

동기에 의한 성능 열화가 없다고 가정할 때 수신단에서 CP가 제거된 시간영역 심볼은  $N$ -포인트 DFT를 통해서 주파수영역 심볼로 변환된다. 채널이 적어도 한 심볼 동안은 변화가 없다고 하면  $k$ 번째 부반송파에서 수신된 신호는 다음과 같다.

$$Y(k) = H(k)S(k) + W(k), \quad (2)$$

여기서  $H(k)$ 는  $k$ 번째 부반송파의 주파수 채널 응답이고  $W(k)$ 는 평균이 0이고 분산이  $\sigma_w^2$ 인 부가적인 백색잡음이다. 그리고  $H(k)$ 는 채널 임펄스 응답의 DFT 결과이므로 다음 식으로 표현된다.

$$H(k) = \sum_{l=0}^{L-1} h(l) e^{-j2\pi kl/N}, \quad (3)$$

여기서  $h(l)$ 은 채널 임펄스 응답의  $l$ 번째 샘플이고  $L$ 은 채널 최대 지연의 길이이다. 전체 부반송파에서 채널 주파수 응답의 벡터를  $\mathbf{H}$ 라고 하면 (2)는 다음과 같이 나타낸다.

$$\mathbf{Y} = \text{diag}\{\mathbf{S}\}\mathbf{H} + \mathbf{W} = \text{diag}\{\mathbf{S}\}\mathbf{F}_L \mathbf{h} + \mathbf{W}, \quad (4)$$

여기서  $\mathbf{Y}, \mathbf{S}, \mathbf{h}$  와  $\mathbf{W}$ 은 각각  $Y(k), S(k), h(l)$  와  $W(k)$ 의 벡터들이다. 또한  $\text{diag}\{\mathbf{S}\}$ 는  $(m, m)$ 원소가  $S(m)$ 인 대각 행렬이며  $\mathbf{F}_L$ 은 크기가  $N \times L$ 인 DFT 행렬이다.

### 2.2 빗 형태(Comb type) 파일럿 패턴

본 논문에서 고려하는 파일럿 부반송파들은 데이터 부반송파와 한 심볼 내에 다중화 되어있다. 이러한 파일럿 패턴은 매 심볼마다 파일럿 부반송파가 다중화 되기 때문에 시변에 강한 성능을 보인다. 이런 데이터와 다중화 된 파일럿 패턴의 가장 일반적인 것이 빗 형태 파일럿 패턴이며 이는 그림 1에 도시되었다. 파일럿 부반송파가 간격은  $\Delta_f$ 로 정해지며 DFT의 특성상  $i$  값은 2의 지수의 값을 갖는다. 따라서 가상 부반송파가 없는 경우에는 전체 파일럿 부반송파의 수는  $N/\Delta_f$ 가 된다. 그러나 그림 1에서 보는 바와 같이 일반적인 OFDM 시스템에서

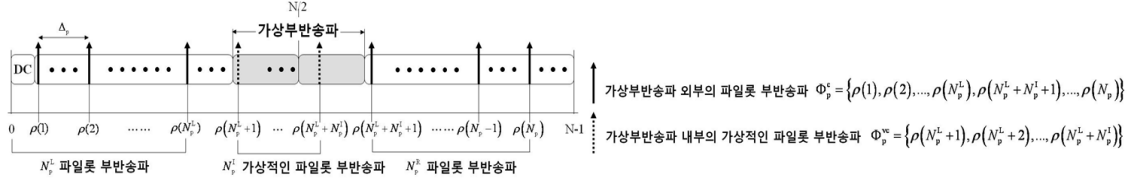


그림 1. 가상 부반송파 환경에서 빗 형태 파일롯 부반송파 배치

는  $N_{vc}$ 개의 가상 부반송파가 존재하기 때문에 몇몇 균일 간격 파일롯 부반송파들이 가상 부반송파 대역 내부에 존재해야만 한다. 이때, 가상 부반송파 대역 내 파일롯 부반송파의 수는  $N_p^L$ 라 하고 위치 집합은 그림 1에서 보는 바와 같이  $\Phi_p^{vc} = \{\rho(N_p^L + 1), \rho(N_p^L + 2), \dots, \rho(N_p^L + N_p^L)\}$ 이라 하자. 그리고 가상 부반송파 외부에 위치한 빗 형태 파일롯 부반송파의 위치 집합은  $\Phi_p^e = \{\rho(1), \rho(2), \dots, \rho(N_p^L), \rho(N_p^L + N_p^L + 1), \rho(N_p^L + N_p^L + 2), \dots, \rho(N_p)\}$ 로 표현한다. 여기서  $\rho(\cdot)$ 는 파일롯 부반송파의 위치를 나타내며  $N_p^L, N_p^L$ 은 각각 가상 부반송파 대역의 원편과 내부에 위치한 균일 간격 파일롯 부반송파의 수이다. 그리고  $N_p$ 는 가상 부반송파가 없는 경우 균일 간격 파일롯 부반송파의 수로  $N/\Delta_p$ 이다.

