

4L²-APSK 신호점 배치 방법 및 이의 오류 분석

준회원 남 영 우*, 정회원 김 용 환**, 종신회원 장 태 정*

4L²-APSK Constellation Method and Its Error Probability Analysis

Young-woo Nam* Associate Member, Yong Hwan Kim** Regular Member,
Tae-Jeong Jang*° Lifelong Member

요 약

주파수 대역의 이용 효율을 높이기 위해 QAM, PSK와 같은 변조 방법들이 널리 쓰이고 있고, 이들을 변형한 APSK(Amplitude Phase Shift Keying) 계열의 변조 방식이 제안되어 일부 위성 통신 시스템에서 사용되고 있다. 본 논문에서는 기존 APSK 계열의 변조 방식과 마찬가지로 성상도 상에서 전송 심볼들을 원형으로 배치하지만 각 층에서의 점의 배치 개수와 각 점들 사이의 거리를 새롭게 한 4L²-APSK 신호점 배치 방법을 제안하였으며, AWGN 채널에서의 오류확률에 관한 식을 유도하였다. 또한 진폭과 위상에 각각 다른 크기의 분산을 가지는 새로운 Gaussian 잡음 채널을 제시하고 이 채널에서의 오류확률을 구하는 방법도 제시하였다. 그리고 모의실험을 통하여 이론적 분석에 의한 오류확률 식의 정확성을 검증하였으며, 4L²-APSK와 QAM에 대해 AWGN 채널과 제안된 새로운 잡음 채널 각각에서의 오류 확률(error probability)을 비교/분석하였다.

Key Words : constellation methods, error probability, APSK, QAM

ABSTRACT

In order to improve the efficiency of frequency bandwidth, various modulation methods such as QAM and PSK have been widely used, and their variation APSK(Amplitude Phase Shift Keying) type modulation methods were proposed and are being used in some satellite communication systems. In this paper, a new constellation method named as 4L²-APSK is proposed, which places symbol points circularly as the existing APSK constellations do, but has different number of points and different distance between adjacent points on each layer. An equation for error probability in AWGN channel is also induced for 4L²-APSK. In addition, a new Gaussian noise channel is proposed in which noise variances are in the amplitude and in the phase and the two are not equal, and a method of obtaining error probabilities in this channel is also suggested. The equations for error probabilities are verified by computer simulations, and error probabilities of 4L²-APSK and QAM are analyzed and compared in the AWGN channel and the proposed noise channel, respectively.

I. 서 론

디지털 변조 방식에서 제한된 주파수 대역의 이

용 효율을 높여 데이터 전송량을 증가시키는 방법은 매우 중요한 부분이며 이를 대표하는 변조 방법으로 QAM과 MPSK가 있다. 하지만 MPSK의 경

* 강원대학교 전자통신공학과 휴먼인터페이스연구실(bebop0523@kangwon.ac.kr, jangtj@kangwon.ac.kr, (° : 교신저자)

** (주)텔레칩스 연구원(woojikyh@telechips.com),

논문번호 : KICS2009-11-569, 접수일자 : 2009년 11월 1일, 최종논문접수일자 : 2010년 2월 3일

우 전송 심볼의 개수가 늘어날수록 신호점들 간의 거리가 가까워져 비트 오율(Bit Error Rate)이 현저하게 증가하고,^[1] QAM의 경우 다른 변조 방법에 비해서 높은 전송율을 갖고 있지만 전송 효율을 높일 경우 다양한 진폭을 요구하게 되므로 변복조기의 설계에 있어 많은 비용이 소모되며 일정 크기 이상의 입력 신호에 대해 포화 특성을 갖는 비선형 채널에서 그 열화 정도가 심하다는 단점이 있다.

QAM과 MPSK의 이러한 단점 때문에 성장도 상에 신호점을 다양한 방법으로 배치하는 연구가 이루어져왔고,^[2] 그 중 특히 원형으로 배치하여 비선형 채널 환경에서 열화 정도를 감소시키고 심볼의 개수가 증가하여도 오류 확률이 동일하도록 전송 효율을 높일 수 있게 한 APSK 계열의 변조 방식이 제안되었으며 현재 일부 위성 통신 시스템에서 사용되고 있다.^[3] 이에 대한 연구로 김태환 등^[4]은 비선형성 전력증폭기를 사용한 16-QAM 변조의 BER(Bit Error Rate) 성능 근사식을 제시하고 주어진 증폭기의 포화전력 값에 따른 최적의 성능을 갖는 입력 신호의 크기가 있음을 보였고, Jiang-Yao Chen 등^[5]은 AWGN 채널에서 오류 확률에 대해 APSK 신호점간의 거리와 개수의 최적방안을 제안하였다. 또한 류상진 등^[6]은 Star QAM이나 4+12 QAM을 사각형 구조의 QAM과 비교하여 이동통신 채널이나 위성채널에서의 성능의 우수성에 대하여 증명하였다.

하지만 이들 논문에서는 다층 구조를 갖는 APSK에 대한 고려가 이루어지지 않았고 기본적인 사각형 구조의 QAM에서 최외각의 신호점을 원점 방향으로 축소하여 원형의 모습을 갖도록 하는 것을 대부분으로 하였다. 이에 본 논문의 저자인 김용환 등^[7]은 4L²-APSK를 제안하여 다층구조의 APSK에 대한 고려를 하였으며, 본 논문은 이 논문의 여러 가지 오류를 수정하여 보다 수학적인 정확성을 확보하며, AWGN이 아닌 새로운 오류 채널을 제안하여 QAM과의 비교 시뮬레이션을 수행하는 등 보다 확장된 내용을 담고 있다.

