

# 직교 시공간 블록 부호를 적용한 듀얼 홉 MIMO Decouple-and-Forward 릴레이에 대한 정확한 비트 에러율 분석

준회원 이재훈\*, 정회원 김동우\*\*

## An Exact BER Analysis of Dual-Hop MIMO Decouple-and-Forward Relaying with Orthogonal Space-Time Block Codes

Jae-Hoon Lee\* Associate Member, Dongwoo Kim\*\* Regular Member

### 요약

본 논문에서는 듀얼-홉 MIMO(Multiple-Input Multiple-Output) DCF(decouple-and-forward) 릴레이 시스템의 성능 분석을 위한 확률 밀도 함수를 유도한다. 확률 밀도 함수를 사용하여 정확한 BER 분석을 할 수 있다. 분석할 수 있는 안테나 조합은 (1,8,1), (8,1,8), (2,4,2), (4,2,4)이며 괄호 안의 숫자는 송신국의 송신 안테나, 릴레이 안테나, 수신국의 수신 안테나 개수이다. M-ary PSK일 때 MIMO DCF 릴레이 시스템의 모의 실험을 통해 얻은 평균 BER과 확률 밀도 함수를 통해 유도한 BER식에 의한 평균 BER이 서로 일치함을 확인할 수 있다. DCF 릴레이 시스템을 썼을 때 공간 다이버시티를 얻을 수 있다.

**Key Words** : OSTBC, MIMO, Relay, Amplify-and-Forward, Decode-and-Forward, Decouple-and-Forward, end-to-end BER

### ABSTRACT

In this paper, we derive the probability density function (PDF) of end-to-end signal-to-noise ratio (SNR) for the dual-hop MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) DCF (Decouple-and-Forward) system. We also provide the end-to-end bit error ratio (BER) with M-ary PSK constellations for four antenna combinations. These are (1,8,1), (8,1,8), (2,4,2), and (4,2,4). Each number in the parentheses is the number of the transmit antenna at the source, the transmit and receive antenna at the relay and the receive antenna at the destination, respectively. We show that the end-to-end BER expression with M-ary PSK constellations makes an exact match with numerical results. We also show that MIMO DCF relay system achieves spatial diversity.

### I. 서론

차세대 이동통신 시스템에서는 2~6GHz의 고주파

대역을 사용하기 때문에 송신국(source)의 커버리지가 기존의 이동통신 시스템에 비해서 짧다. 이는 도심 지역의 음영 지역을 증가시킨다<sup>[1]</sup>. 송신국 증설 비

※ 본 연구는 ETRI 및 2007년도 2단계 두뇌한국21 사업에 의해 지원되었습니다.

\* 한양대학교 전자전기 제어계측공학과 이동통신망연구실(leejh@wnl.hanyang.ac.kr)

\*\* 한양대학교 전자컴퓨터공학부 부교수(dkim@hanyang.ac.kr)

논문번호 : KICS2008-08-371, 접수일자 : 2008년 8월 26일, 최종논문접수일자 : 2008년 11월 5일

용과 백홀(backhaul) 통신망의 유지 비용을 줄이는 동시에 커버리지 증대와 데이터 처리율 향상을 위해서 제시된 기술이 릴레이(relay)를 활용한 방식이다. IEEE 802.16j는 IEEE 802.16 표준에 준거한 시스템의 멀티 중계 운용을 가능하게 하기 위해 릴레이를 도입하여 표준화 작업을 진행하고 있다<sup>[2]</sup>.

중계 기술을 데이터 전달 방식에 따라 대표적으로 증폭 후 전달(amplify-and-forward: AF) 방식<sup>[4]</sup>과 디코딩 후 전달(decode-and-forward: DF) 방식<sup>[5]</sup>이 있다. 증폭 후 전달 방식은 잡음이 포함된 릴레이의 수신신호를 전송하기 때문에 잡음이 증폭되는 단점이 있지만 릴레이의 구현이 복잡하지 않은 장점을 가지고 있다. 디코딩 후 전달 방식은 잡음 증폭이 없는 대신에 릴레이의 복잡성이 높은 단점이 있다.

MIMO(multiple-input multiple-output) 시스템은 송수신 양단에 다중 안테나를 적용하여 한정된 주파수 자원 및 송신 전력을 이용하여 채널 용량을 증대시켜 높은 데이터 전송률을 제공할 수 있다. 최근 이동통신 시스템에서의 용량 증대를 위하여 MIMO에 대한 연구에 활발히 진행되고 있다. 대표적인 공간다중화 기법인 STBC(space-time block code) 방식은 시공간 부호화된 신호를 다중 안테나를 통해 전송함으로써 수신국(destination)에서 다이버시티 이득을 쉽게 얻을 수 있는 기술 중 하나이다. 특히 Alamouti<sup>[6]</sup>와 Tarokh<sup>[7]</sup>에 의해 제안된 STBC 기법은 직교 코드(orthogonal code)를 이용하여 간단한 선형계산만으로 신호를 검출할 수 있는 장점이 있다.

OSTBC를 적용한 듀얼 홉 MIMO 릴레이에 대한 연구가 [8]과 [9]에서 이루어졌다. 릴레이의 각 수신 안테나의 수신 신호를 더하여 증폭하고 전송하는 MIMO AF 릴레이는 다중 안테나를 통한 릴레이의 공간 다이버시티(spatial diversity)를 얻을 수 없다. MIMO DF 릴레이는 다중 안테나를 통한 공간 다이버시티를 얻을 수 있지만 릴레이의 복잡성이 높아지는 단점이 있다. [10]에서 MIMO DF 릴레이보다 구현이 간단하면서도 릴레이에서의 공간 다이버시티를 얻을 수 있는 디커플 후 전달(decouple-and-forward: DCF) 전송 방식이 제안되었다. [10]에서는 Alamouti가 제안한 OSTBC만을 고려하는 릴레이로 릴레이의 송신 안테나가 2개인 경우인 시스템만 성능을 분석하였다.