### 2.3 가상 부반송파가 없는 경우 DFT 기반 채널 추정 기법

일반적인 DFT 기반 채널 추정 기법의 과정은 그림 2로 나타낼 수 있다<sup>[2],[4]</sup>. 우선  $\Phi_p^e$  위치에서 채널 주파수 응답이 추정되며 채널의 통계적 특성을 이용하지 않고 추정하기 위해서 LS (least square) 방법을 이용하면 파일롯 부반송파에서 추정된 주파수 채널 응답,  $\overline{H}(\rho(p))$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \overline{H}(\rho(p)) &= Y(\rho(p))S(\rho(p))^* \\ &= H(\rho(p)) + W(\rho(p)), \quad p = 1, 2, \dots, N_p \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 \*는 공액 복소수를 나타내며  $S(\rho(p))$ 는 파워가 1이라고 가정하면 (2)의  $W(\rho(p))$  분포는

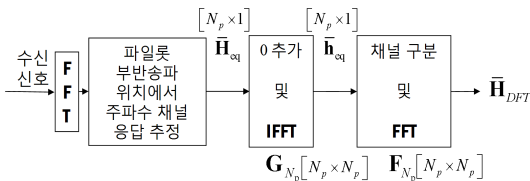


그림 2. 일반적인 DFT 기반 채널 추정의 블록도

$S(\rho(p))^*$ 와의 곱을 통해서 변하지 않는다. 따라서 (5)의 잡음 역시  $W(\rho(p))$ 라고 할 수 있다.

가상 부반송파가 없는 경우 균일 간격 파일롯 위치에서 LS 추정된 채널 주파수 응답을 벡터 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\overline{\mathbf{H}}_{eq} = \mathbf{H}_{eq} + \mathbf{W}_{eq}, \quad (6)$$

여기서  $\mathbf{H}_{eq} = H(\rho(1) : \Delta_p : \rho(N_p))$ ,  $\mathbf{W}_{eq} = W(0 : \Delta_p : N_p)$ 이고  $v(i_s : \Delta : i_r)$ 는  $v$ 의  $i_s$ 번째 원소부터  $\Delta$  간격으로  $i_r$ 번째 원소까지의 원소를 모은 벡터이다.

채널 추정을 위해  $N_p$  포인트 IDFT를 수행하면 채널의 임펄스 응답을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\overline{\mathbf{h}}_{eq} = \mathbf{G}_{N_p} \overline{\mathbf{H}}_{eq}, \quad (7)$$

여기서  $N_p$  포인트 IDFT 행렬  $\mathbf{G}_{N_p}$ 의  $m$ 행  $n$ 열 원소는  $\frac{1}{\sqrt{N_p}} \exp\left(\frac{j2\pi(m-1)(n-1)}{N_p}\right)$ ,  $m, n = 1, 2, \dots, N_p$ 이다.

위에서 구한 채널의 임펄스 응답을 이용해서 전체 대역의 주파수 채널 응답을 구하기 위해  $N$  포인트 DFT를 수행하면 다음과 같다.

$$\overline{\mathbf{H}}_{DFT} = \mathbf{F}_{N_p} \mathbf{G}_{N_p} \overline{\mathbf{H}}_{eq} = \mathbf{A} \mathbf{H}_{eq} + \mathbf{A} \mathbf{W}_{eq} = \mathbf{H} + \mathbf{A} \mathbf{W}_{eq}, \quad (8)$$

여기서  $N$  포인트 DFT 행렬  $\mathbf{F}_{N_p}$ 의  $m$ 행  $n$ 열 원소는  $\frac{1}{\sqrt{N_p}} \exp\left(j2\pi \frac{(m-1)(n-1)}{N}\right)$ ,  $m = 1, 2, \dots, N, n = 1, 2, \dots, N_p$ 이다.

