

# 여러 사용자 양방향 통신을 위한 MMSE-기반 중계 기법

정회원 정진곤\*

## MMSE-Based Relaying Method for Multiuser Bidirectional Communications

Jingon Joung\* *Regular Member*

### 요약

본 논문에서는 평균제곱오차(mean-square-error)를 최소화하며, 여러 사용자 양방향 통신(bidirectional communications)을 지원하는, 증폭-후-전달(amplify-and-forward) 중계기의 송수신 기중치 행렬을 제안한다. 또한, 시스템 전송량을 최대화하는 각 사용자 빔포밍(beamforming) 벡터를 설계한다. 모의실험을 통해 제안한 중계기 기중치로 여러 사용자간 상호채널간섭(co-channel interference)과 양방향 통신에서 발생하는 자기간섭(self-interference)을 효과적으로 줄일 수 있음을 보이고, 또한, 제안한 빔포밍 방식이 공간 다중화(spatial multiplexing) 방식에 비해 증폭-후-전달 중계기 양방향 통신에 적합함을 확인하였다.

**Key Words** : MMSE, amplify-and-forward relay, multiuser, bidirectional communications

### ABSTRACT

In this paper, minimum mean-square-error (MMSE)-based transceiver processing of a bidirectional amplify-and-forward (AF) relay having multiple antennas is proposed. Besides, the optimal beamforming vectors of users are designed in the sense of the sum rate maximization. Simulation results show that the proposed relay processing can effectively reduce both co-channel interferences and self-interferences and that the proposed beamforming method is proper to the bidirectional communication employing the AF relay.

### I. 서론

최근, 통신 거리 증대와 통신 품질 향상을 피하는 다양한 중계(relay) 시스템의 효율적 스펙트럼 사용을 위한 양방향(bidirectional 또는 two-way) 통신이 제안되었다<sup>[1]-[3]</sup>. 이는 두 사용자 노드가 두 단계를 통해 정보를 교환하는 프로토콜로써, 두 사용자 노드가 중계기로 각자의 데이터를 동시에 송신하는 다중사용자접속(multiple access) 단계와, 중계기가 중첩된 두 사용자 신호를 두 사용자에게 재전송 하는 방송(broadcasting) 단계로 이루어진다. 각 사용자 자신은 이전 단계에 중계기로 전송한 정보를 이미 알고 있기 때문에, 중계기를 통해 되돌아온 자신의 정보로 인해 발생하는 자기

간섭(self-interference: SI)을 제거하고, 상대방이 전송한 정보만을 획득 할 수 있다<sup>[1]</sup>. 한편, [2]와 [3]에서는 복호-후-전달(decode-and-forward) 방식 중계 시스템에 코드분할접속방식(code division multiple access: CDMA)과 공간분할접속방식(space division multiple access: SDMA)을 도입해, 두 사용자 양방향 통신을 여러 사용자 양방향 통신으로 확장하였다.

본 논문에서는 복호-후-전달 방식이 아닌, [1]에 도입된 증폭-후-전달(amplify-and-forward) 방식 중계기에 다중 안테나를 쓴 SDMA 기반 여러 사용자 양방향 통신을 제안한다. SDMA를 위해 중계기는 채널 정보를 알아야 하며, 이는 사용자간 직교 성질을 갖는 훈련(training) 신호를 사용해 통신 첫 단계에서 추정

\* 캘리포니아대학(University of California Los Angeles: UCLA), 적응시스템 연구실(jgjoung@ee.ucla.edu)

논문번호 : KICS2009-02-058, 접수일자 : 2009년 2월 16일, 최종논문접수일자 : 2009년 4월 1일

할 수 있다고 가정한다. 때문에, 채널 정보 획득을 위한 추가적 자원은 사용자 수에 따라 증가한다. 본 논문에서는 완벽한 채널 정보를 가정하고, 시스템 성능 향상 방법을 다룬다. SDMA 방식은 잡음이 없는 높은 SNR 환경에서 사용자간 상호채널간섭(co-channel interference: CCI) 없이 여러 사용자 채널을 단일 사용자 신호로 분해할 수 있으며, 이때 빔포밍을 통해 시스템 전송량 측면에서 최적 성능을 얻을 수 있다. 하지만, 실제 중계기 잡음은 중계 시스템 성능에 큰 영향을 준다. 이를 고려하여, 본 논문에서는 모든 사용자의 평균제곱오차(mean-squared-error: MSE)를 최소화하는 SDMA 기반 중계기 송수신 처리행렬을 설계하고, 이와 더불어 시스템 용량 한계를 최대화 하는 사용자 빔포밍 벡터를 제안한다. 모의실험을 통해 제안한 중계기 송수신 처리가 자기간섭과 상호채널간섭을 효과적으로 줄일 수 있음을 보이고, 제안한 빔포밍 방식이 공간 다중화(spatial multiplexing) 방식에 비해 양방향 통신에 적합함을 확인하였다.