본 논문은 [10]을 확장하여 송신국(source)과 릴레이와 수신국(destination)에서 더 많은 안테나 개수를 적용한 MIMO 릴레이 시스템을 연구한다. 본

논문에서 고려한 안테나 조합은 (1,8,1), (8,1,8), (2,4,2), (4,2,4)이며 괄호 안의 숫자는 송신국의 송신 안테나, 릴레이 안테나, 수신국의 수신 안테나 개수이다. MIMO DCF 릴레이 시스템의 성능을 분석하기 위해서 먼저 송신단과 릴레이 송신 안테나 4개 조합을 위한 확률 밀도 함수(probability density function, PDF)를 구하고 이 확률 밀도 함수를 사용하여 정확한 end-to-end BER를 유도한다.  $M$ -ary PSK일 때 MIMO DCF 릴레이 시스템의 모의 실험을 통해 얻은 평균 BER과 확률 밀도 함수를 통해 유도한 BER식에 의한 평균 BER이 서로 일치함을 확인할 수 있다. 제안한 MIMO DCF 릴레이 시스템을 복잡도가 높은 MIMO DF 릴레이와 비교한다. 신호 대비 잡음전력이 클수록 DCF 릴레이는 DF와 비슷한 성능을 보이며, 공간 다이버시티를 얻을 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서 시스템 모델과 수신 SNR을 설명하고 III장에서는 확률 밀도 함수(probability density function, PDF)를 유도하고 확률 밀도 함수를 사용하여 비트 에러율을 구한다. IV장에서 모의 실험 결과를 제공하며 V장에서 결론을 맺는다.

## II. 시스템 모델

본 논문은 의 전송 안테나가  $n_t^s$  개인 송신국이  $n_r^R (= n_t^R)$ 개의 안테나를 가진 릴레이를 이용하여  $n_r^D$  개의 수신 안테나를 가진 수신국에 신호를 전송하는 듀얼 홉 릴레이 시스템을 고려한다. 릴레이는  $n_t^R$  개의 송신 안테나와  $n_r^R$  개의 수신 안테나로 이루어져 있다. 릴레이와 수신국은 수신 신호를 디코딩하기 위해서 채널 정보를 완벽하게 알고 있다고 가정한다. 송신국과 수신국 사이의 직 경로는 없다고 가정한다. 송신국-릴레이 링크와 릴레이-수신국 링크 채널 매트릭스는  $\mathbb{H}^R = \{h_{ij}^R\}_{n_r^R \times n_t^s}$ ,  $\mathbb{H}^D = \{h_{ij}^D\}_{n_r^D \times n_t^R}$ 로 표현한다. 본 논문은 의 전송 안테나가  $n_t^s$  개인 송신국이  $n_r^R (= n_t^R)$ 개의 안테나를 가진 릴레이를 이용하여  $n_r^D$  개의 수신 안테나를 가진 수신국에 신호를 전송하는 듀얼 홉 릴레이 시스템을 고려한다. 릴레이는  $n_t^R$  개의 송신 안테나와  $n_r^R$  개의 수신 안테나로 이루어져 있다.

송신국-릴레이 링크와 릴레이-수신국 링크 채널 매트릭스는  $h_{ij}^R$  와  $h_{ij}^D$  는 각 링크의  $j$ -번째 송신

$$C_2 = \begin{bmatrix} x_1 - x_2^* \\ x_2^* \quad x_1^* \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$C_4 = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2^* & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} \\ x_2 & x_1^* & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & -\frac{x_3^*}{\sqrt{2}} \\ \frac{x_3}{\sqrt{2}} & \frac{x_3}{\sqrt{2}} & \frac{(-x_1 - x_1^* + x_2 - x_2^*)}{2} & \frac{(-x_2 - x_2^* + x_1 - x_1^*)}{2} \\ \frac{x_3}{\sqrt{2}} & -\frac{x_3}{\sqrt{2}} & \frac{(x_2 + x_2^* + x_1 - x_1^*)}{2} & -\frac{(x_1 + x_1^* + x_2 - x_2^*)}{2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$C_8 = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & 0 & x_4 & 0 & 0 & 0 \\ -x_2^* & x_1^* & 0 & -x_3 & 0 & -x_4 & 0 & 0 \\ -x_3^* & 0 & x_1^* & x_2 & 0 & 0 & -x_4 & 0 \\ 0 & x_3^* & -x_2^* & x_1 & 0 & 0 & 0 & x_4 \\ -x_4^* & 0 & 0 & 0 & x_1^* & x_2 & x_3 & 0 \\ 0 & x_4^* & 0 & 0 & -x_2^* & x_1 & 0 & -x_3 \\ 0 & 0 & x_4^* & 0 & -x_3^* & 0 & x_1 & x_2 \\ 0 & 0 & 0 & -x_4^* & 0 & x_3^* & -x_2^* & x_1^* \end{bmatrix} \quad (3)$$

안테나와  $i$ -번째 수신 안테나의 복소 채널 응답 값이다. 각 링크는 레일리 페이딩 채널이며 전송 동안에는 채널의 변화가 없다고 가정한다.  $\mathbb{H}^R$ ,  $\mathbb{H}^D$ 의 채널 요소 값은 각각 독립인 복소 가우시안 확률 변수이며, 평균은 0이고, 분산은 각 요소마다  $\beta_1/2$ ,  $\beta_2/2$ 이다.  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ 는 각 링크의 평균 채널 전력 값이다.

2개의 전송 안테나를 위한 전송 매트릭스  $C_2$ 로 정의되는 OSTBC는 부호율이 1이며 [6]에서 식(1)과 같이 주어진다. 4개, 8개의 전송 안테나를 위한 전송 매트릭스  $C_4$ ,  $C_8$ 은 각각 부호율이 3/4, 1/2이며 [7], [11]에서 다음과 같이 주어진다. 여기서  $x_1, x_2, x_3, x_4$ 는 전송하고자 하는 복소 심벌이며 \*는 켈레 복소수를 의미한다.