(8)에 의해서 추정된 전체 주파수 채널 응답의 MSE (mean square error)는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \text{MSE} &= \frac{1}{N} E\{(\mathbf{H} - \overline{\mathbf{H}}_{DFT})^H (\mathbf{H} - \overline{\mathbf{H}}_{DFT})\}, \\ &= \frac{1}{N} E\{\mathbf{W}_{eq}^H \mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{W}_{eq}\}. \end{aligned} \quad (9)$$

가상 부반송파가 없는 경우 DFT 행렬의 직교성에 의해  $\mathbf{A}^H \mathbf{A}$ 의 값은 다음과 같이 계산된다.

$$\mathbf{A}^H \mathbf{A} = \mathbf{G}_{N_p}^H \mathbf{F}_{N_p}^H \mathbf{F}_{N_p} \mathbf{G}_{N_p} = \frac{N}{N_p} \mathbf{I}_{N_p} \quad (10)$$

여기서  $\mathbf{I}_{N_p}$ 는  $N_p \times N_p$  크기의 단위행렬이다. 따라서 MSE 결과는 다음과 같이 정리된다.

$$\text{MSE} = \frac{1}{N_p} E\{\mathbf{W}_{\text{eq}}^H \mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{W}_{\text{eq}}\} = \sigma_w^2. \quad (11)$$

(11)에서 보는 바와 같이 가상 부반송파가 없는 경우 DFT 기반 채널 추정 성능은 파일럿 부반송파에서의 잡음에 의해 결정된다.

### III. 가상 부반송파가 존재하는 경우의 DFT 기반 채널 추정의 성능

본 절에서는 DFT 기반 채널 추정 기법의 성능에 가상 부반송파가 미치는 효과를 분석한다. 이를 위해 우선 채널 추정 누수를 정의하고 DFT 기반 채널 추정의 MSE 은 채널 추정 누수를 이용하여 분석한다.

#### 3.1 가상 부반송파로 인한 채널 추정 누수

가상 부반송파가 존재하는 경우 가상 부반송파 대역에 존재하여야 하는 균일 간격 파일럿 부반송파에서 주파수 채널 응답을 얻을 수 없기 때문에 부가잡음 외에 추가적인 간섭이 IDFT-DFT 과정을 통해서 발생한다. 따라서 (6)은 다음과 같이 바뀌게 된다.

$$\overline{\mathbf{H}}_{\text{eq}}^{\text{vc}} = \mathbf{H}_{\text{eq}} - \mathbf{H}_{\text{vc}} + \overline{\mathbf{W}}_{\text{eq}}, \quad (12)$$

여기서  $\mathbf{H}_{\text{vc}}$ 는  $N_p \times 1$  벡터이며 가상 부반송파 대역 내에 얻을 수 없는 파일럿 부반송파 위치,  $\phi_p^{\text{vc}}$ 에서의 주파수 채널 응답만 0이 아닌 값을 갖고 나머지 가상 부반송파 대역 외부의 균일 간격 파일럿 위치에서는 0의 값을 갖는다. 그리고  $\overline{\mathbf{W}}_{\text{eq}}$ 는 균일 간격 부반송파 위치 중 가상 부반송파 외부,  $\phi_p^{\text{c}}$ 에서만 0이 아닌 값을 갖는 부가잡음 벡터이다. 따라서 전체 부반송파 대역에서 주파수 채널 응답,  $\overline{\mathbf{H}}_{\text{DFT}}^{\text{vc}}$ 은 다음과 같이 얻어진다.

$$\overline{\mathbf{H}}_{\text{DFT}}^{\text{vc}} = \mathbf{H} - \mathbf{H}_{\text{C.L.}} + \mathbf{A} \overline{\mathbf{W}}_{\text{eq}}. \quad (13)$$

$$H_{\text{C.L.}}(k) = \frac{1}{N_p} \sum_{l=1}^{N_p^L} H(\rho(N_p^L + l)) \frac{\sin \frac{\pi(\rho(N_p^L + l) - k)}{\Delta_p}}{\sin \frac{\pi(\rho(N_p^L + l) - k)}{N}} \exp\left(j\pi(\rho(N_p^L + l) - k)\left(\frac{1}{\Delta_p} - \frac{1}{N}\right)\right). \quad (14)$$