본 논문에서는 4L²-APSK를 수학적으로 정리하고 AWGN 채널에서의 오율을 분석한 후 AWGN 채널이 아닌 진폭과 위상에 각각 다른 분산을 가진 Gaussian 잡음을 더하는 새로운 채널에서 오류 확률을 분석하였다. 이는 실생활에서의 잡음 환경은 위상과 진폭에 각각 다른 요인에 의한 잡음이 추가됨을 가정한 것으로, 위상의 경우 데이터 중계 과정

에서 각 중계기의 불안정한 위상 동기에 의한 위상 지터, 송/수신간 반송과 간의 차이, 그리고 부정확한 위상 천이기로 인한 I/Q 위상 불균형 등에 영향을 받으며, 진폭의 경우 I와 Q축의 서로 다른 필터 손실에 의한 진폭 불균형과 무선 전송로 상에서 페이딩을 받게 되어 일정하던 신호 진폭이 변동되는 것을 반영한 것이다.

본 논문은 II장과 III장에서는 4L²-APSK의 시스템 모델과 BER을 수식화하고, IV장에서는 앞 장에서 수식화한 결과식과 모의실험을 통하여 얻은 결과를 비교하여 이론결과에 대한 정확성을 확인하고, 또한 제안된 모델과 QAM의 오류확률을 여러 가지 경우에 대해 비교해 봄으로써 각각의 장단점을 알아 본다. 마지막으로 V장에서 결론을 내리도록 하겠다.

II. 시스템 모델(System Model)

4L²-APSK는 기본적인 사각형 구조의 QAM에서 I축으로 45°각도의 점까지 거리를 반지름으로 하는 원형 형태의 배치를 가지며, 각각의 층은 MPSK와 같이 위상으로 구분하고, 층과 층은 진폭으로 구분하게 된다. 그림 1은 64-QAM의 신호점 배치를 나타내고 있으며 그림 2는 기본적인 형태의 4L²-APSK(M=64)와 비교하여 위치관계를 나타내었다.

4L²-APSK에서 진폭으로 구분되는 층(layers)의 개수를 L이라 하면 최외각 층까지 심볼의 개수를 4L²라 할 수 있으며 이를 반대로 L에 대해 나타내면

$$L = \frac{\sqrt{M}}{2} \tag{1}$$

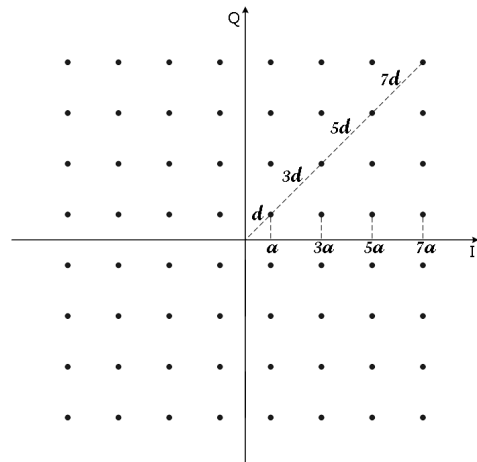


그림 1. 64-QAM의 신호점 배치와 위치관계

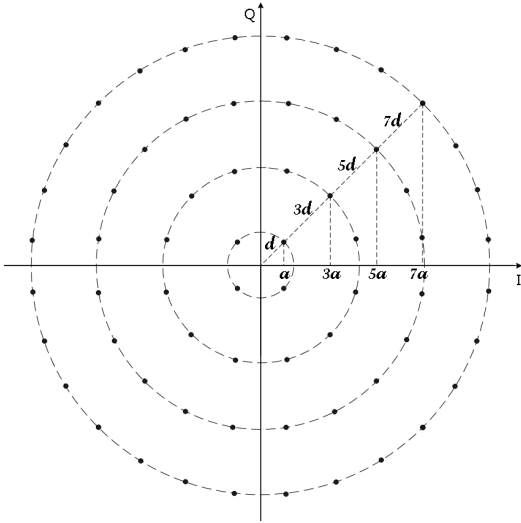


그림 2. 기본적인 형태의 4L²-APSK(M=64) 신호점 배치와 위치 관계

으로 표현할 수 있다. 또한 전송되는 심볼의 개수의 효율적인 형태는 QAM과 동일한 4의 거듭제곱 꼴이 된다.

본 논문에서는 기본적인 형태의 4L²-APSK를 π/4만큼 회전하여 그림 3과 같은 위상 상태를 갖도록 한 4L²-APSK를 고려한다. 이는 이후에 오류 확률을 표현하는데 유용하다. 4L²-APSK의 전송되는 신호를 s_{lk}(t)라 하면

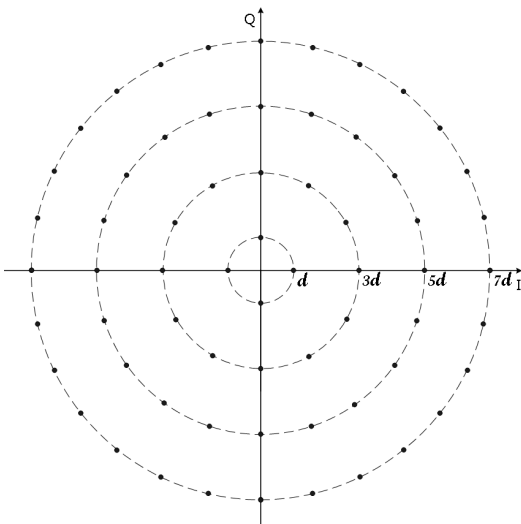


그림 3. π/4-전이된 4L²-APSK(M=64) 신호점 배치와 위치 관계

$$s_{lk}(t) = \begin{cases} (2\ell-1)d\sqrt{\frac{2}{T}} \cos\left(2\pi f_c t + \frac{k\pi}{2(2\ell-1)}\right), & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \ell &= 1, 2, \dots, \sqrt{M}/2 \\ k &= 0, 1, \dots, 8\ell-3 \end{aligned}$$

와 같이 나타낼 수 있다. 여기서 ℓ과 k는 ℓ 번째 layer의 k 번째 신호점을 나타내며 T는 신호 s_{lk}(t)가 지속되는 시간을 나타낸다.