### 2.1 듀얼-홉 MIMO DCF 릴레이 시스템의 수신 신호

송신단이 OSTBCs를 사용할 때 릴레이에서 수신 신호는 다음과 같다.

$$Y^R = \mathbb{H}^R C_{n_t^s} + \mathbb{E}^R. \quad (4)$$

$Y^R = \{y_{il}^R\}_{n_r^R \times L^s}$ 이고  $y_{il}^R$ 는  $l$  심벌 주기 동안에  $i$  번째 수신 안테나에서 수신된 신호이다.

$\mathbb{E}^R = \{e_{il}^R\}_{n_r^R \times L^s}$ 이고  $e_{il}^R$ 은  $l$  심벌 주기 동안에  $i$  번째 수신 안테나에서의 복소 가우시안 확률 변수

이며 서로 독립이고, 평균은 0이고 분산은  $\sigma^2$ 이다.  $L^s$ 는 OSTBC 블록 길이를 나타낸다.  $C_{n_t^s}$ 는  $n_t^s \times L^s$  OSTBC 매트릭스이다. MIMO DCF 릴레이는 수신 신호를 증폭하여 전송하기 전에 수신 신호를 디커플(decouple)한다. 디커플된 심벌은 아래와 같다.

$$\tilde{x}_k = \|\mathbb{H}^R\|^2 x_k + \eta_k^R. \quad (5)$$

$x_k; k=1,2,\dots,K^S$ 는 송신국에서 OSTBC로 구성 되어 전송되는 복소 심벌이다.  $\tilde{x}_k; k=1,2,\dots,K^S$ 는 릴레이에서 디커플된 심벌이며  $\|\mathbb{H}^R\|^2$ 은  $\mathbb{H}^R$ 의 Frobenius norm이고  $E[\|\eta_k^R\|^2] = \|\mathbb{H}^R\|^2 \sigma^2$ [12, eq. (20)]이다. 송신국에서 각 심벌의 평균 전력  $P_t^s$ 는 모두 같다. 수식으로 다음과 같이  $P_t^s = E[|x_1|^2] = \dots = E[|x_{K^S}|^2]$ 로 표기하며  $P_t^s = T_s / (n_t^s R_c^s)$ 이다.  $T_s$ 는 송신국의 전체 평균 전송 전력이고  $R_c^s; R_c^s = K^S / L^s$ 는 송신국에서 사용되는 OSTBC의 부호율이다. MIMO DCF 릴레이는 OSTBC로 디커플된 심벌들을 인코딩을 하고  $G$ 의 이득(gain) 값만큼 증폭하여 수신국에 전송한다. 수신국에서의 수신 신호는 다음과 같다.

$$Y^D = \mathbb{H}^D \widetilde{G C_{n_t^s}^R} + \mathbb{E}^D. \quad (6)$$

$Y^D = \{y_{il}^D\}_{n_r^D \times L^R}$ 이고  $y_{il}^D$ 은  $l$  심벌 주기 동안에  $i$  번째 수신국의 수신 안테나에서 수신된 신호이다.

$\mathbb{H}^D = \{e_{il}^D\}_{n_r^D \times L^R}$ 이고  $e_{il}^D$ 은 릴레이의  $l$  심벌 주기 동안에  $i$  번째 수신국의 수신 안테나에서의 복소 가우시안 확률 변수이며 서로 독립이고, 평균은 0이고 분산은  $\sigma^2$ 이다.  $L^R$ 는 릴레이에서 사용된 OSTBC 블록 길이를 나타낸다.  $\widetilde{\mathbf{C}}_{n_t^R}$ 는  $n_t^R \times L^R$  OSTBC 매트릭스이다. 수신국은 squaring method[12]을 사용하여 전송된 심벌을 추정한다. 수신국에서 추정된 수신 심벌은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \widehat{x}_k &= \|\mathbb{H}^D\|^2 G \widetilde{\mathbf{C}}_k + \eta_k^D \\ &= \|\mathbb{H}^D\|^2 G (\|\mathbb{H}^D\|^2 x_k + \eta_k^R) + \eta_k^D \end{aligned} \quad (7)$$

$\widehat{x}_k; k=1,2,\dots,K^R$ 는 릴레이에서 수신국으로 전송된 심벌들  $(x_k, \dots, x_{K^R})$ 의 추정 복소 심벌이다.  $E[\|\eta_k^D\|^2] = \|\mathbb{H}^D\|^2 \sigma^2$ [12, eq.(20)]이다. 릴레이의 송신단에서 각 심벌의 평균 전력  $P_t^R$ 는 모두 같다고 가정한다.  $P_t^R = E[G^2 |x_k|^2] = \dots = E[G^2 |x_{K^R}|^2]$ ,  $P_t^R = T_R / (n_t^R R_c^R)$ 이다.  $T_R$ 는 릴레이 송신단의 전체 평균 전송 전력이고  $R_c^R; R_c^R = K^R / L^R$ 는 릴레이에서 사용되는 OSTBC의 부호율이다.