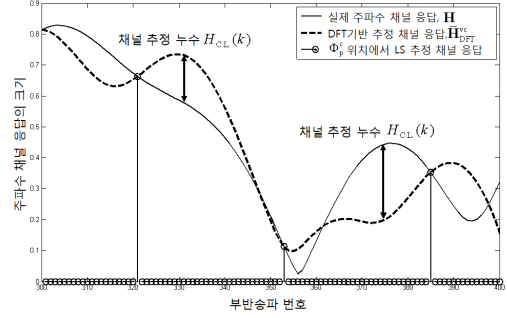


그림 3. 가상 부반송파 환경에서 채널 누수의 발생으로 인한 채널 추정 오차 발생 ( $N=1024$ ,  $N_{vc}=158$ ,  $\Delta_p=32$ , ITU-R vehicular A 채널)

여기서 우변의 두 번째 수식은 가상 부반송파로 인한 채널 추정 누수로  $\mathbf{H}_{\text{C.L.}} = \mathbf{A} \mathbf{H}_{\text{vc}}$ 로 표현되고 부가 잡음 외에 추가적으로 채널 추정 성능 열화를 일으킨다.

그리고  $k$ 번째 부반송파에서 채널 추정 누수를 계산하면  $\mathbf{H}_{\text{C.L.}} = \mathbf{A} \mathbf{H}_{\text{vc}}$ 에  $\mathbf{A}$ 의  $k$ 번째 행과  $\mathbf{H}_{\text{vc}}$ 의 곱으로 표현되므로 정리하면 식 (14)와 같다.

파일럿 부반송파 위치가  $\Delta_p$ 의 정수배 위치이므로 (14)에서  $\rho(N_p^L + l) - k$ 의 값은  $k$ 가 파일럿 부반송파 위치인 경우에는  $\Delta_p$ 의 정수배가 된다. 따라서  $\sin\left(\frac{\pi}{\Delta_p} \rho(N_p^L + l) - k\right)$ 의 값이 0이 되어 파일럿 부반송파 위치에서는  $H_{\text{C.L.}}(k)$ 의 값이 0이 되고 채널 누수에 의한 영향을 받지 않는다. 그림 3에서 점선은 DFT 기반 채널 추정 기법으로 추정된 주파수 채널 응답을 나타내고 실선은 실제 추정하는 주파수 채널 응답을 나타낸다. 파일럿 부반송파 위치인  $\phi_p^{\text{c}}$ 에서는 두 곡선이 일치하며 이는 위의 (14)에서 파일럿 부반송파 위치에서는 채널 추정 누수가 없기 때문으로 설명할 수 있다.

#### 3.2 DFT 기반 채널 추정 성능 분석

(13)에 의해 추정된 채널 중 가상 부반송파 대역을 제외한 유효 대역의 채널 응답에서 mean square error (MSE)를 계산하기 위해서 간단히 행렬의 재조합 과정을 거치면 다음과 같이 표현된다.

$$\overline{\mathbf{H}}_{\text{DFT},r}^{\text{vc}} = \mathbf{H}_r - \mathbf{H}_{\text{C.L.},r} + \mathbf{R}\mathbf{A}\overline{\mathbf{W}}_{\text{eq}}, \quad (15)$$

여기서  $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_e/2}, \mathbf{0}_{N-N_e/2} \\ \mathbf{0}_{N-N_e/2}, \mathbf{I}_{N_e/2} \end{bmatrix}$ 은 재조합 행렬로  $\mathbf{I}_{N_e/2}$ 는  $N_e/2 \times N_e/2$  크기의 단위행렬이며  $\mathbf{0}_{N-N_e/2}$ 은  $N_e/2 \times (N-N_e/2)$  크기의 영행렬이다. 그리고 재조합된 주파수 채널 응답 벡터  $\mathbf{H}_r$ 은  $\mathbf{R}\mathbf{H}_r$ 이고 재조합된 채널 추정 누수  $\mathbf{H}_{\text{C.L.},r}$ 은  $\mathbf{R}\mathbf{H}_{\text{C.L.}}$ 이다.