기본적인 4L²-APSK의 신호점 배치 방법은 원주 상에서 인접한 두 신호점간의 호의 길이가 일정하며 이것은 원점에 가까운 층의 신호점간의 거리가 원점에서 먼 층보다 짧기 때문에 모든 신호점에서 일정한 오류 확률을 갖지 못하고 원점에 가까운 층의 신호점들의 오류 확률이 원점에서 먼 층에서보다 커지는 결과를 가져온다. 따라서 신호점들 간의 거리를 첫 번째 층과 동일한 거리로 하여 각 층들의 신호점이 유사한 오류 확률을 갖게 되도록 개선할 수 있다.

그림 4는 왼쪽에 기본적인 4L²-APSK 신호점 배치와 오른쪽에 신호점들 간의 거리를 2a로 즉 √2d로 고정된 변형된 형태의 4L²-APSK를 나타내었다. 기본적인 형태에서 원점에서부터 각 층의 신호점들까지의 거리가 (2ℓ-1)d라면 변형된 형태에서 신호점들까지의 거리 r_ℓ은

$$r_\ell = \frac{d}{\sqrt{2} \sin(\pi/(8\ell-4))} \quad (3)$$

으로 나타낼 수 있다. 따라서 이를 이용하여 개선된 4L²-APSK(이후 Ad-4L²-APSK로 표기)의 전송되는 신호 $\hat{s}_{lk}(t)$ 는

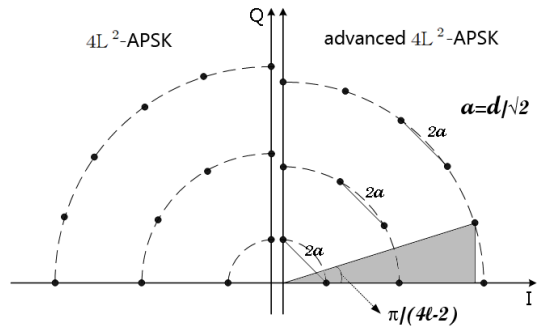


그림 4. 기본적인 신호점 배치와 변형된 배치 비교

$$\hat{s}_{\ell k}(t) = \begin{cases} \frac{d}{\sqrt{2} \sin(\pi/(8\ell-4))} \sqrt{\frac{2}{T}} \cos\left(2\pi f_c t + \frac{k\pi}{2(2\ell-1)}\right), & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

$\ell = 1, 2, \dots, \sqrt{M}/2$
 $k = 0, 1, \dots, 8\ell - 3$

와 같이 나타낼 수 있다.

III. 오류 확률

4L²-APSK의 오류 확률(Error Probability)을 분석하기 위해 채널 상에 발생하는 잡음을 먼저 AWGN(Additive White Gaussian Noise)으로 가정하여 수식화하도록 하였다.

그림 5는 4L²-APSK의 결정영역을 나타낸다. 결정영역은 각 층에 따라 그 모양이 다르며 가장 안쪽은 부채꼴 모양을 가지지만 원점에서 멀어질수록 직사각형 모양으로 접근하는 것을 알 수 있다. 또한 그림에서와 같이 신호점이 I축 방향에 있는 점을 기준으로 결정영역을 정하면, 결정영역의 형태가 I축을 기준으로 대칭이므로 Q축에 대해 0보다 큰 영역에 대해서만 이론적으로 분석하고 그 결과를 2배하여 실제 오류 확률에 적용한다. 즉, 실제 4L²-APSK의 결정영역은 그림에서 회색을 띤 부분이지만, 본 논문의 수학적 분석에 있어서 결정영역을 빗금친 부분으로 간주하여 분석하고 오류 확률을 나타낸 결과식에서 이를 보상하여 적분 값에 2배를 하도록 한다.

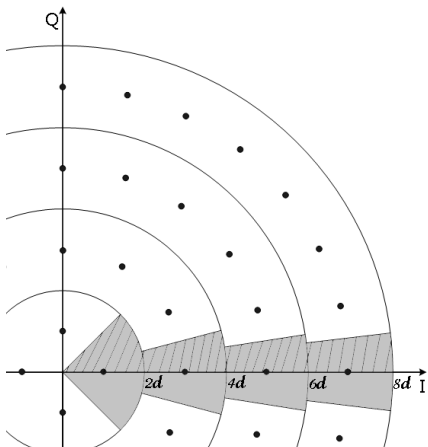


그림 5. 4L²-APSK의 결정영역

일반적인 오류 확률을 구하기 위해 첫 번째 층의 부채꼴 모양의 결정영역에서 오류가 아닐 확률 분포 함수를 $F_z(z)$ 로 나타내면

$$F_z(z) = \int_{y=0}^z \int_{x=0}^{\sqrt{z^2-y^2}} f_{xy}(x,y) dx dy \quad (5)$$

와 같이 표현될 수 있다. 여기서 z 는 원점에서부터의 거리이며, $f_{xy}(x,y)$ 는 2차원 Gaussian 분포의 확률 밀도 함수이다. Leibnitz의 미분 공식에 의해 확률 밀도 함수 $f_z(z)$ 는

$$f_z(z) = \int_{y=0}^z \frac{z}{\sqrt{z^2-y^2}} f_{xy}(\sqrt{z^2-y^2}, y) dy$$

$$= \frac{z}{2\pi\sigma^2} \int_0^z \frac{1}{\sqrt{z^2-y^2}} e^{-\frac{[(\sqrt{z^2-y^2}-d)^2+y^2]}{2\sigma^2}} dy \quad (6)$$