### 2.2 듀얼-홉 MIMO DCF 릴레이 시스템의 수신 SNR

릴레이 송신단의 전체 평균 전송 전력을 맞추기 위해서  $G$ 를 사용한다.  $G_{PG}$ 를 power-scaled relay gain (PG)라 명하고 다음과 같이 정의된다

$$\begin{aligned} G_{PG}^2 &= \frac{P_t^R}{\|\mathbb{H}^R\|^4 P_t^S + \|\mathbb{H}^R\|^2 \sigma^2} \\ &= \frac{\rho n_t^S R_c^S}{n_t^R R_c^R (\|\mathbb{H}^R\|^4 \rho + \|\mathbb{H}^R\|^2 n_t^S R_c^S)} \end{aligned} \quad (8)$$

$P_t^R = G_{PG}^2 E[|x_k|^2] = \dots = G_{PG}^2 E[|x_{K^R}|^2]$ 로 정의한다. 송신국과 릴레이 송신단의 전체 평균 전송 파워는  $P = T_S = T_R$ 이다. 릴레이에서 수신한 각 심벌의 기대값은  $E[|\widetilde{x}_k|^2] = \|\mathbb{H}^R\|^4 P_t^S + \|\mathbb{H}^R\|^2 \sigma^2$ 이며  $\rho = P/\sigma^2$ 이다. 위 PG에서 잡음을 무시한 이득을 approximate relay gain (AG)라 하며 다음과 같이 정의 된다.

$$G_{AG}^2 = \frac{P_t^R}{\|\mathbb{H}^R\|^4 P_t^S} = \frac{n_t^S R_c^S}{\|\mathbb{H}^R\|^4 n_t^R R_c^R} \approx G_{PG}^2 \quad (9)$$

식 (7)의 수신국에서 추정된 수신 심벌의 SNR은 다음과 같다.

$$\gamma^{DCF} = \frac{\|\mathbb{H}^D\|^4 G^2 (\|\mathbb{H}^R\|^4 E[|x_k|^2])}{\|\mathbb{H}^D\|^4 G^2 E[n_k^R]^2 + E[n_k^D]^2} \quad (10)$$

식 (10)에서  $E[|x_k|^2] = P_t^S = P / (n_t^S R_c^S)$ 를 적용하여 구한  $M$ -ary 성상도에 따른 비트 당 SNR은 다음과 같다.

$$\gamma^{DCF} = \frac{\rho}{\log_2 M} \left[ \frac{n_t^S R_c^S}{\|\mathbb{H}^R\|^2} + \frac{n_t^S R_c^S}{G^2 \|\mathbb{H}^R\|^4 \|\mathbb{H}^D\|^2} \right]^{-1} \quad (11)$$

PG를 적용한 MIMO DCF 릴레이의 SNR은 다음과 같이 구해진다

$$\begin{aligned} \gamma_{PG}^{DCF} &= \frac{\rho}{\log_2 M} \left[ \frac{n_t^S R_c^S}{\|\mathbb{H}^R\|^2} + \frac{n_t^R R_c^R}{\|\mathbb{H}^D\|^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{n_t^S R_c^S n_t^R R_c^R}{\rho \|\mathbb{H}^R\|^2 \|\mathbb{H}^D\|^2} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (12)$$

AG를 적용한 MIMO DCF 릴레이의 SNR은 다음과 같이 구해진다.

$$\gamma_{AG}^{DCF} = \frac{\rho}{\log_2 M} \left[ \frac{n_t^S R_c^S}{\|\mathbb{H}^R\|^2} + \frac{n_t^R R_c^R}{\|\mathbb{H}^D\|^2} \right]^{-1} \geq \gamma_{PG}^{DCF} \quad (13)$$

식 (12)과 비교하면 식 (13)는 식 (12)의 제일 오른쪽 수식이 없는 결과와 같기 때문에 항상  $\gamma_{AG}^{DCF} \geq \gamma_{PG}^{DCF}$  관계가 성립한다.

## III. 듀얼-홉 MIMO DCF 릴레이 시스템 분석

### 3.1 듀얼-홉 MIMO DCF 릴레이 시스템의 PDF

$\gamma_{AG}^{DCF}$ 에서 다음과 같이  $Z_1$ 과  $Z_2$ 를 치환하여  $Z_1 = n_t^S R_c^S / \|\mathbb{H}^R\|^2$ ,  $Z_2 = n_t^R R_c^R / \|\mathbb{H}^D\|^2$ 로 정의한다.  $Z_1$ 의 확률 밀도 함수(PDF)는 아래의 과정에 따라 유도된다.  $h_{ij}^R = a_{ij} + ib_{ij}$ 이고  $\|\mathbb{H}^R\|^2 = X$ 라 치환하면  $Z_1 = n_t^S R_c^S / X$ 이다.  $X = \sum_{j=1}^{n_t^S} \sum_{i=1}^{n_r^R} (a_{ij}^2 + b_{ij}^2)$ 이다.  $X$ 의 확률 밀도 함수를 Central chi-square distribution을 따라 구하고 이를  $Z_1$ 에 대한 확률 밀도 함수 치환한다.  $Z_2$ 도 같은 방법으로 확률 밀도 함수를 구한다.  $Z_1$ 과  $Z_2$ 는 서로 독립이며  $Z_1$ 과  $Z_2$ 의 확률 밀도 함수 (PDF)를 다음과 같이 각각 유도한다

$$f_{z_1}(z) = \frac{1}{\Gamma(n_t^S n_r^R) z^{n_t^S n_r^R + 1}} \left( \frac{n_t^S R_c^S}{\beta_1} \right)^{n_t^S n_r^R} e^{-\frac{n_t^S R_c^S}{\beta_1 z}} \quad (14)$$

$$f_{z_2}(z) = \frac{1}{\Gamma(n_t^R n_r^R) z^{n_t^R n_r^R + 1}} \left( \frac{n_t^R R_c^R}{\beta_2} \right)^{n_t^R n_r^R} e^{-\frac{n_t^R R_c^R}{\beta_2 z}} \quad (15)$$

$$M_{z_1}(s) = E_{z_1}[e^{-sz}] = \frac{2}{\Gamma(n_t^S n_r^R)} \left( \frac{n_t^S R_c^S s}{\beta_1} \right)^{\frac{n_t^S n_r^R}{2}} K_{\frac{n_t^S n_r^R}{2}} \left( 2\sqrt{\frac{n_t^S R_c^S s}{\beta_1}} \right) \quad (16)$$

$$M_{z_2}(s) = E_{z_2}[e^{-sz}] = \frac{2}{\Gamma(n_t^R n_r^D)} \left( \frac{n_t^R R_c^R s}{\beta_2} \right)^{\frac{n_t^R n_r^D}{2}} K_{\frac{n_t^R n_r^D}{2}} \left( 2\sqrt{\frac{n_t^R R_c^R s}{\beta_2}} \right) \quad (17)$$