본 논문에서는 다음과 같은 표기를 사용하였다:  $tr(\cdot)$ ,  $(\cdot)^T$ ,  $(\cdot)^H$ ,  $(\cdot)^*$ ,  $(\cdot)^{-1}$ 은 각각 행렬 또는 벡터의 trace, transposition, complex conjugate transposition, conjugate, inversion을 나타내고;  $\|w\|$ ,  $\|W\|_F$ 는 각각 벡터  $w$ 의 2-놈, 행렬  $W$ 의 Frobenius-놈을 나타내며;  $E\{\cdot}$ 는 확률변수의 평균을 나타내고;  $I_w$ 는  $w$ 크기의 단위행렬을,  $0_w$ 는  $w$ 크기의 영벡터를 나타낸다.

## II. 여러 사용자 시스템 모델

그림 1은  $2K$ -사용자 양방향 중계 시스템 모델을 나타낸다.  $2K$ -사용자는 두 명씩 짝을 이루어 양방향 통신을 한다. 즉,  $(2k-1)$ 째 사용자와  $(2k)$ 째 사용자 사이에 정보 교환을 가정한다 ( $k=1, \dots, K$ ). 각 사용자는  $N$ 개 안테나를, 중계기는  $M$ 개 안테나를 갖고 있다. 따라서,  $k$ 째 사용자와 중계기 사이 채널을 행렬  $H_k \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 로 나타낸다.  $H_k$ 는 평균이 0이고 분산이 1인 independently identically distributed (i.i.d.) Gaussian 확률 변수를 원소로 갖는다. Shadowing 이나 large scale fading에 따른 경로 손실(path loss)은 수신단의 잡음분산에 반영한다. 첫 단계로, 모든 사용자는 자신의 정보 심볼  $d_k$ 에 송신 빔포밍 벡터  $a_k \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 를 곱해,  $s_k = a_k d_k \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 를 중계기로 동시에 송신한다. 여기서 사용자 송신 전력 제약으로써,  $a_k^H a_k = 1, \forall k$  이라고 가정한다. 이때, 중계기 수신 신호 벡터  $r \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 은 다음

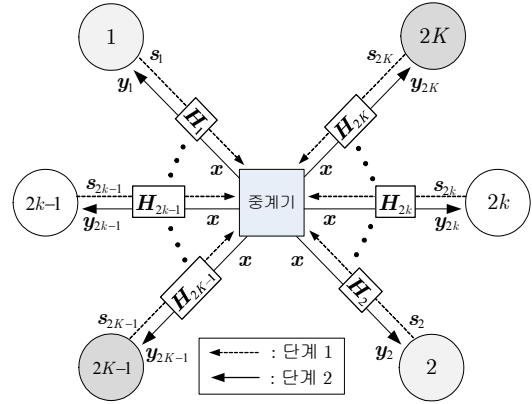


그림 1. 여러 사용자 증폭-후전달 양방향 통신 시스템 모델과 같이 나타낼 수 있다.

$$r = HAd + n_s = [H_1 \dots H_{2K}] \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{2K} \end{bmatrix} + n_s \quad (1)$$

여기서,  $n_s \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 는 평균이 0인 덧셈잡음(Additive White Gaussian Noise: AWGN) 벡터이고,  $E n_s n_s^H = \sigma_{n_s}^2 I_M$ 을 만족한다. 둘째 단계로, 중계기는 수신 신호에 가중치 행렬  $F \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 를 곱해 재전송 신호  $x = Fr \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 를 만들고, 이를 모든 사용자에게 방송한다. 이때,  $k$ 째 사용자는 자신의 채널  $H_k$ 를 통해 수신한 벡터 신호  $y_k \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 에 수신 빔포밍 벡터  $b_k^H \in \mathbb{C}^{1 \times N}$ 를 곱해  $\bar{d} = b_k^H (H_k^T x + n_{x,k})$ 를 얻는다. 여기서,  $n_{x,k} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 는  $k$ 째 사용자에게 AWGN 벡터이다. 한편, 양방향 통신 채널 대칭성에 따라 중계기로부터 사용자로의 채널이  $H_k^T$ 가 되었음에 주목해야 한다. 이러한 사실로부터, 수신 빔포밍과 송신 빔포밍 역시 대칭성을 갖도록, 즉  $b_k^H = a_k^T, \forall k$ , 와 같이 설계한다. 여러 사용자 수신신호를 벡터  $\bar{d} = [\bar{d}_1 \dots \bar{d}_{2K}]^T$ 로, 여러 사용자 잡음을 벡터  $n_x = [n_{x,1}^T \dots n_{x,2K}^T]^T$ 로 나타내면, 다음과 같이 여러 사용자 신호 모델을 쓸 수 있다:

$$\bar{d} = A^T (H^T F (HAd + n_s) + n_x^T) \quad (2)$$

각 사용자는 유효채널(effective channel)에 대한 영향을 없애기 위한 등화(equalization) 과정으로  $q_k^{-1}$ 를 곱하여 전송 신호에 대한 추정값  $\hat{d}_k = q_k^{-1} \bar{d}$ 를 얻는다. 이후에 보일 등화기는 시스템 성능에 영향을 주지 않음

므로, 중계기의 송수신 가중치 행렬  $\mathbf{F}$ 의 최적화 과정에서 생략한다.

### III. 여러 사용자 양방향 중계 가중치 행렬 $\mathbf{F}$ 설계

빔포밍  $\mathbf{A}$ 가 주어지고, 중계기의 송신 전력이  $P_R$ 로 제약되어 있을 때, 다음과 같은 최소 MSE (minimum MSE: MMSE) 최적화 문제를 세울 수 있다:

$$\operatorname{argmin}_{\{\mathbf{F}\}} E\|\mathbf{P}\mathbf{d}-\beta^{-1}\bar{\mathbf{d}}\|_2^2 \quad s.t. \quad E\|\mathbf{F}\mathbf{r}\|_2^2 \leq P_R \quad (3)$$

여기서 양의 실수 등화기 상수  $\beta$ 는 단편꼴의 최적화해를 구하는 과정에 사용되며, 각 사용자 짝의 데이터 교환을 위한 블록 대각 치환 행렬  $\mathbf{P}$ 는 다음과 같다:

$$\mathbf{P} \equiv \text{blockdiag}\left\{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right\} \in \mathbb{R}^{2K \times 2K}$$

최적화 문제 (3)은 Lagrange 변수  $\lambda$ 를 써, 다음과 같이 제약이 없는 최적화 문제로 바꿀 수 있다:

$$\operatorname{argmin}_{\{\mathbf{F}, \lambda\}} \underbrace{E\|\mathbf{P}\mathbf{d}-\beta^{-1}\bar{\mathbf{d}}\|_2^2 + \lambda(E\|\mathbf{F}\mathbf{r}\|_2^2 - P_R)}_J \quad (4)$$

이때, 부등식 제약으로  $0 \leq \lambda \in \mathbb{R}$ 이다. 식 (1)과 (2)를 써 (4)에 비용함수  $J$ 를 다음과 같이 정리할 수 있다:

$$\begin{aligned} J = & 2\sigma_d^2 K - \beta^{-1}\sigma_d^2 \operatorname{tr}(\mathbf{P}\mathbf{A}^T \mathbf{H}^T \mathbf{F} \mathbf{H} \mathbf{A}) \\ & - \beta^{-1}\sigma_d^2 \operatorname{tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{H}^H \mathbf{F}^H \mathbf{H} \mathbf{A}^* \mathbf{P}) \\ & + \beta^{-2}\sigma_d^2 \operatorname{tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{H}^H \mathbf{F} \mathbf{H} \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{H}^T \mathbf{F} \mathbf{H} \mathbf{A}) \\ & + \beta^{-2}\sigma_n^2 \operatorname{tr}(\mathbf{F}^H \mathbf{H} \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{H}^T \mathbf{F}) + \beta^{-2}\sigma_n^2 \operatorname{tr}(\mathbf{A}^* \mathbf{A}^T) \\ & + \lambda(\sigma_d^2 \operatorname{tr}(\mathbf{A} \mathbf{H}^H \mathbf{F}^H \mathbf{F} \mathbf{H} \mathbf{A}) + \sigma_n^2 \operatorname{tr}(\mathbf{F}^H \mathbf{F}) - P_R). \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)에 Lagrange 비용함수  $J$  유도 과정에서 데이터 심볼과 채널 및 잡음은 서로 독립이라고 가정하였다. 이제 MSE-기반 최적 가중치 행렬  $\mathbf{F}$ 를 얻기 위해 Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 조건<sup>[4]</sup>을 구한다. 우선, 복소 행렬에 대한 미분과 여러 선형 대수 기법들을 사용하여<sup>[5]</sup>,  $\mathbf{F}$ 에 대한  $J$ 의 미분식을 구한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{F}} = & -\beta^{-1}\sigma_d^2 \mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{P}^T \mathbf{H}^T \\ & + \beta^{-2}\sigma_d^2 \mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{A}^H \mathbf{H}^H \mathbf{F}^H \mathbf{H} \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{H}^T \\ & + \beta^{-2}\sigma_n^2 \mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{A}^H \mathbf{H}^H \mathbf{F}^* \\ & + \lambda(\sigma_d^2 (\mathbf{F}^* \mathbf{H} \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{H}^T) + \sigma_n^2 \mathbf{F}^*). \end{aligned} \quad (6)$$