로 나타낼 수 있고, $f_z(z)$ 를 가로축인 x와 세로축인 y가 아닌 원점부터의 거리 z와 x축과 이루는 각 θ 로 나타내면 확률 밀도 함수 $f_z(z)$ 는 다시

$$f_z(z) = \frac{z}{2\pi\sigma^2} \int_0^{\pi/4} e^{-\frac{[(z\cos\theta-d)^2+(z\sin\theta)^2]}{2\sigma^2}} d\theta$$

$$= \frac{z}{\pi N_0} \int_0^{\pi/4} e^{-\frac{[(z\cos\theta-d)^2+(z\sin\theta)^2]}{N_0}} d\theta \quad (7)$$

로 표현될 수 있다. 위 식에서 분산 σ^2 은 오류 채널을 AWGN으로 가정하였기 때문에 x축과 y축에 동일하게 $N_0/2$ 로 주었고 이러한 결과를 이용하여 첫 번째 층의 오류 확률을 구하면 식 (8)과 같다.

$$P_e = 1 - 2 \int_0^{2d} f_z(z) dz \quad (8)$$

그림 6은 일반적인 ℓ 번째 층에서의 결정영역을 나타낸다. 식 (7)을 포함하는 일반적인 ℓ 번째 층에서의 오류가 아닐 확률 밀도 함수를 구하면

$$f_z(z) = \frac{z}{\pi N_0} \int_0^{\pi/8\ell-4} e^{-\frac{[(z\cos\theta-D_x)^2+(z\sin\theta)^2]}{N_0}} d\theta \quad (9)$$

와 같이 표현할 수 있다. 여기서 D_x 는 신호점의 x

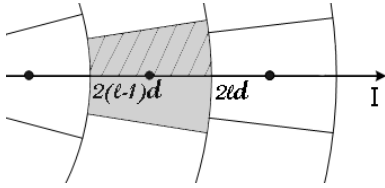


그림 6. 일반적인 ℓ 번째 층의 결정영역 좌표로

$$D_x = (2\ell - 1)d \quad (10)$$

이며, ℓ 번째 층에서의 오류 확률은

$$P_e = 1 - 2 \int_{\frac{2(\ell-1)d}{2\ell d}}^{2\ell d} f_z(z) dz \quad (11)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 마지막으로 최외각 층의 경우 결정영역에서 비깃부분의 한계가 없으므로 이를 표현하면 식 (12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$P_e = 1 - 2 \int_{\frac{2(\ell-1)d}{2\ell d}}^{\infty} f_z(z) dz \quad (12)$$

위에서 구한 식을 이용하여 Ad-4L²-APSK의 오류 확률을 구하기 위해 ℓ 번째 층에서의 오류가 아닐 확률 밀도 함수를 구하면 확률 밀도 함수는 식 (9)와 동일하고 신호점의 x좌표를 나타내는 D_x 를 식 (10)에서 식 (13)으로 대체한다.

$$D_x = \frac{d}{\sqrt{2} \sin(\pi/(8\ell - 4))} \quad (13)$$

이를 이용하여 개선된 Ad-4L²-APSK의 오류 확률은 식 (14)와 같다.

$$P_e = 1 - 2 \int_{\alpha}^{\beta} f_z(z) dz$$

$$\alpha = \frac{d}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{2} \left\{ \operatorname{cosec} \left(\frac{\pi}{8(\ell-1)-4} \right) + \operatorname{cosec} \left(\frac{\pi}{8\ell-4} \right) \right\} \right] \quad (14)$$

$$\beta = \frac{d}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{2} \left\{ \operatorname{cosec} \left(\frac{\pi}{8\ell-4} \right) + \operatorname{cosec} \left(\frac{\pi}{8(\ell+1)-4} \right) \right\} \right]$$

이제 오류 채널을 AWGN이 아닌 진폭과 위상에 각각 다른 분산을 가진 Gaussian 잡음을 가진 채널

로 가정하여 오류 확률을 구하겠다. 즉, 지금까지 가정하였던 AWGN 채널은 전송하는 신호를 $x(t)$ 라고 수식으로 간략히 표현하여

$$x(t) = A \cos(2\pi f_c t + \phi) \quad (15)$$

와 같이 나타낸다고 했을 때, AWGN 채널에서 오류가 추가된 신호 $y_{AWGN}(t)$ 는

$$y_{AWGN}(t) = x(t) + n(t) \quad (16)$$

이고, 이는 Gaussian 잡음인 $n(t)$ 를 더한 것과 같다. 그러나 새롭게 진폭과 위상에 각각 다른 Gaussian 잡음을 사용하면 오류채널을 통과한 신호 $y(t)$ 는

$$y(t) = (A + n_A(t)) \cos(2\pi f_c t + (\phi + n_\phi(t))) \quad (17)$$

와 같이 표현할 수 있다. 즉, 진폭과 위상에 각각의 Gaussian 잡음을 추가하는 형식이다. 이것은 실제 문제에서의 잡음 환경은 진폭과 위상이 상당 부분 서로 다른 부분에 의해 영향을 받는 것을 나타내기 위함이다.

그림 7은 4L²-APSK의 신호에 AWGN 채널을 통과하여 오류가 더해진 신호를 나타내었고, 그림 8은 진폭에 더 많은 영향을 받는, 즉 진폭 방향으로 더 큰 분산을 갖는 오류 채널을 통과하여 오류가 더해진 신호를 나타내었다.