$$M_W(s) = \frac{4}{\Gamma(n_t^S n_r^R) \Gamma(n_t^R n_r^D)} \left( \frac{n_t^S R_c^S s}{\beta_1} \right)^{\frac{n_t^S n_r^R}{2}} \left( \frac{n_t^R R_c^R s}{\beta_2} \right)^{\frac{n_t^R n_r^D}{2}} K_{\frac{n_t^S n_r^R}{2}} \left( 2\sqrt{\frac{n_t^S R_c^S s}{\beta_1}} \right) K_{\frac{n_t^R n_r^D}{2}} \left( 2\sqrt{\frac{n_t^R R_c^R s}{\beta_2}} \right) \quad (18)$$

$$F_{\gamma, \text{MG}}(\gamma) = 1 - \left[ \frac{d^{N-1}}{d\omega^{N-1}} L^{-1} \left\{ \frac{M_W(s)}{s^N} \right\} \right] \Big|_{\omega = \frac{\rho}{\gamma \log_2 M}} \quad (19)$$

$$L^{-1} \left\{ \frac{M_W(s)}{s^N} \right\} = \frac{2}{\omega (\Gamma(N))^2} \left( \frac{n_t^S R_c^S n_t^R R_c^R}{\beta_1 \beta_2} \right)^{N/2} e^{-\left( \frac{n_t^S R_c^S}{\beta_1 \omega} + \frac{n_t^R R_c^R}{\beta_2 \omega} \right)} K_N \left( \frac{2}{\omega} \sqrt{\frac{n_t^S R_c^S n_t^R R_c^R}{\beta_1 \beta_2}} \right) \quad (20)$$

$$\begin{aligned} f_{\gamma, \text{MG}}(\gamma) = & e^{\frac{c_2 n}{\rho} \gamma} \left[ n^8 \left( \frac{2}{3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^2} \right) \frac{m^{16}}{\rho^{16}} \gamma^{15} K_0(\alpha \gamma) - n^{15/2} \left\{ \left( \frac{4}{3^4 \cdot 5^2 \cdot 7} \right) \frac{m^{15}}{\rho^{15}} \gamma^{14} + \left( \frac{4}{3^4 \cdot 5^2 \cdot 7} \right) \frac{c_2 m^{16}}{\rho^{16}} \gamma^{15} \right\} K_1(\alpha \gamma) \right. \\ & + n^7 \left\{ \left( \frac{1}{3^4 \cdot 5 \cdot 7} \right) \frac{m^{14}}{\rho^{14}} \gamma^{13} + \left( \frac{4}{3^3 \cdot 5^2 \cdot 7} \right) \frac{c_2 m^{15}}{\rho^{15}} \gamma^{14} + \left( \frac{2}{3^4 \cdot 5^2 \cdot 7} \right) \frac{c_2^2 m^{16}}{\rho^{16}} \gamma^{15} \right\} K_2(\alpha \gamma) \\ & - n^{13/2} \left\{ \left( \frac{1}{3^3 \cdot 5 \cdot 7} \right) \frac{m^{13}}{\rho^{13}} \gamma^{12} + \left( \frac{2}{3^3 \cdot 5 \cdot 7} \right) \frac{c_2 m^{14}}{\rho^{14}} \gamma^{13} \right. \\ & \left. + \left( \frac{1}{3^3 \cdot 5 \cdot 7} \right) \frac{c_2^2 m^{15}}{\rho^{15}} \gamma^{14} + \left( \frac{1}{3^4 \cdot 5^2 \cdot 7} \right) \frac{c_2^3 m^{16}}{\rho^{16}} \gamma^{15} \right\} K_3(\alpha \gamma) \\ & + n^6 \left\{ \left( \frac{1}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7} \right) \frac{m^{12}}{\rho^{12}} \gamma^{11} + \left( \frac{1}{3^3 \cdot 5 \cdot 7} \right) \frac{c_2 m^{13}}{\rho^{13}} \gamma^{12} \right. \\ & \left. + \left( \frac{13}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^2} \right) \frac{c_2^2 m^{14}}{\rho^{14}} \gamma^{13} + \left( \frac{2}{3^4 \cdot 5 \cdot 7} \right) \frac{c_2^3 m^{15}}{\rho^{15}} \gamma^{14} + \left( \frac{1}{2^2 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7} \right) \frac{c_2^4 m^{16}}{\rho^{16}} \gamma^{15} \right\} K_4(\alpha \gamma) \\ & + n^{11/2} \left\{ \left( \frac{1}{2^2 \cdot 3^3 \cdot 7^2} \right) \frac{c_2^2 m^{13}}{\rho^{13}} \gamma^{12} - \left( \frac{5}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 7^2} \right) \frac{c_2^3 m^{14}}{\rho^{14}} \gamma^{13} \right. \\ & \left. - \left( \frac{1}{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7} \right) \frac{c_2^4 m^{15}}{\rho^{15}} \gamma^{14} - \left( \frac{1}{2 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7} \right) \frac{c_2^5 m^{16}}{\rho^{16}} \gamma^{15} \right\} K_5(\alpha \gamma) \\ & + n^5 \left\{ \left( \frac{1}{2^4 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7} \right) \frac{c_2^4 m^{14}}{\rho^{14}} \gamma^{13} + \left( \frac{1}{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7} \right) \frac{c_2^5 m^{15}}{\rho^{15}} \gamma^{14} + \left( \frac{1}{2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7} \right) \frac{c_2^6 m^{16}}{\rho^{16}} \gamma^{15} \right\} K_6(\alpha \gamma) \\ & - n^{9/2} \left\{ \left( \frac{1}{2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7} \right) \frac{c_2^6 m^{15}}{\rho^{15}} \gamma^{14} + \left( \frac{1}{2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^2} \right) \frac{c_2^7 m^{16}}{\rho^{16}} \gamma^{15} \right\} K_7(\alpha \gamma) \\ & \left. + n^4 \left( \frac{1}{2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7} \right) \frac{c_2^8 m^{15}}{\rho^{15}} \gamma^{15} K_8(\alpha \gamma) \right] \end{aligned} \quad (21)$$