다음으로, 식 (6)을  $M$  크기의 영행렬로 두고,  $\mathbf{F}$ 에 대한 방정식의 일반해 가운데 최소 Frobenius-놈을 갖는

해 (7)을 얻는다.

$$\begin{aligned} \mathbf{F} = & \beta \sigma_d^2 (\mathbf{H}^* \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{H}^T + \lambda \beta^2 \mathbf{I}_M)^{-1} \\ & \times \mathbf{H}^* \mathbf{A}^* \mathbf{P} \mathbf{A}^H \mathbf{H}^* (\sigma_d^2 \mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{A}^H \mathbf{H}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M)^{-1} \end{aligned} \quad (7)$$

또한,  $\lambda$ 에 대한 (5)의 미분식을 0으로 두어 다음 방정식을 얻는다:

$$\sigma_d^2 \operatorname{tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{H}^H \mathbf{F}^H \mathbf{F} \mathbf{H} \mathbf{A}) + \sigma_n^2 \operatorname{tr}(\mathbf{F}^H \mathbf{F}) = P_R \quad (8)$$

다음으로, (7)에서 구한 최적 중계기 송수신 처리 행렬을 얻기 위해, 송신 전력 제약 (8)을 만족하는 Lagrange 변수  $\lambda$ 를 구해야 한다. 이를 위해 [6]의 최적화 방법에 따라, (7)에  $\lambda \beta^2$ 를  $\xi$ 로 치환하고, (9)를 정의한다.

$$\mathbf{F} = \beta \bar{\mathbf{F}}(\xi) \equiv \beta (\sigma_d^2 \bar{\Phi}^{-1} \Pi \Omega^{-1}) \quad (9)$$

여기서

$$\begin{aligned} \bar{\Phi} & = \mathbf{H}^* \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{H}^T + \xi \mathbf{I}_M \\ \Pi & = \mathbf{H}^* \mathbf{A}^* \mathbf{P} \mathbf{A}^H \mathbf{H}^* \\ \Omega & = \sigma_d^2 \mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{A}^H \mathbf{H}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M. \end{aligned} \quad (10)$$

다음으로, 식 (9)를 (8)에 넣어,  $\beta$ 를 얻는다:

$$\beta = \sigma_d^{-2} P_R^{1/2} \operatorname{tr}^{-1/2}(\Pi^H \bar{\Phi}^{-2} \Pi \Omega^{-1}) \quad (11)$$

이제, (9)와 (11)을 사용해 최적화 문제 (4)를 다음과 같이 새로 정의한다:

$$\operatorname{argmin}_{\{\xi\}} \zeta(\xi) \quad (12)$$

여기서

$$\begin{aligned} \zeta(\xi) = & E\|\mathbf{P}\mathbf{d}-\mathbf{A}^T \mathbf{H}^T \bar{\mathbf{F}}(\xi) \mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{d}-\mathbf{A}^T \mathbf{H}^T \bar{\mathbf{F}}(\xi) \mathbf{n}_s \\ & - \sigma_d^2 P_R^{-1/2} \operatorname{tr}^{1/2}(\Pi^H \bar{\Phi}^{-2} \Pi \Omega^{-1}) \mathbf{A}^T \mathbf{n}_x\|_2^2. \end{aligned} \quad (13)$$

새로 정의된 비용함수  $\zeta(\xi)$ 를 trace 함수 성질을 써 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$\begin{aligned} \zeta(\xi) = & 2\sigma_d^2 K - 2\sigma_d^4 \operatorname{tr}(\bar{\Phi}^{-1} \Pi \Omega^{-1} \Pi) \\ & + \sigma_d^4 \operatorname{tr}(\bar{\Phi}^{-2} \Pi \Omega^{-2} \Pi^H \mathbf{H}^* \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{H}^T) \\ & + \sigma_d^6 \operatorname{tr}(\bar{\Phi}^{-2} \Pi \Omega^{-1} \mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{A}^H \mathbf{H}^H \Omega^{-1} \Pi^H \mathbf{H}^* \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{H}^T) \\ & + 2\sigma_d^4 \sigma_n^2 P_R^{-1} K \operatorname{tr}(\bar{\Phi}^{-2} \Pi \Omega^{-1} \Pi^H) \end{aligned} \quad (14)$$