진폭과 위상 각각의 Gaussian 잡음을 추가하는 채널을 수식화하기 위해 식 (17)인 오류 채널을 통과하여 수신된 신호 $y(t)$ 를 다음의 식 (18)과 같이

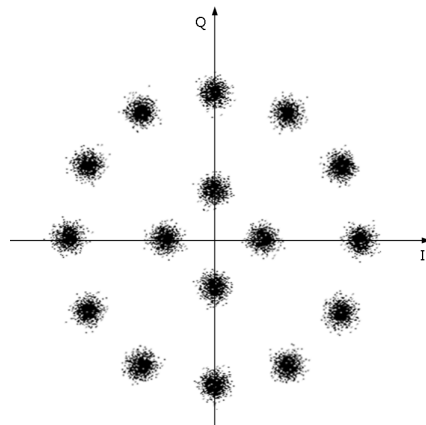


그림 7. AWGN 채널을 통과해 오류가 추가된 신호

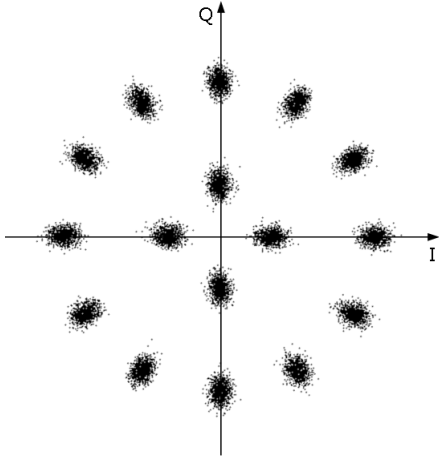


그림 8. 진폭 방향으로 더 큰 분산을 갖는 채널을 통과해 오류가 추가된 신호

근사화한다. 근사화의 조건은 위상에 대한 잡음 $n_\phi(t)$ 를 충분히 작은 값으로 가정한다.

$$\begin{aligned}
 y(t) &= [(2\ell-1)d+n_A(t)]\sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2\pi f_c t + \frac{k\pi}{4\ell-2} + n_\phi(t)) \\
 &= [(2\ell-1)d+n_A(t)]\sqrt{\frac{2}{T}}[\cos(2\pi f_c t + \frac{k\pi}{4\ell-2})\cos(n_\phi(t)) \\
 &\quad - \sin(2\pi f_c t + \frac{k\pi}{4\ell-2})\sin(n_\phi(t))] \\
 &\simeq [(2\ell-1)d+n_A(t)]\sqrt{\frac{2}{T}}[\cos(2\pi f_c t + \frac{k\pi}{4\ell-2}) \cdot 1 \\
 &\quad - \sin(2\pi f_c t + \frac{k\pi}{4\ell-2})n_\phi(t)] \\
 &= (2\ell-1)d\sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2\pi f_c t + \frac{k\pi}{4\ell-2}) \\
 &\quad + n_A(t)\sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2\pi f_c t + \frac{k\pi}{4\ell-2}) \\
 &\quad - (2\ell-1)dn_\phi(t)\sqrt{\frac{2}{T}}\sin(2\pi f_c t + \frac{k\pi}{4\ell-2}) \\
 &\quad + n_A(t)n_\phi(t)\sqrt{\frac{2}{T}}\sin(2\pi f_c t + \frac{k\pi}{4\ell-2}) \\
 &\simeq (2\ell-1)d\sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2\pi f_c t + \frac{k\pi}{4\ell-2}) \\
 &\quad + n_A(t)\sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2\pi f_c t + \frac{k\pi}{4\ell-2}) \\
 &\quad - (2\ell-1)dn_\phi(t)\sqrt{\frac{2}{T}}\sin(2\pi f_c t + \frac{k\pi}{4\ell-2}) \tag{18}
 \end{aligned}$$

위 식 (18)은 신호의 성상도 상에서 위상의 차이가 작으면 진폭과 위상의 잡음이 직각의 형태로 근사화됨을 볼 수 있고 이를 이용하여 진폭 방향의 잡음을 기준으로 하여 위상 방향의 잡음을 그것의

수직이 되는 잡음으로 근사화하여 수직화하겠다.

수신된 신호를 I축과 Q축의 신호점으로 나타내기 위해 식 (18)을 정리하면

$$\begin{aligned}
 y(t) &\simeq [(2\ell-1)d\cos(\frac{k\pi}{4\ell-2}) + n_A(t)\cos(\frac{k\pi}{4\ell-2}) \\
 &\quad - (2\ell-1)dn_\phi(t)\sin(\frac{k\pi}{4\ell-2})]\sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2\pi f_c t) \\
 &\quad - [(2\ell-1)d\sin(\frac{k\pi}{4\ell-2}) + n_A(t)\sin(\frac{k\pi}{4\ell-2}) \\
 &\quad + (2\ell-1)dn_\phi(t)\cos(\frac{k\pi}{4\ell-2})]\sqrt{\frac{2}{T}}\sin(2\pi f_c t) \tag{19}
 \end{aligned}$$

와 같이 되고, 오류 확률을 구하기 위해 결정영역을 $k=0$ 인 경우로 하였기 때문에 이를 대입하여 $k=0$ 일 때의 신호점을 구하면

$$\begin{bmatrix} I_{k=0} \\ Q_{k=0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2\ell-1)d + n_A(t) \\ (2\ell-1)dn_\phi(t) \end{bmatrix} \tag{20}$$

이다. 즉 I축 좌표는 본래의 좌표에 진폭의 잡음을 더한 형태이고, Q축 좌표는 본래 좌표 0에 위상의 잡음을 더한 형태이다. $n_\phi(t)$ 앞에 곱해진 $(2\ell-1)d$ 는 신호점이 원점에서 멀어질수록 각도의 차이에 대해 그에 따라 달라지는 거리의 차이가 커지는 것을 나타내는 것으로 위상을 거리로 근사화하는 과정에서 생기는 부분이므로 $(2\ell-1)d$ 를 나누어 없애준다.