$\Gamma(\cdot)$ 는 gamma function이다. [13, eq. (3.471.9)]  
를 사용해서  $Z_1$ 과  $Z_2$ 의 moment generating

functions (MGFs)를 각각 식 (16)와 식 (17)과 같  
이 구할 수 있다.  $K_\nu(\cdot)$ 는  $\nu$ -th order modified

$$f_{\theta}(\theta|\gamma) = \frac{1}{2\pi} e^{-\gamma \log_2 M} \left[ 1 + \cos \theta \sqrt{4\pi \log_2 M \gamma} e^{-\gamma \log_2 M \cos^2 \theta} \left( 1 - \frac{1}{2} \sqrt{\gamma \log_2 M \cos \theta} \right) \right] \quad (22)$$

$$\Pr \{ \theta \in [\theta_l, \theta_u] ; \rho \} = \int_0^{\infty} \int_{\theta_l}^{\theta_u} f_{\theta}(\theta|\gamma) f_{\gamma, AG}(\gamma) d\theta d\gamma \quad (23)$$

Bessel function이다.  $E_X(\cdot)$ 는  $X$ 에 대한 기대값을 의미한다.  $W = Z_1 + Z_2$ 일 때  $W$ 의 MGF를 식 (18)과 같이 구할 수 있다.

$N = n_i^S n_r^R = n_i^R n_r^D = 8$ ,  $\gamma_{AG}^{DCF} = \rho / (W \log_2 M)$ 이라 하고 [3, eqs. (31), (32)]과 Laplace transform의 미분 특성을 식 (19)에 적용하여 누적 분포 함수(cumulative distribution function, CDF)를 식 구할 수 있다. inverse Laplace transform  $L^{-1}\{\cdot\}$ 는 [14, eq. (13.2.20)]을 사용하여 식 (20)를 구할 수 있다. 식 (20)을 식 (19)에 삽입하여  $N=8$ 을 대입하여 식 (19)의 우변을 7번 미분하여  $F_{\gamma, AG}^{DCF}(\gamma)$ 을 구한다. 우변을 미분할 때 modified Bessel function의 도함수로써  $z \frac{d}{dz} K_{\nu}(z) + \nu K_{\nu}(z) = -z K_{\nu-1}(z)$  [13, eq. (8.486.12)]를 사용한다.  $\gamma_{AG}^{DCF}$ 의 확률 밀도 함수,  $f_{\gamma, AG}^{DCF}(\gamma)$ 를 식 (21)과 같이 구할 수 있다. 식 (21)에서  $m = \log_2 M$ ,  $c_2 = -(n_i^S R_c^S) / \beta_1 - (n_i^R R_c^R) / \beta_2$ ,  $n = (n_i^S R_c^S n_i^R R_c^R) / (\beta_1 \beta_2)$ 이다.

### 3.2 듀얼-홉 MIMO DCF 릴레이 시스템의 BER

$M$ -ary PSK의 BER 수식을 유도한다. SNR  $\gamma$ 일 때 수신 신호의 위상 (phase)  $\theta$ 의 확률 밀도 함수는 [15]에서 식 (22)과 같이 주어지며  $erfc(\cdot)$ 은 error function이며  $erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-y^2} dy$ 로 표기된다. 결정 구간  $[\theta_l, \theta_u]$ 내에서 수신 신호의 위상 (phase)  $\theta$ 에 대한 정확한 확률 값[16]은 식 (22)과 같이 주어진다.

수식 (21)과 (22)을 대입한 수식 (23)을 이용하여 다음과 같이  $M$ -ary PSK의 BER 수식을 구할 수 있다[16]. 여기서 각  $M$ -ary의 위상은  $\theta_j = [(2j-3)\pi/M, (2j-1)\pi/M]$ ,  $j = 1, \dots, M/2$ 이고  $e_j$ 는 결정 구간  $\theta_j$ 내에서 발생한 비트 에러의 수이다.

$$P_{DCF}^{M-PSK} = \frac{1}{\log_2 M} \sum_{j=1}^{M/2} e_j \Pr \{ \theta \in \theta_j ; \rho \} \quad (24)$$

## IV. 모의실험 결과

모의실험은 레일리(Rayleigh) 채널 환경에서  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ 라 가정한다. 송신국과 릴레이의 평균 송

신 SNR들은 동일하다고 가정한다. 아래의 모든 결과들은 송신국과 릴레이, 그리고 수신국의 안테나 개수에 따른  $M$ -ary PSK의 BER이다.

그림 1.은 릴레이의 서로 다른 이득을 적용하여 비교한 결과이다. AG(approximate relay gain)의 결과가 PG(power-scaled relay gain)의 결과와 거의 일치함을 확인할 수 있다.