그 결과 계산된 DFT 기반 채널 추정의 MSE는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \text{MSE} &= \frac{1}{N_e} \mathbb{E} \left\{ \left( \mathbf{H}_r - \overline{\mathbf{H}}_{\text{DFT},r}^{\text{vc}} \right)^H \left( \mathbf{H}_r - \overline{\mathbf{H}}_{\text{DFT},r}^{\text{vc}} \right) \right\} \quad (16) \\ &= \frac{\mathbb{E} \left\{ \left( \mathbf{H}_{\text{C.L.},r} - \mathbf{R}\mathbf{A}\overline{\mathbf{W}}_{\text{eq}} \right)^H \left( \mathbf{H}_{\text{C.L.},r} - \mathbf{R}\mathbf{A}\overline{\mathbf{W}}_{\text{eq}} \right) \right\}}{N_e} \\ &= \frac{1}{N_e} \mathbb{E} \{ \mathbf{H}_{\text{vc}} \mathbf{C} \mathbf{H}_{\text{vc}} \} + \frac{1}{N_e} \mathbb{E} \{ \overline{\mathbf{W}}_{\text{eq}}^H \mathbf{C} \overline{\mathbf{W}}_{\text{eq}} \}, \end{aligned}$$

여기서  $N_p \times N_p$  크기의 행렬  $\mathbf{C}$ 은  $\mathbf{A}^H \mathbf{R}^H \mathbf{R} \mathbf{A}$ 을 나타낸다. 그리고  $\mathbf{C}$ 의  $m$ 행  $n$ 열의 원소는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} C(m,n) & \quad (17) \\ &= \exp \left( j\pi(m-n) \left( 1 - \frac{\Delta_p}{N} \right) \right) \sum_{c=0}^{N/2-1} \{ \mathbf{X}(m,n,c) \\ & \quad + \mathbf{X}(m,n,c+N_e/2+N_{\text{vc}}) \}, m,n = 1,2,\dots,N_p, \end{aligned}$$

여기서  $\mathbf{X}(m,n,c) =$

$$\begin{aligned} & \text{sinc} \left( \frac{c-(m-1)\Delta_p}{\Delta_p} \right) \text{sinc} \left( \frac{c-(n-1)\Delta_p}{\Delta_p} \right) \\ & / \left\{ \text{sinc} \left( \frac{c-(m-1)\Delta_p}{N} \right) \text{sinc} \left( \frac{c-(n-1)\Delta_p}{N} \right) \right\} \text{ 이고} \\ & \text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} \text{이다.} \end{aligned}$$

(16) 우변의 첫 번째 부분은 가상 부반송파 대역으로 인한 채널 누수가 추정 오류에 미치는 영향을 나타내고 두 번째 부분은 파일럿 부반송파에서 주파수 채널 응답의 추정 오류로 가상 부반송파와 관계없는 부분이다.  $\mathbf{H}_{\text{vc}}$  중 0이 아닌 값을 갖는 원소는  $N_p^1$ 개 이므로 (16)을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\text{MSE} = \frac{1}{N_e} \Delta_p (N_p - N_p^1) \sigma_w^2 + \frac{1}{N_e} \mathbb{E} \{ \widetilde{\mathbf{H}}_{\text{vc}}^H \mathbf{C}_{\text{vc}} \widetilde{\mathbf{H}}_{\text{vc}} \}, \quad (18)$$

여기서  $\widetilde{\mathbf{H}}_{\text{vc}}$ 는  $\mathbf{H}_{\text{vc}}$ 의 원소 중  $N_p^1$ 개의 0이 아닌 값을 갖는 원소만 모은 벡터이고  $\mathbf{C}_{\text{vc}}$ 는  $\Phi_p^{\text{vc}}$ 의 위치에 해당하는  $\mathbf{C}$ 의 행과 열의 원소들만을 모은 행렬이다.

부반송파 별 채널의 파워가 통계적으로 1의 값

을 갖는다고 가정할 때, (18)을 통계적으로 구하면 다음과 같이 표현된다.

$$\text{MSE} = \frac{1}{N_e} \Delta_p (N_p - N_p^1) \sigma_w^2 + \frac{1}{N_e} \text{trace} \{ \mathbf{C}_{\text{vc}} \}, \quad (19)$$

여기서  $\text{trace} \{ \cdot \}$ 은 행렬의 트레이스를 의미한다. 여기에서 보는 바와 같이 우변의 두 번째 부분은 채널 누수로 인해 발생한 MSE 바이어스 부분이므로 수신단의 잡음이 없는 이상적인 환경이라도 채널 추정의 오류는 사라지지 않는다. 그리고 이 MSE 바이어스는 가상 부반송파의 수와 파일럿 부반송파 간 간격에 의해 결정되는 행렬  $\mathbf{C}_{\text{vc}}$ 의 트레이스로 계산된다.