아래의 그림 9는 위 식을 바탕으로 오류가 추가된 신호의 대부분의 신호점들이 나타나는 영역을 빗금으로 표시한 후 AWGN 채널과 진폭에 직각 방향으로 위상의 방향을 근사화한 채널에서 추가되는 Gaussian 잡음의 개념도를 나타낸 것이다.

그림 9에서와 같이 근사화한 것을 기반으로 식 (7)과 식 (9)를 이용하여 ℓ 번째 층에서 오류가 아닐 확률 밀도 함수를 구하면

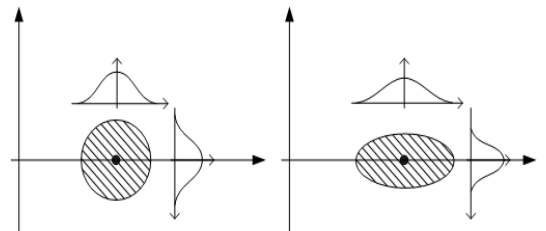


그림 9. (좌) AWGN 채널의 Gaussian 잡음 개념도 (우) 진폭과 위상의 다른 분산을 가진 Gaussian 잡음의 개념도

$$f_z(z) = \frac{z}{2\pi\sigma_A\sigma_\phi} \int_0^{\frac{\pi}{8l-4}} e^{-\frac{1}{2} \left[\left(\frac{z \cos\theta - D_x}{\sigma_A} \right)^2 + \left(\frac{z \sin\theta}{\sigma_\phi} \right)^2 \right]} d\theta \quad (21)$$

와 같이 표현할 수 있다. 여기서 σ_A 는 진폭 방향의 분산을, σ_ϕ 는 위상 방향의 분산을 나타내며, D_x 는 신호점의 x좌표로 $4L^2$ -APSK의 경우 식 (9)를 적용하고 Ad- $4L^2$ -APSK의 경우 식 (12)를 적용한다. l번째 층에서의 오류 확률은 식(21)을 $4L^2$ -APSK의 경우 식 (11)에, Ad- $4L^2$ -APSK의 경우 식 (14)에 적용하여 구할 수 있다.

IV. 모의실험 및 QAM과의 비교

앞에서 구한 오류 확률의 결과식을 토대로 $4L^2$ -APSK와 Ad- $4L^2$ -APSK의 오류확률을 구하고 이를 모의실험을 통해 얻은 결과와 비교하여 이론식의 타당성 여부를 검증한다. 그리고 $4L^2$ -APSK와 Ad- $4L^2$ -APSK의 오류확률에 대해 모의실험한 결과와 M-QAM의 오류확률을 비교하여 원형구조의 신호점의 배치가 어떠한 이점이 있고 또 어떠한 단점이 있는지 분석한다. 실험에는 다층구조의 신호점을 고려하기 위해 M이 64일 때, 즉 4층의 $4L^2$ -APSK와 64-QAM을 사용한다.

먼저 AWGN 채널에서 $4L^2$ -APSK의 오류확률에 대한 결과식과 모의실험에 의한 결과를 그래프로 나타내면 그림 10과 같고, 이로부터 이론식의 정확성을 확인할 수 있다.

두 번째로 AWGN 채널이 아닌 진폭과 위상에서 각각 다른 분산을 갖는 오류 채널에서 결과식과 모의실험의 결과를 비교하겠다. 여기서는 진폭 방향의 Gaussian 잡음의 분산을 1이라 했을 때 위상 방향의 Gaussian 잡음의 분산을 $(\pi/4)^2$ 로 하여 실험하였다.

그림 11은 모의실험을 통해 얻은 결과와 진폭과 수직이 되는 방향으로 위상의 방향을 근사화한 경우의 이론적인 식에 대한 결과를 나타내었다. 진폭과 위상의 각각 다음 분산을 가진 Gaussian 잡음을 추가한 경우의 모의실험과 진폭의 직각의 방향으로 위상의 방향을 근사화하고 이에 대한 이론적 결과식을 통해 얻은 결과가 대략 일치함을 볼 수 있다.