그림 2.와 그림 3.은  $M$ -ary PSK일 때 MIMO DCF 릴레이 모의실험을 통해 얻은 평균 BER과 확률 밀도 함수를 통해 유도한 BER식에 의한 평균 BER이 일치함을 보여 준다. 송신단과 릴레이, 수신단의 안테나 개수 구성이 (1,8,1)과 (8,1,8)일 때와

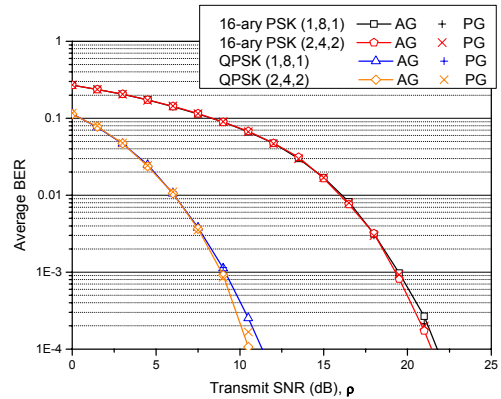


그림 1. Approximate relay gain과 Power-scaled relay gain의 MIMO DCF 릴레이의 평균 BER 비교

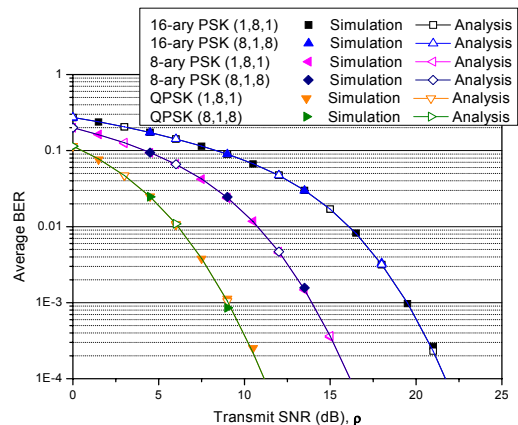


그림 2. (1,8,1)과 (8,1,8) 안테나 조합일 때 MIMO DCF 릴레이의 평균 BER

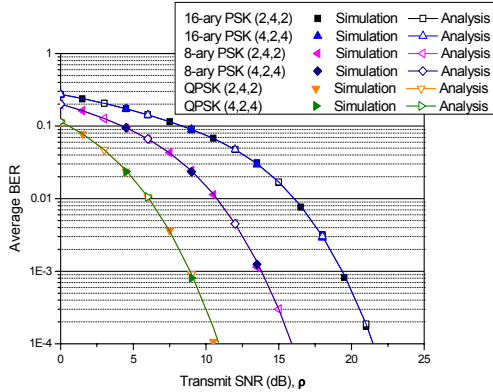


그림 3. (2,4,2)과 (4,2,4) 안테나 조합일 때 MIMO DCF 릴레이의 평균 BER

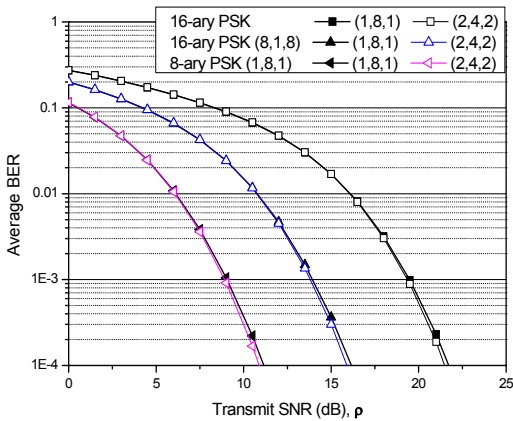


그림 4. (1,8,1)과 (2,4,2) 안테나 조합에 따른 MIMO DCF 릴레이의 평균 BER 비교

(2,4,2)와 (4,2,4)일 때의 평균 BER이 일치함을 확인할 수 있다. 이 결과는 각 송신 및 수신 안테나의 개수 구성 조합에 따라 동일한 평균 BER을 얻을 수 있음을 알려준다.

그림 4.는 높은 SNR일 경우 MIMO DCF 릴레이 시스템에서 (2,4,2)의 안테나 구성이 (1,8,1)의 안테나 구성보다 좋은 평균 BER을 얻을 수 있음을 보여주는 결과이다. 이를 통해 송신 신호가 송신 안테나에 끌고루 분포되어 전송할 때 송신국과 릴레이의 평균 송신 SNR이 높을수록 더 좋은 성능을 얻을 수 알 수 있다.

표 1.에서 MIMO DCF 릴레이 시스템의 총 안테나 개수 구성을 각각 비교해 보면 그림 2.에서는 (1,8,1) 안테나 조합이 (8,1,8)보다 더 적은 안테나를 사용하고 그림 3에서는 (2,4,2) 안테나 조합이 (4,2,4)보다 더 적은 안테나를 사용하기 때문에 우선 안테나 구성 (1,8,1)과 (2,4,2)이 경제적이다. 표

표 1. 안테나 조합에 따른 시스템 안테나 개수

$(n_t^S, n_t^R = n_r^R, n_r^D)$	시스템 총 안테나 개수
(1, 8, 1)	10 개
(8, 1, 8)	17 개
(2, 4, 2)	8 개
(4, 2, 4)	10 개

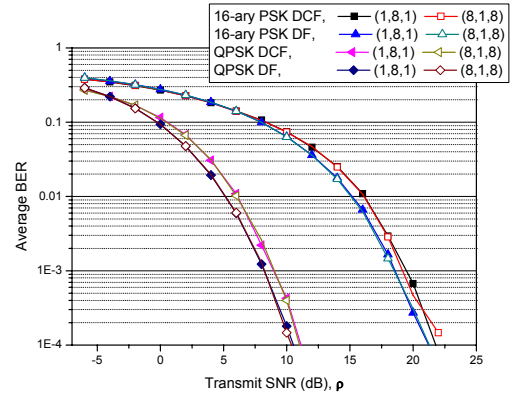


그림 5. 릴레이 안테나 조합이 (1,8,1), (8,1,8)일 때 MIMO DCF 릴레이와 DF 릴레이의 평균 BER 비교

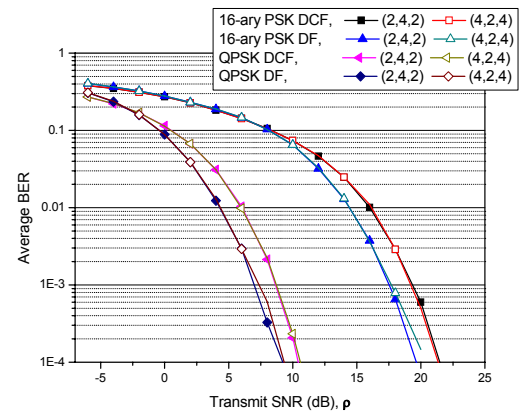


그림 6. 릴레이 안테나 조합이 (2,4,2), (4,2,4)일 때 MIMO DCF 릴레이와 DF 릴레이의 평균 BER 비교

1.에서 확인할 수 있는 바와 같이 안테나 구성 (1,8,1)과 (2,4,2) 중에서 (2,4,2) 안테나 조합이 4가지 안테나 조합 중 듀얼 홉 MIMO 릴레이 시스템에서 가장 적은 안테나 개수임과 동시에 가장 좋은 평균 BER을 얻을 수 있다.