식 (14)는  $\xi$ 에 대해 convex 또는 stict-quasi convex이므로, 이를  $\xi$ 에 대해 미분한 뒤, (10)과 trace 함수 성

질을 써 (15)와 같이 정리하고,

$$\frac{\partial \zeta(\xi)}{\partial \xi} = 2\sigma_d^4 (\xi - 2\sigma_{n_x}^2 P_R^{-1} K) \text{tr}(\Phi^{-3} \Pi \Omega^{-1} \Pi^H) \quad (15)$$

식 (15)를 0으로 하는  $\xi$ 로부터 다음과 같이 (12)를 최적화 하는  $\xi_0$ 를 찾을 수 있다.

$$\xi_0 = 2\sigma_{n_x}^2 P_R^{-1} K \quad (16)$$

결국, Lagrange 변수  $\lambda$ 를 직접 구하지 않고, (9)–(11), (16)으로부터 (17)에 최적 중계기 송수신 가중치 행렬  $F$ 를 얻는다.

$$F = P_R^{1/2} \Phi^{-1} \Pi \Omega^{-1} (\text{tr}(\Pi^H \Phi^{-2} \Pi \Omega^{-1}))^{-1/2} \quad (17)$$

#### IV. 빔포밍 벡터 $a_k$ 설계

본 장에서는, 먼저 SNR이 매우 크다는 가정 아래, 제한한 MMSE 기반 여러 사용자 양방향 중계 시스템의 용량을 분석한다. 다음으로, 시스템 용량의 상한을 최대화하여 시스템 용량 증대를 꾀하는 빔포밍 벡터를 설계한다. 높은 SNR 환경에서 즉,  $\sigma_{n_x}^2 \simeq \sigma_{n_z}^2 \simeq 0$ 일 때, (16)에  $\xi_0 = 0$  이고,  $\lambda = \xi \sigma^{-2} = 0$ 이 된다. 이때, (17)에 중계 가중치 행렬을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$F = \alpha (\mathbf{H} \mathbf{A}^* \mathbf{A}^T \mathbf{H}^T)^{-1} \mathbf{H}^* \mathbf{P} \mathbf{A}^H \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{H}^H)^{-1} \quad (18)$$

여기서,  $\alpha = P_R^{1/2} \sigma_d^{-1} (\text{tr}((\mathbf{A}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{A}^*)^{-1}))^{-1/2}$ 이다. 식 (18)로부터, 모든 사용자에 유효채널이  $\alpha$ 임을 알 수 있고, 이로써 등화기를 통한 여러 사용자 추정 신호를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\mathbf{d}} = \alpha^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{H}^T \mathbf{F} \mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{d} + \mathbf{A}^T \mathbf{H}^T \mathbf{F} \mathbf{n}_s + \mathbf{A}^T \mathbf{n}_z). \quad (19)$$

식 (19)로부터 (20)에 시스템 SNR을 정의한다.

$$\text{SNR} = \frac{E \|\alpha^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{H}^T \mathbf{F} \mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{d}\|^2}{E \|\alpha^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{H}^T \mathbf{F} \mathbf{n}_s + \alpha^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{n}_z\|^2}. \quad (20)$$

먼저,  $\alpha$ 를 써, (20)의 분자를 정리하면,

$$E \|\alpha^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{H}^T \mathbf{F} \mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{d}\|^2 = E \|\mathbf{P} \mathbf{d}\|^2 = 2K\sigma_d^2 \quad (21)$$

이 되고, 분모를 정리하면,

$$\begin{aligned} E \|\alpha^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{H}^T \mathbf{F} \mathbf{n}_s + \alpha^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{n}_z\|^2 &= E \|\mathbf{P} \mathbf{A}^H \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{H}^H)^{-1} \mathbf{n}_s + \alpha^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{n}_z\|^2 \\ &= \sigma_{n_s}^2 \text{tr}((\mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{H}^H)^{-1}) \\ &\quad + 2K P_R^{-1} \sigma_d^2 \sigma_{n_z}^2 \text{tr}((\mathbf{A}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H}^* \mathbf{A}^*)^{-1}). \end{aligned} \quad (22)$$

이 된다. 이제, 식 (20)–(22)로부터, 아래와 같이 시스템 SNR을 간단히 나타낼 수 있다.