#### IV. 실험 결과

본 절에서 사용되는 채널 환경은 ITU-R vehicular A 채널 모델을 이용한다<sup>[5]</sup>. 전체 부반송파의 수,  $N$ 은 1024이고 순환 보호구간의 길이는 128이다. 그리고 사용되는 대역폭은 10MHz 대역이고 반송파 주파수는 2.3GHz 대역으로 정해졌으며 이는 IEEE 802.16의 물리 표준을 기반으로 정한 것이다<sup>[5]</sup>. ITU-R vehicular A 채널 모델에서 최대 채널 지연은 대략 26샘플로 계산된다. 채널 추정을 위한 샘플링 이론을 만족시키기 위해서는 연속적인 파일럿 부반송파의 간격은 32보다 작아야 한다<sup>[7]</sup>.

실험을 위해서는 파일럿 부반송파의 위치, 가상 부반송파의 수와 파일럿 부반송파 사이의 간격 세 가지 파라미터가 고려되어야 한다. 그리고 가상 부반송파의 수와 파일럿 부반송파의 간격에 의해서 가상 부반송파 내 존재하는 균일 간격 파일럿 부반송파의 수,  $N_p^1$ 가 결정된다.

우선, 가상 부반송파의 수와 파일럿 부반송파의 간격이 DFT 기반 채널 추정 성능에 미치는 효과를 알아보기 위해 그림 4의 a와 b는 가상 부반송파 내 균등 간격 파일럿 부반송파의 수를  $N_p^1 = 2.5$ 로 고정된 경우의 DFT 기반 채널 추정의 MSE 성능을 보이고 있다. 그림 4의 x축과 y축은 각각 신호 대 잡음비 (signal to noise ratio, SNR) 과 MSE이다. 원형 마크는 3장의 (19)를 각각의 경우에 따라 도시한 것으로 분석의 유효성을 보이기 위해 표시 되었다.  $N_p^1$ 가 고정된 경우 파일럿 부반송파 간격이 줄수록 보간 구간이 줄어들어 채널 추정의 정확도는 증가하고 채널 누수를 줄일 수 있다. 따라서 파일럿 부

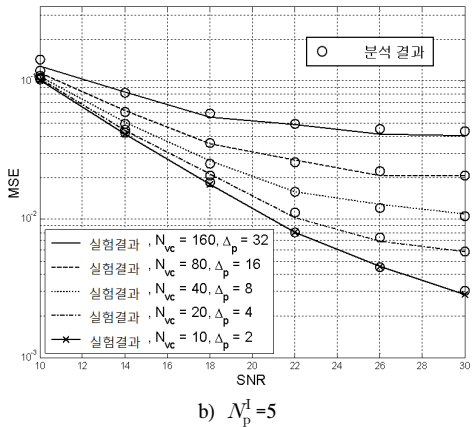
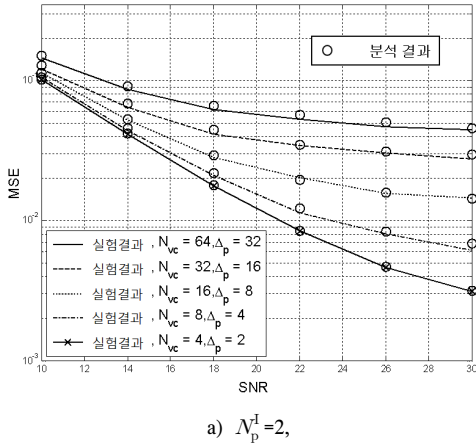


그림 4. 가상 부반송파 대역 내 균일 간격 파일롯 부반송파의 수,  $N_p^1$ 가 일정한 경우 신호 대 잡음비에 따른 DFT 기반 채널 추정 MSE

반송파 간격이 줄수록 채널 추정의 MSE 역시 줄어 든다. 하지만 (19)에서 확인 한 바와 같이 채널 누수의 값은 잡음과 관계없으므로 신호 대 잡음비가 증가함에 따라 MSE가 수렴하고 있다. 그리고 가상 부반송파의 수가 클수록 바이어스 값이 커짐을 그림 4로부터 확인 할 수 있다.