그림 5.와 6.은 MIMO DCF와 DF 릴레이의 BER 성능을 비교한 결과이다. 정상도가 높아질수록 DF 릴레이의 BER 성능과 같은 BER 성능을 보이는 DCF 릴레이의 전송 SNR 구간이 낮은 SNR 구간에서부터 커진다. QPSK의 경우 -2dB 전송 SNR 구간까지 DCF 릴레이와 DF 릴레이의 BER 성능이

같지만 16-ary PSK일 때는 10dB까지 DCF 릴레이는 DF 릴레이와 같은 BER 성능을 보인다. 낮은 SNR 구간에서는 디코딩을 한 후에 전송하는 복잡한 DF 릴레이보다 DCF 릴레이를 사용하는 것이 시스템의 구축하는데 더 경제적이다.

## V. 결 론

본 논문에서는 디커플 후 전달(DCF) 전송 방식을 송신국과 릴레이와 수신국에서 더 많은 안테나 개수를 적용한 MIMO 릴레이 시스템에 적용하였다. 송신단과 릴레이 송신 안테나 4개 조합을 위한 확률 밀도 함수(PDF)를 구하고 이 확률 밀도 함수를 사용하여 정확한 end-to-end BER를 유도하였다. M-ary PSK일 때 MIMO DCF 릴레이 시스템의 모의 실험을 통해 얻은 평균 BER과 확률 밀도 함수를 통해 유도한 BER식에 의한 평균 BER이 서로 일치함을 보였다. 제안한 MIMO DCF 릴레이 시스템과 매우 복잡한 DF 릴레이를 비교하여 신호 대비 잡음전력이 클수록 DCF 릴레이는 DF와 비슷한 성능을 보이며, DCF 릴레이 시스템을 썼을 때 공간 다이버시티를 얻을 수 있음을 확인하였다.

## 참 고 문 헌

[1] H. Jafarkhani, *Space-time coding*, Cambridge Univ. Press, 2005.

[2] 김영일, 신정채, 조호신, 안지환, 황승구, "IEEE 802.16 MMR 동향," 한국전자통신연구원 전자통신동향분석, 제21권 3호, pp.91-99, Jun. 2006.

[3] M. O. Hasna and M.-S. Alouini, "End-to-end performance of transmission systems with relays over rayleigh-fading channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, Vol.2, No.6, pp.1126-1131, Nov. 2003.

[4] M. O. Hasna and M.-S. Alouini, "A performance study of dual-hop transmissions with fixed gain relays," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, Vol.3, No.6, pp.1963-1968, Nov. 2004.

[5] J. N. Laneman, D. N. C. Tse, and G. W. Wornell, "Cooperative diversity in wireless networks: efficient protocols and outage behavior," *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol.50, No.12, pp.3062-3080, Dec. 2004.

[6] S. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, Vol.16, No.8, pp. 1451-1458, Aug. 1998.

[7] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time block codes from orthogonal designs," *IEEE Trans. Inform. Theory*, Vol.45, No.5, pp.1456-1467, Jul. 1999.

[8] I.-H. Lee and D. Kim, "End-to-end BER analysis for dual-hop OSTBC transmissions over Rayleigh fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, Vol.56, No.3, pp.347-351, Mar. 2008.

[9] I.-H. Lee and D. Kim, "Coverage extension and power allocation in dual-hop space-time transmission with multiple antennas in each node," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, Vol.56, No.6, pp.3524-3532, Nov. 2007.

[10] I.-H. Lee and D. Kim, "Decouple-and-forward relaying for dual-hop alamouti transmissions," *IEEE Commun. Lett.*, Vol.12, No.2, pp.97-99, Feb. 2008.

[11] O. Tirkkonen and A. Hottinen, "Square matrix embeddable space-time block codes for complex signal constellations," *IEEE Trans. Inform. Theory*, Vol.48, No.2, pp.384-395, Feb. 2002.

[12] X. Li, T. Luo, G. Yue, and C. Yin, "A squaring method to simplify the decoding of orthogonal space-time block codes," *IEEE Trans. Commun.*, Vol.49, No.10, pp.1700-1703, Oct. 2001.

[13] I. S. Gradshteyn and I.M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, 6<sup>th</sup> ed., Academic Press, 2000.

[14] G. E. Roberts and H. Kaufman, *Table of Laplace Transforms*, Saunders, 1966.

[15] J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, 1995.

[16] I.-M. Kim, "Exact BER analysis of OSTBCs in spatially correlated MIMO channels," *IEEE Trans. Commun.*, Vol.54, No.8, pp.1365-1373, Aug. 2006.



이 재 훈 (Jae-Hoon Lee)

준회원



2006년 2월 한양대학교 전자컴퓨터공학부 졸업

2007년 2월~현재 한양대학교 전자전기제어계측공학과 석사과정

<관심분야> Cooperative system, OSTBC

김 동 우 (Dongwoo Kim)

정회원



1994년 8월 한국과학기술원 공학박사

1994년 7월~2000년 2월 신세기통신 R&D 센터 선임과장

2000년 3월~2004년 4월 한양대학교 전자컴퓨터공학부 조교수

2004년 3월~현재 한양대학교 전자컴퓨터공학부 부교수

<관심분야> Multi-user MIMO, Cognitive radio transmission