# 약의존성 잡음에서 두 표본을 쓰는 국소 최적 확률 신호 검파기의 검정 통계량

종신회원 배 진 수*

# The Test Statistic of the Two Sample Locally Optimum Rank Detector for Random Signals in Weakly Dependent Noise Models

Jinsoo Bae* *Lifelong Member*


요 약

이 논문에서는 시간상 확률 상관이 0이 아닌 약의존성 잡음 모형에서 두 표본을 쓰는 국소 최적 순위 검파기의 검정 통계량를 얻었다. 기준 관측과 보통 관측으로 이루어진 두 표본 관측 모형에서 약의존성 잡음 환경에 알맞은 국소 최적 순위 검파기의 검정 통계량을 네이먼 피어슨 정리로부터 유도하였다. 두 표본을 쓰는 국소 최적 순위 검파기는 한 표본을 쓰는 국소 최적 순위 검파기와 같은 점근 성능을 가지며 부호 통계량을 다룰 필요가 없어 얼개가 비교적 간단하다.


**Key Words :** Two Sample, Locally Optimum, Reference Observations, Test Statistic, Weakly Dependent Noise Model


ABSTRACT

In this paper, the two sample locally optimum rank detector is obtained in the weakly dependent noise with non-zero temporal correlation between noise observations. The test statistic of the locally optimum rank detector is derived from the Neyman-Pearson lemma suitable for the two sample observation models, where it is assumed that reference observations are available in addition to regular observations. Two-sample locally optimum rank detecter shows the same performance with the one-sample locally optimum rank detector asymptotically. The structure of the two-sample rank detector is simpler than that of the one-sample rank detector because the sign statistic is not processed separately.


## Ⅰ. 머리말

주어진 관측 표본이 신호 성분을 포함하고 있는지 여부를 가려내는 신호 검파 문제는 매우 오랜 역사를 가지고 있고, 오늘 날 디지털 통신 시스템의 근간을 이루고 있다[1]. 이 가운데에서 비모수 신호 검파 문제는 잡음의 확률 분포에 의존하지 않기 때문에 환경 변화에 강인함을 보인다. 비모수 신호 검파 기법 가운데 관측량의 순위 통계량을 쓰는 순위 검파 기법은 비모수 신호 검파 기법 가운데에서도 비교적 우수한 검파율을 갖는 것으로 알려져 있다[2].

신호 세기가 매우 약할 때 최적 성능을 갖는 국소 최적 검파 기법은 항상 얻어질 수 있고 성능이 매우 우수하기 때문에 연구자들의 관심을 받아왔다 [3]. 국소 최적 검파기 가운데 순위 통계량을 쓰는 국소 최적 순위 검파기는 비모수 검파기이며, 기준 관측량을 쓰

※ 이 논문은 2008년도 세종대학교 교내연구비 지원에 의한 논문임.
* 세종대학교 정보통신공학과 (baej@sejong.ac.kr)
논문번호 : KICS2010-06-277, 접수일자 : 2010년 6월 22일, 최종논문접수일자 : 2010년 7월 13일

는 두 표본 검파기와 기준 관측량을 쓰지 않는 한 표본 검파기로 나누어 볼 수 있다 [4]. 한 표본 순위 검파기는 기준 관측량을 필요로 하지 않는 대신 관측량의 부호 통계량을 따로 다루어야 하고, 두 표본 순위 검파기는 관측량의 부호 통계량을 따로 다룰 필요가 없지만 잡음만으로 이루어진 기준 관측량을 얻을 수 있어야 한다[5].

약의존성 잡음에서의 한 표본을 쓰는 국소 최적 순위 확률 신호 검파기에 대한 연구는 이미 발표되었고[6], 또 약의존성 잡음에서 순위 통계량이 아닌 관측량을 바로 쓰는 국소 최적 확률신호 검파기에 대한 연구도 이미 발표되었다[7]. 이 논문에서는 아직 다루어지지 않은 두 표본을 쓰는 국소 최적 순위 확률 신호 검파기의 검정 통계량을 약의존성 잡음 환경에서 유도하였다.

## Ⅱ. 관측 모형

이 논문에서 다루는 신호 검파 관측 모형은 아래와 같다.

$$X_i = \begin{cases} \theta S_i + N_i, & i = 1,2,3,\ldots,n \\ N_i, & i = n+1,\ldots,n+m \end{cases} \tag{1}$$

여기서 $X_i$는 관측량, $S_i$는 확률 신호 성분, $N_i$는 잡음성분이다. 음수가 아닌 $\theta$는 신호 세기를 나타내는 매개 변수이며 표본의 크기는 $n$이다. 확률 신호 성분 $S_i$의 평균은 0이고 분산은 $\sigma_i^2$이다. 신호 벡터 $\vec{S} = (S_1, S_2, \cdots, S_n)$의 결합 확률 밀도는 $f_S(S_1, S_2, \ldots, S_n)$라고 두자. 전체 관측 벡터 $\vec{X} = (X_1, X_2, \cdots, X_{n+m})$ 이다. 이 가운데 $\vec{X}_{reg} = (X_1, X_2, \cdots, X_n)$은 보통 관측이고 $\vec{X}_{ref} = (X_{n+1}, X_{n+2}, \cdots, X_{n+m})$은 기준 관측이다.