다음으로 세 가지 변조 방법 즉, $4L^2$ -APSK, 개

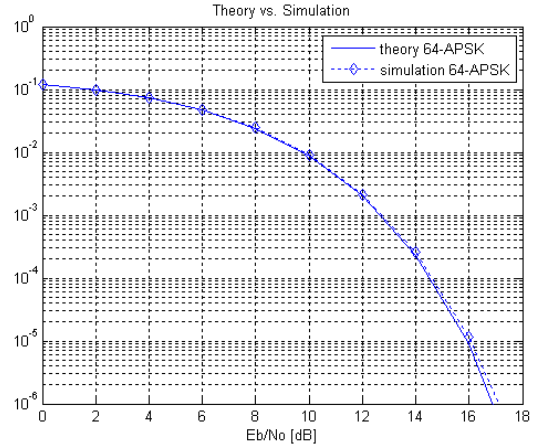


그림 10. AWGN 채널에서 $4L^2$ -APSK의 이론적 결과식과 모의실험 비교

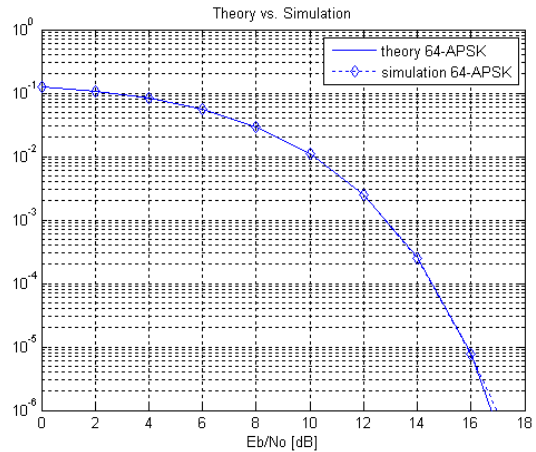


그림 11. 진폭 방향으로 더 큰 분산을 갖는 채널에서 평균 전력을 일정하게 한 경우 $4L^2$ -APSK의 이론적 결과식과 모의실험 비교

신된 Ad- $4L^2$ -APSK, 그리고 M-QAM을 비교하겠다. 먼저 최대 전력을 제한하여 세 가지 변조 방법을 비교한다.

그림 12는 AWGN 채널에서 변조 방법에 따른 오류 확률을 비교하였다. 최대 전력이 제한되면, QAM의 최외각 신호점에 맞춰 $4L^2$ -APSK의 최외각 신호의 반지름이 결정되기 때문에 $4L^2$ -APSK의 경우 전체적으로 넓게 퍼진 영역을 갖게 되므로 더 작은 오류 확률을 보인다. Ad- $4L^2$ -APSK의 경우, $4L^2$ -APSK보다 첫 번째 층에서 신호점간의 거리가 상대적으로 멀기 때문에 약간 더 작아진 오류 확률을 얻을 수 있다.

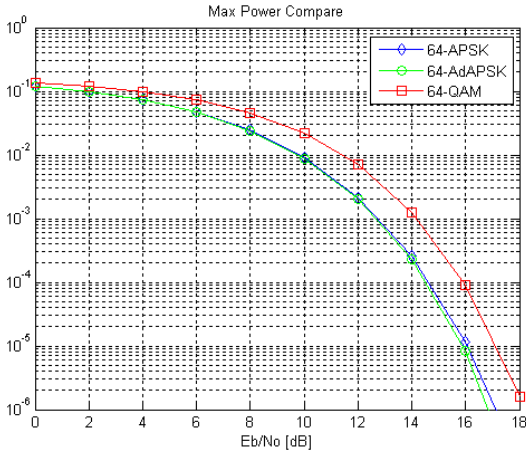


그림 12. AWGN 채널에서 최대 전력을 제한한 경우 변조 방법에 따른 오류 확률 비교

두 번째로 전력의 평균을 일정하게 하여 세 가지 변조방법을 비교하겠다. 전력의 평균을 일정하게 하기 위해 Π 장에서 기본적인 수식으로 표현한 각각의 신호점 배치 방법의 평균전력을 구하여 그 비를 구하면

$$P_{64-QAM} : P_{64-APSK} : P_{64-AdAPSK} = 1 : 1.476 : 1.203 \quad (22)$$

과 같고 이를 적용하여 신호점 배치의 간격을 조절 한 후, 오류 확률은 비교하면 아래의 그림 13과 같은 결과를 얻는다.

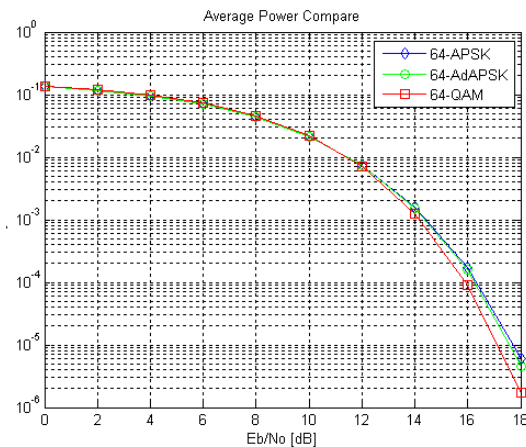


그림 13. AWGN 채널에서 평균 전력을 일정하게 한 경우 변조 방법에 따른 오류 확률 비교

AWGN 채널의 경우 채널을 통과한 신호는 원 신호를 중심으로 대체로 원형으로 분포하기 때문에 QAM이 $4L^2$ -APSK나 개선된 Ad- $4L^2$ -APSK보다 더 작은 오류 확률을 가짐을 확인할 수 있다.

마지막으로 진폭과 위상에서 각각 다른 분산을 갖는 오류 채널에서 세 변조 방법을 비교하겠다. 이를 위해 진폭 방향의 Gaussian 잡음의 분산을 1이라 했을 때 위상 방향의 Gaussian 잡음의 분산을 $(\pi/4)^2$ 로 하였다. 이 값은 $4L^2$ -APSK의 결정영역을 직사각형으로 근사화하였을 때 진폭과 위상의 비가 $1 : \pi/4$ 이기 때문이다. 즉, $4L^2$ -APSK에서 가장 유리할 수 있는 잡음 채널을 가정한 것이다.

그림 14는 위상보다 진폭 방향으로 더 큰 분산을 갖도록 한 채널에서 평균전력을 일정하게 하여 변조 방법에 따른 오류 확률을 비교한 결과이다. AWGN 채널이 아닌 진폭 방향으로 더 큰 분산을 갖게 되면, 특별히 $(4/\pi)^2$ 만큼 더 큰 분산을 갖는 경우에는 QAM보다 $4L^2$ -APSK이 더 작은 오류 확률을 가짐을 확인할 수 있다. 이는 AWGN이 QAM에 가장 유리할 수밖에 없는 잡음 채널을 가정한 것이므로 그런 환경 하에서는 QAM이 가장 좋은 결과를 보여줄 수밖에 없고, 비슷하게 $4L^2$ -APSK에 가장 유리할 수밖에 없는 잡음 채널 환경에서는 $4L^2$ -APSK나 Ad- $4L^2$ -APSK가 가장 좋은 결과를 얻는다는 것을 보여준다. 따라서 어떤 경우에도 항상 좋은 변조 방법은 없으며 실제 잡음 환경이 어떠한가에 따라 더 유리한 방법을 선택하면 된다는 것을 알 수 있다.