다음으로 파일롯 부반송파 간 간격이 정해진 경우 가상 부반송파의 수에 따른 채널 추정 MSE 성능 결과가 그림 5에 도시되었다. 그림 5의 x축은 가상 부반송파의 수이고 y축은 MSE값이다. 그림 5에서 가상 부반송파의 수,  $N_{vc}$ 가 증가할수록 항상 MSE가 증가하는 것은 아니다. 오히려 몇몇 지점에서는  $N_{vc}$ 가 증가하지만 MSE가 줄어드는 경우가 있다. 이는 가상 부반송파 대역과 가상 부반송파 대역 내 존재하는 균일 간격 파일롯 부반송파의 위치로 설명할 수 있다. 가상 부반송파 대역

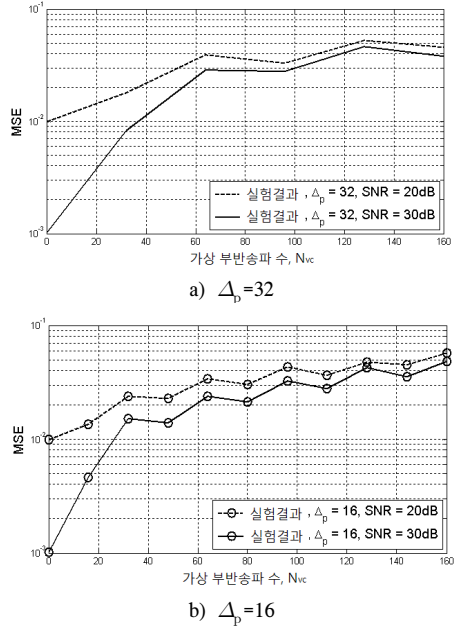
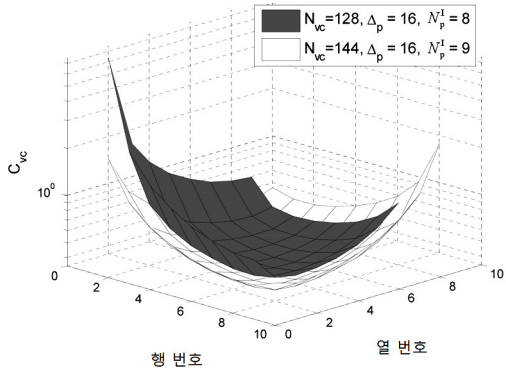


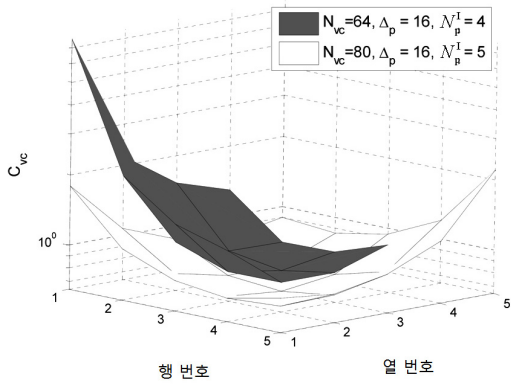
그림 5. 균일 간격 파일롯 부반송파 간격,  $\Delta_p$ 가 일정한 경우 가상 부반송파 수에 따른 DFT 기반 채널 추정의 MSE

내 존재하는 균일 간격 파일롯 부반송파의 위치가 가상 부반송파 대역의 모서리에 가까울수록 가상 부반송파 대역 외부의 균일 간격 파일롯 부반송파와 가상 부반송파 대역의 모서리까지의 거리가 멀어지게 되어 보간 오차가 커지게 되기 때문이다. 또한 각각의 부반송파별 채널 추정 오차를 살펴보면 가상 부반송파 주변에서 추정 오차가 가장 크기 때문이며 이것이 (19)의 두 번째 부분에 반영되어 나타난다.

가상 부반송파의 수가 증가함에도 MSE가 감소하는 현상을 설명하기 위해서 MSE를 결정하는  $C_{vc}$ 를 그림 6에서 도시하고 있다. 그림 6의 a는 가상 부반송파 내 균일 간격 파일롯 부반송파의 수가 8, 9인 경우이고 b는 가상 부반송파 내 균일 간격 파일롯 부반송파의 수가 4, 5인 경우의  $C_{vc}$ 를 도시하고 있다. 두 경우 모두 파일롯 부반송파 간격은 16으로 그림 5의 b에서 가상 부반송파의 수가 144, 128, 80, 64로 가상 부반송파가 증가하더라도 MSE가 오히려 줄어드는 경우이다. 본 논문에서 고려하는 균일 간격 파일롯 부반송파의 배치는 0번째 부반송파부터 배치되므로 가상 부반송파 내 균일 간격 파일롯 부반송파의 수가 홀수 개인 경우는 그림 6의 a와 b에서 보는 바와 같이 행렬의 대각 끝 부분에 값들이 크게 나타나고 짝수 개