이 논문에서 다룰 검파 문제는 다음과 같이 신호 세기 모수 $\theta$에 대한 가설 검정 문제로 나타낼 수 있다. 아래 식에서 $H_0$는 신호가 없음을 나타내는 귀무 가설이며, $H_1$은 신호가 있음을 나타내는 대립 가설이다.

$$\begin{cases} H_0: \ \theta = 0 & (\text{신호가 없음.}) \\ H_1: \ \theta > 0 & (\text{신호가 있음.}) \end{cases} \tag{2}$$

약의존성 잡음은 일반적으로 볼테라 전개로 나타낼 수 있으나 그 복잡함으로 인해 대개의 경우 분포가 같은 확률 과정의 한방향 이동 평균으로 둔다 [6,7]. 잡음 성분 $N_i$ 는

$$N_i = W_i + \rho W_{i-1} u_{i-2} \tag{3}$$

로 나타낸다. 여기서 $W_i, i = 1,2,\ldots,n+m$는 서로 독립이고 분포가 같은 확률변수이다. 이들의 확률밀도 함수 $f_W$는 유한하고 연속적인 미분계수를 갖는 우함수이고, 정규조건을 만족시킨다[8]. 식 (2)에서 $\rho$는 $W_i$의 상관 계수를 결정하는데 의존매개변수라 부르고, $u_i$는 단위 계단 수열이고 아래 식으로 나타낸다.

$$u_i = \begin{cases} 1, & i \geq 0 \text{일 때}, \\ 0, & i < 0 \text{일 때}. \end{cases} \tag{4}$$

## Ⅲ. 두 표본 국소 최적 순위 확률 신호 검파기

귀무 가설과 대립 가설 아래에서 관측 벡터 $\vec{X}$의 결합 확률 밀도를 구하면 아래 식과 같다.

$$H_0: \ \phi_0(\vec{X}) = \prod_{i=1}^{n+m} f_W(Y_i) \tag{5}$$

$$H_1: \ \phi_1(\vec{X}) = \int_{R^n} \prod_{i=1}^{n+m} f_W(Y_i - \theta C_i) f_S(\vec{S})\, d\vec{S} \tag{6}$$

여기서,

$$Y_i = \sum_{k=0}^{i-1} (-\rho)^k X_{i-k} \tag{7}$$

이고

$$C_i = \begin{cases} \sum_{k=0}^{i-1} (-\rho)^k S_{i-k}, & i \leq n \text{일 때}, \\ C_n, & i > n \text{ 일 때}, \end{cases} \tag{8}$$

이다. 또 $\vec{Y} = (Y_1, Y_2, \ldots, Y_{n+m})$이다.

이를 다시 순위 통계량에 대한 귀무 가설과 대립 가설로 바꾸어 보면,

$$H_0 : p_0(\vec{r}) = \frac{1}{(n+m)!} \tag{9}$$

$$H_1 : p_1(\vec{r}) = \int_A \int_{R^n} \prod_{i=1}^{n+m} f_W(Y_i - \theta C_i) f_S(\vec{S})\, d\vec{S}\, d\vec{X} \tag{10}$$

과 같다. 여기서, $A = \{\vec{X} | \vec{R} = \vec{r}\}$ 이고 $\vec{R} = (R_1, R_2, \ldots, R_{n+m})$ 이다. $R_i$는 $\vec{Y}$에서 $Y_i$의 순위 통계량으로 $Y_i$는 $\vec{Y}$에서 $R_i$째 작은 원소가 된다. 두 표본을 쓰는 국소 최적 순위 확률 신호 검파기의 검정 통계량은

$$T(\vec{X}) = \frac{1}{p_0(\vec{r})} \cdot \left. \frac{d^2 p_1(\vec{r})}{d\theta^2} \right|_{\theta=0} \tag{11}$$

로부터 얻을 수 있다 [8]. 먼저,

$$\begin{aligned} &\frac{1}{p_0(\vec{r})} \cdot \left. \frac{d^2 p_1(\vec{r})}{d\theta^2} \right|_{\theta=0} \\ &= (n+m)! \cdot \int_A \int_{R^n} \left. \frac{d^2 f_W(\vec{Y} - \theta \vec{C})}{d\theta^2} \right|_{\theta=0} f_S(\vec{S})\, d\vec{S}\, d\vec{X} \\ &= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1, j\neq i}^{n} E_S\{C_i C_j\} a(R_i, R_j) + \sum_{i=1}^{n} E_S\{C_i^2\} b(R_i) \end{aligned} \tag{12}$$

임을 유도할 수 있다. 이 때,

$$g(x) = -\frac{1}{f_W(x)} \cdot \frac{d f_W(x)}{dx} \tag{13}$$

이고

$$h(x) = \frac{1}{f_W(x)} \cdot \frac{d^2 f_W(x)}{dx^2} \tag{14}$$

라고 두면,

$$a(R_i, R_j) = E\{g(Y_i) g(Y_j)\} \tag{15}$$

$$b(R_i) = E\{h(Y_i)\} \tag{16}$$

이다.