$$\text{SNR} = \frac{2K\sigma_d^2 P_R}{\mu(\sigma_{n_s}^2 P_R + 2K\sigma_d^2 \sigma_{n_z}^2)} = \frac{P_U P_R}{\mu(\sigma_{n_s}^2 P_R + \sigma_{n_z}^2 P_U)} \quad (23)$$

여기서,  $\mu = \text{tr}((\mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{H}^H)^{-1})$  이고, 전체 사용자 송신 전력  $P_U = 2K\sigma_d^2$ 이다. 양방향 통신은 두 단계에 두 사용자가 정보를 교환하기 때문에, 중계기가 없는 직접 통신 용량식<sup>[7]</sup>으로부터, (24)와 같이 시스템 전송량을 정의할 수 있다.

$$R = 2KE(\log_2(1 + \text{SNR})) \quad (24)$$

여기서, 시스템 SNR (23)은 여러 사용자 SNR을 사용자에 대해 평균한 것이므로, 합 전송량을 얻기 위해  $2K$ 배가 되었다. 이제, 시스템 전송량 (24)의 상한을 유도한다.

$$\begin{aligned} 2KE(\log_2(1 + \text{SNR})) &\simeq 2KE(\log_2(\text{SNR})) \\ &\leq 2K \log_2 E(\text{SNR}) \\ &= 2K \log_2 E\left(\frac{P_U P_R}{\mu(\sigma_{n_s}^2 P_R + \sigma_{n_z}^2 P_U)}\right) \\ &\simeq 2K \log_2 \frac{P_U P_R}{E(\mu)(\sigma_{n_s}^2 P_R + \sigma_{n_z}^2 P_U)} \equiv \log_2 \frac{c}{E(\mu)} \end{aligned} \quad (25)$$

관계식 (25)에 첫째 근사치는  $\text{SNR} \gg 1$ 로부터 온 것이며; 부등식은 log함수의 concavity를 이용한, Jensen 부등식<sup>[8]</sup>  $E(\log x) \leq \log E(x)$ 에 근거하고; 둘째 근사는 조건  $\sigma_{n_s}^2 \simeq \sigma_{n_z}^2 \simeq 0$ 로부터,  $x$ 가 매우 클 때, log함수의 절대(strict) concavity가 사라진다는 조건으로부터 얻을 수 있으며;  $c$ 는  $\mu$ 에 독립인 상수항이다. 부등식 (25)로부터 더 나아가 다음과 같이 시스템 용량 상한을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \log_2 \frac{c}{E(\mu)} &= \log_2 c - \log_2 E\left(\sum_{k=1}^{2K} (\lambda_k^{-1})\right) \\ &= \log_2 c - \log_2 E(2KE(\lambda_k^{-1})) \\ &\leq \log_2 c - \log_2 E(2KE^{-1}(\lambda_k)) \\ &= \log_2 c (2K)^{-2} E\left(\sum_{k=1}^{2K} \lambda_k\right) \\ &= \log_2 c (2K)^{-2} E(\text{tr}(\mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{H}^H)) \\ &= \log_2 c (2K)^{-2} E\left(\sum_{k=1}^{2K} \mathbf{a}_k^H \mathbf{H}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{a}_k\right) \end{aligned} \quad (26)$$

여기서,  $\lambda_k$ 는 행렬 ( $\mathbf{H}\mathbf{A}\mathbf{A}^H\mathbf{H}^H$ )의  $k$ 째 고유값(eigen value)이고, 부등식은  $1/x$  함수의 convexity를 이용한 Jensen 부등식  $E(x^{-1}) \geq E^{-1}(x)$ 를 따른다. 결국, 시스템 용량 (24)의 상한을 최대화하는 빔포밍 벡터  $\{\mathbf{a}_k\}$ 를 얻는, 최적화 문제는 다음과 같다.

$$\max_{\{\mathbf{a}_k\}} \left( E \left( \sum_{k=1}^{2K} \mathbf{a}_k^H \mathbf{H}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{a}_k \right) \right), \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{a}_k^H \mathbf{a}_k = 1, \quad \forall k. \quad (27)$$

이때, (27)에 비용함수는  $k$  각각에 대해  $\mathbf{a}_k^H \mathbf{H}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{a}_k$ 가 최대일 때 최적화된다. 따라서,  $\mathbf{a}_k$ 가  $\mathbf{H}_k$ 의 가장 큰 특이값 (singular value)에 해당하는 특이치벡터(singular vector)일 때,  $\mathbf{a}_k^H \mathbf{H}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{a}_k$ 가 최대값을 갖는다는 것은 자명하다. 이는 중계기를 사용하지 않는 기존 점-대-점 (point-to-point) 통신에서의 eigen 빔포밍이 최적으로 알려진 바<sup>[9]</sup>와 동일한 결과이며, 이는 높은 SNR 가정 아래 SDMA 방식에 의해 여러 양방향 사용자가 독립인 양방향 사용자들로 나뉜다는 점에 비추어 타당한 결과라 할 수 있다.