a)  $N_p^I=8,9$



b)  $N_p^I=4,5$

그림 6. 가상 부반송파 내 균일 간격 파일럿 부반송파의 수,  $N_p^I$ 가 홀수인 경우와 짝수인 경우 행렬  $C_{vc}$ 의 크기

인 경우에는 행렬의 원편 대각 끝 부분의 값들이 크게 나타나며 대 부분의 원소의 값들이  $N_p^I$ 가 홀수 인 경우보다 큰 것을 확인할 수 있다. 따라서 행렬  $C_{vc}$ 의 트레이스 역시  $N_p^I$ 가 짝수 인 경우가 홀수 인 경우보다 커지게 되어 가상 부반송파의 수가 더 많더라도 MSE가 줄어들게 된다.

본 절에서는 III장에서 보인 바와 같이 가상 부반송파로 인해 채널 누수가 발생하며 그 값이 (19)에서 확인 한 것과 같이 MSE 바이어스를 만들어 내고 바이어스는 가상 부반송파의 수뿐만 아니라 파일럿 부반송파 간격, 파일럿 부반송파 위치에 의해 결정되는  $C_{vc}$ 의 형태에 의해 결정된다는 사실을 실험을 통해서 확인했다.

### V. 결론

본 논문에서는 가상 부반송파 환경에서 DFT 기반

채널 추정 기법의 성능 열화를 분석했다. 이를 위해 가상 부반송파로 인한 채널 누수를 표현했으며 이를 바탕으로 채널 추정의 MSE 바이어스 값들을 분석했다. 뿐만 아니라 바이어스가 가상 부반송파의 수, 파일럿 부반송파의 위치와 수에 의해 결정되는 행렬의 트레이스로 표현된다는 것을 보였다. 본고의 실험 결과는 분석 결과들의 유효성을 보이고 있다.

끝으로 위의 분석을 이용하여 복잡도 증가나 채널의 통계 정보 없이도 채널 누수를 극복하는 효과적인 DFT 기반 채널 추정 기법의 제안이 앞으로 필요하다.

### 참고 문헌

- [1] Coleri, S., Ergen, M., Puri, A., Bahai, A., "Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems" *IEEE Transactions on Broadcasting*, Vol.48, Issue 3, Sept. 2002 pp.223-229.
- [2] Baoguo Yang, Zhigang Cao, "Analysis of Low-Complexity Windowed DFT-Based MMSE Channel Estimator for OFDM Systems" *IEEE Transactions On Communications*, Vol. 49, No.11, November 2001.
- [3] Y. Zhao, A. Huang, "A novel channel estimation method for OFDM mobile communication systems based on pilot signals and transform domain processing" in *Proc. IEEE VTC97*, 1997, pp.2089-2094.
- [4] Mingqi Li, Jianguo Tan, Wenjun Zhang, "A channel estimation method based on frequency-domain pilots and time-domain processing for OFDM systems" *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, Vol.50, Issue 4, Nov. 2004 pp.1049 1057.
- [5] IEEE P802.16e/D8 "Amendment for Physical and Medium Access Control Layers for Combined Fixed and Mobile Operation in Licensed Bands", May. 2005.
- [6] Die Hu, Luxi Yang, Yuhui Shi, Lianghua He, "Optimal pilot sequence design for channel estimation in MIMO OFDM systems", *IEEE Communications Letters*, Vol.10, Issue 1, Jan. 2006 pp.1-3.
- [7] Ye Li, "Pilot-symbol-aided channel estimation for OFDM in wireless systems", *IEEE*

*Transactions on VT*, Vol.49, Issue 4, July 2000  
pp.1207-1215.

- [8] Jihyung Kim, Jeongho Park, Daesik Hong,  
“Performance analysis of channel estimation in  
OFDM systems” *IEEE Signal Processing  
Letters*, Vol.12, Issue 1, Jan. 2005 pp.60-62.

곽 경 철 (Kyungchul Kwak)

정회원



2003년 2월 연세대학교 기계전  
자공학부 학사

2005년 2월 연세대학원 전기전  
자공학과 석사

2005년 3월~현재 연세대학원  
전기전자 공학과 박사 과정  
<관심분야> 통신공학, 신호처리

홍 대 식 (Daesik Hong)

종신회원



한국통신학회 논문지 제 21권,  
제 8호(1996) 참조