예를 들어, $f_W(x) = \frac{e^{-x}}{(1+e^{-x})^2}$ 일 때,

$$a(k,i) = \begin{cases} \dfrac{4i(k+1)}{(n+m+1)(n+m+2)} - \dfrac{2(i+k)}{n+m+1} + 1, & k \geq i \\ a(i,k) & k < i \end{cases} \tag{17}$$

이고,

$$b(i) = \frac{6i(i+1)}{(n+m+1)(n+m+2)} - \frac{6i}{n+m+1} + 1 \tag{18}$$

이다 [5].

## Ⅳ. 맺음말

이 논문에서는 약의존성 잡음 환경에서 확률 신호를 검파할 수 있는 두 표본을 쓰는 국소 최적 순위 검파기의 검정 통계량을 얻었다. 이 논문에서 얻어진 검파기의 얼개는 국소 최적 신호 검파기의 얼개와 비슷하며, 점수 함수도 그 특성이 잘 알려져 있다.

관측 표본으로부터 순위 통계량을 얻어내는 과정은 상당한 계산양을 요구한다. 두 표본 순위 검파기는 일반 관측 표본과 기준 관측 표본을 합한 표본으로부터 순위통계량을 얻어야 하므로, 일반 관측 표본의 크기가 같은 한 표본 순위 검파기보다 많은 계산량을 필요로 한다. 반면, 부호 통계량을 따로 다루지 않아 검파기의 얼개가 간단해진다는 점과 더 많은 관측량을 쓰는 만큼 더 좋은 성능을 기대할 수 있다는 상황이 있다는 장점이 있다.

표본의 크기가 무한대라고 가정하는 점근 성능 효능을 비교해보면 한 표본 순위 검파기와 두 표본 순위 검파기는 점근적으로 같은 성능을 보인다.

## 참 고 문 헌

〔1〕 배진수, 여러 가지 교란 모형에서의 신호 검파, 박사학위 청구논문, 한국과학기술원, 1998.

〔2〕 E.L. Lehmann, Nonparametrics: Statistical Methods Based on Ranks. San Francisco: Holden-Day, 1975.

〔3〕 I. Song, J. Bae, and S.Y. Kim, Advanced

Theory of Signal Detection. Springer, 2002.

〔4〕 J. Bae and S.Y. Kim, "Locally optimum rank detector test statistics for composite signals in generalized observations: Two-sample case", IEICE Trans. Commun., Vol.E85-B, No.11, pp.2512-2514, Nov. 2002.

〔5〕 S.Y. Kim and I. Song, "On the score functions of the two-sample locally optimum rank test statistic for random signals in additive noise", IEEE Tr. Inf. Theory, Vol.41, No.3, pp.842-846, May 1995.

〔6〕 김선용, 송익호, "한 표본과 두 표본 적산성 관측 모형에서 순위 통계량을 이용한 신호 검파기의 검정 통계량", 한국통신학회논문지, Vol. 27, No.9A, pp.856-860, 2002년 9월.

〔7〕 김광순, 윤석호, 박소령, 이주식, 송익호, 김선용, "약의존성 잡음모형에서 순위를 바탕으로 한 신호검파기", 전자공학회논문지, Vol.37, No. 1, pp.76-82, 2000년 1월.

〔8〕 S.A. Kassam, Signal Detection in Non-Gaussian Noise, New York: Springer-Verlag, 1987.

**배 진 수** (Jinsoo Bae) 종신회원

1993년 2월 한국과학기술원 전기및전자공학과

1994년 2월 한국과학기술원 전기및전자공학과 공학석사

1998년 2월 한국과학기술원 전기및전자공학과 공학박사

1997년 1월~1997년 12월 동경대학 방문연구원

2006년 9월~2007년 8월 남가주대학교 (USC) 방문연구원

1998년 1월~1998년 10월 앤더슨컨설팅 (현 엑센추어) 컨설턴트

1998년 11월~1999년 12월 일본모토로라 연구원

1999년 9월~2000년 2월 LG텔레콤 과장

2000년 3월~현재 세종대학교 정보통신공학과 전임강사, 조교수, 부교수

<관심분야> 검파및추정론, 통신이론, 디지털신호처리, 부호이론