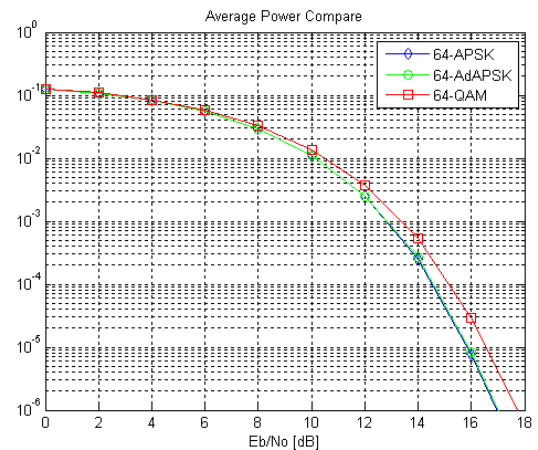


그림 14. 진폭 방향으로 더 큰 분산을 갖는 채널에서 평균 전력을 일정하게 한 경우 변조 방법에 따른 오류 확률 비교

V. 결 론

본 논문에서는 기본적인 사각형 성상구조를 갖는 QAM의 단점을 보완하고 원형 성상구조인 MPSK의 장점을 살려 다층 원형 구조를 갖는 $4L^2$ -APSK의 배치 방법을 수학적으로 수식화하고 오율을 분석하였다. 다층의 원형 신호점 배치는 다양한 진폭을 요구하는 사각형 신호점 배치방법의 단점인 다수의 진폭이 요구된다는 점과 일정 크기 이상의 입력 신호에 대해 포화 특성을 갖는 비선형 채널에서 열화가 심하다는 단점을 보완하며, 신호점의 영역이 전체적으로 넓어져 최대 전력이 제한된 경우 오류 확률을 감소시키는 장점이 있다. 또한 평균 전력을 일정하게 하여 비교한 경우 AWGN 채널에서는 QAM의 성능이 좋지만 진폭과 위상에 각각 다른 분산을 갖는, 특별히 진폭에 더 큰 분산을 가진 오류 채널을 통과한 경우 $4L^2$ -APSK의 배치 방법이 더 좋은 성능을 보임을 확인할 수 있다. 따라서 어떤 경우에도 항상 좋은 변조 방법은 없으며, 실제 잡음 환경에 따라 더 작은 오류 확률을 얻을 수 있는 방법을 선택하면 된다는 것을 알 수 있다. 본 논문에서 제시된 $4L^2$ -APSK나 Ad- $4L^2$ -APSK는 QAM이 오히려 불리한 이와 같은 잡음 환경에서 선택 가능한 대안이 될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- [1] S. Haykin, *Communication Systems*, 4th ed. New York, NY: Wiley, 2001.
- [2] C. M. Thomas, M. Y. Weidner, and S. H. Durrani, "Digital Amplitude - Phase keying with M-ary Alphabets", *IEEE Trans. Comm*, Vol Com-22, No.2, pp.168-180, Feb. 1974.
- [3] ETSI EN 302 307 v1.1.1, *Digital Video Broadcasting (DVB): Second Generation Framing Structure, Channel Coding and Modulation System for Broadcasting, Interactive Service, News Gathering and Other Broadband Satellite Applications*, June 2004.
- [4] 김태환, 성원진, "전력 포화 특성을 갖는 QAM 변조의 BER 상한 경계값 유도 및 성능 분석", 제12회 통신정보 합동학술대회 논문집, pp. I-B.1.1-4, 2002.
- [5] Jiang-Yao Chen, Jiang-Yao Chen, Chin-Feng

Lin, Shun-Hsyung Chang, Shao-Wei Leu, "A new principle for circular APSK constellation optimization", *Proc. of the International Conf. on Mobile Technology, Applications, and Systems*, 2008.

- [6] 류상진, 최재익, 나철훈, "무선통신채널에서 QAM신호의 전송과 채널 특성에 따른 신호점 배치에 관한 연구", 목포대학교 공업기술연구지, 제 8집, pp.77-84, 1998.
- [7] 김용환, 장태정, "새로운 신호점 배치 방법 및 이의 성능 분석", 한국정보통신설비학회 하계학술대회 논문집, pp.259-264, 2006.

남 영 우 (Young-woo Nam)

준회원



2009년 2월 강원대학교 전기전
자공학부 전자통신공학전공
학사
2009년 3월~현재 강원대학교
대학원 전자통신공학과 석사
과정
<관심분야> 디지털통신, 시스
템 성능 분석

김 용 환 (Yong Hwan Kim)

정회원



2003년 2월 강원대학교 제어
계측공학과 학사
2005년 2월 강원대학교 대학
원 통신멀티미디어공학과 석사
2005년 3월~현재 (주)텔레칩
스 연구원
<관심분야> 제어계측 및 응용,
디지털통신

장 태 정 (Tae-Jeong Jang)

종신회원



1986년 2월 서울대학교 제어계
측공학과 학사
1988년 2월 서울대학교 제어계
측공학과 석사
1994년 8월 서울대학교 제어계
측공학과 박사
1995년 3월~현재 강원대학교
전기전자공학부 교수

<관심분야> 햅틱 인터페이스, 가상현실, 제어공학,
디지털통신