### V. 모의실험 결과 및 분석

이 장에서는 모의실험을 통해 제안한 시스템의 성능을 알아본다. 먼저, 각 사용자 전력 제약이 완벽하여 중계기에 수신되는 사용자별 전력은 동일하다고 가정한다. 이로써, 사용자 수로 평균한 BER을 ‘시스템 BER’이라 정의하고, 이를 기준으로 시스템 성능을 평가할 수 있다. 이때, 중계기와 사용자 수신 SNR을 각각  $SNR_{RU} \equiv P_U \sigma_{n_s}^{-2}$  과  $SNR_{UR} \equiv P_R \sigma_{n_r}^{-2}$ 로 정의한다. 각 사용자 채널은 중계기 송수신 단계 동안 변하지 않

고, 매 프레임 마다 독립적으로 변한다고 가정하였다. 모든 결과는 사용자당 100개 심볼로 이루어진 프레임  $10^5$  개를 생성하여 평균한 결과이다.

그림 2에서는 제한한 빔포밍 양방향 중계 시스템을 [1]의 공간 다중화 시스템과 비교하였다. 공간 다중화는 두 사용자가 각각  $N$ 개 안테나를 써 각각  $N$ 개 심볼을 양방향 통신으로 교환한다. 이때, (1)에 각 사용자의 송신 심볼 벡터  $\mathbf{a}_k d_k$ 는 서로 독립인 공간 다중화한  $N$ 개 심볼로 생각할 수 있다. 따라서 (17)로부터 공간 다중화를 위한 중계기 송수신 가중치 행렬을 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>[1]</sup>:

$$\mathbf{F} = \eta \sigma_d^2 (\mathbf{H}^H \mathbf{H}^T + \sigma_{n_s}^2 \mathbf{I}_{2K})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{P} \mathbf{H} (\sigma_d^2 \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \sigma_{n_r}^2 \mathbf{I}_M)^{-1},$$

여기서  $\eta$ 는 (3)에 중계기 송신 전력 제약을 만족하는 전력제약 상수이다. 전체 사용자를 둘로 제약하고 ( $2K=2$ ), 사용자 안테나 수  $N$ 에 따라 중계기 안테나 수  $M$ 을  $2N$ 으로 두었다. 또한, 공정한 비교를 위해, 두 시스템의 심볼 전송 시간당 전송 데이터양을 같도록 하였다. 즉, 공간 다중화의 경우 BPSK 변조만을 사용하였으나, 빔포밍의 경우  $N=1$ 에서 BPSK 변조를,  $N=2$ 에서는 QPSK 변조를,  $N=4$ 에서는 16QAM을 사용하였다. 그 결과, 예상한 바와 같이 사용자의 송신 안테나가 하나일 때, 즉, 공간 다중화나 빔포밍이 없는 경우, 두 시스템의 성능이 거의 동일함을 볼 수 있었다. 그러나, 사용자 안테나 수  $N$ 이 증가함에 따라 두 시스템의 성능 차가 크게 증가하였다. 이는 증폭 후 전달 중계기를 사용한 양방향 통신이라는 간섭 제약 시스템에서, 공간 다중화로 인한 간섭이 크게 증가하였기 때문이다. 한편, 두 시스템 모두  $SNR_{RU}$ 를 제

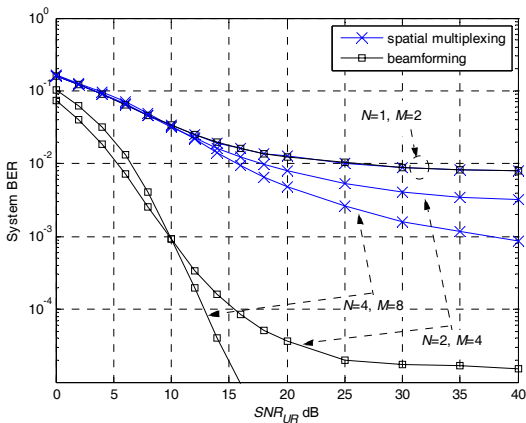


그림 2.  $SNR_{RU} = 15$  dB일 때, 공간 다중화 방식과 제한한 빔포밍 방식에 시스템 BER 성능 비교.

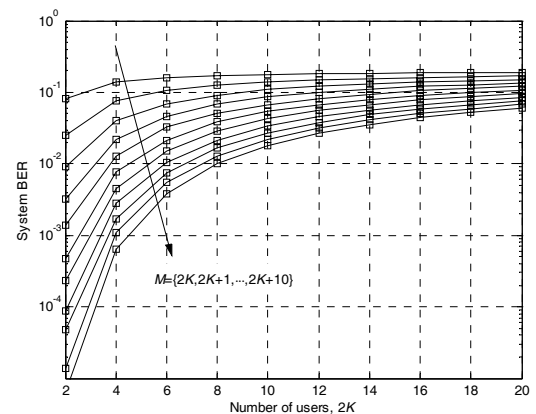


그림 3.  $SNR_{RU} = SNR_{UR} = 15$  dB,  $N=2$ , 16QAM을 사용하였을 때, 사용자 수에 따른 시스템 BER 성능.

약하였기 때문에  $SNR_{UR}$ 이 증가함에 따라 BER 성능이 포화(saturation)됨을 관찰할 수 있었다.

그림 3에서는 사용자 수에 따른 제한한 시스템의 성능을 살펴보았다. 이때, 사용자 안테나 수  $N=2$ 이고, 16QAM 변조를 사용하였으며,  $SNR_{RU}$ 와  $SNR_{UR}$ 은 15 dB로 두었다. 사용자 수가 증가함에 따라 상호 채널간섭의 증가로 인해 시스템 BER 성능이 나빠짐을 알 수 있었다. 반면, 사용자 수를 고정하고, 중계기의 안테나 수를 늘림에 따라 BER 성능이 좋아짐을 볼 수 있었다. 이는 제한한 중계기 가중치가 여러 사용자 사이에 상호채널간섭 및 양방향 통신으로 인한 자기간섭을 효과적으로 억제할 수 있음을 나타낸다.

### VI. 결 론

본 논문에서는, 중계기의 여러 안테나를 이용하여, 여러 사용자를 위한 MMSE-SDMA 기반 양방향 중계기를 제안하였다. 또한, 시스템 전송량의 상한을 최대화할 수 있도록 사용자의 빔포밍 벡터를 설계하였다. 모의실험을 통해 제안한 중계기가 상호채널간섭 및 자기간섭을 효과적으로 줄일 수 있음을 확인하였다.

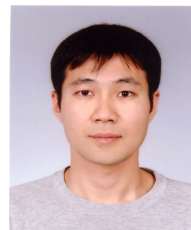
### 참 고 문 헌

[1] T. Unger and A. Klein, "Duplex schemes in multiple antenna two-hop relaying," *EURASIP Jour. on Adv. Sig. Proc.*, vol. 2008. ID 128592.  
 [2] M. Chen and A. Yener, "Multiuser two-way relaying for interference limited systems," in *Proc. IEEE ICC'08*, Beijing, China, May 2008.  
 [3] C. Esli and A. Wittneben, "One- and two-way decode-and-forward relaying for wireless multiuser MIMO network," in *Proc. IEEE GLOBECOM'08*, New Orleans, US, Nov. 2008.

[4] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1985.  
 [5] R. A. Horn and C. R. Johnson, *Matrix Analysis*. 1st ed., Cambridge, MA: Cambridge Univ. Press, 1985.  
 [6] J. Joung and Y. H. Lee, "Regularized channel diagonalization for multiuser MIMO downlink using a modified MMSE criterion," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 55, pp. 1573-1579, Apr. 2007.  
 [7] T. M. Cover and J. A. Thomas, *Elements of Information Theory*, 2nd ed., NY: John Wiley & Sons, 2006.  
 [8] G. Hardy, J. E. Littlewood, and G. Polya, *Inequalities*. 2nd ed., Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1978.  
 [9] A. A.-Samad, T. N. Davidson, and A. B. Gershman, "Robust transmit eigen beamforming based on imperfect channel state information," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 54, pp. 1596-1609, May 2006.

정진곤 (Jingon Joung)

정회원



2001년 연세대학교 전파공학과 학사  
 2003년 한국과학기술원 전기및 전자공학과 석사  
 2007년 한국과학기술원 전기및 전자공학과 박사  
 2007~2008년 한국과학기술원 전자산학과 연수연구원

2008년~현재 캘리포니아대학(UCLA) 박사후연구원  
 <관심분야> 다중사용자 MIMO 시스템 송수신기 설계, 중계 시스템 및 중계 프로토콜 등