

TDOA 방식 기반 위치 추정을 위한 BLUE 추정기

정희원 이영규*, 양성훈*, 권택용*, 이창복*, 박병구**, 이원진***

A BLUE Estimator for Passive Localization by TDOA Method

Young-kyu Lee*, Sung-hoon Yang*, Taeg-Yong Kwon*, Chang-bok Lee*, Byung-koo Park**,
Won-jin Lee*** *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 발신자가 송출한 신호를 이용하여 TDOA(Time Difference of Arrival) 방식으로 발신자의 위치를 추정할 때, BLUE(Best Linear Unbiased Estimator) 추정기와 이의 CRLB(Crammer-Rao Lower Bound)를 닫힌 해 형태로 구하였다. 3 개의 기준국 또는 센서를 사용하여 2차원의 발신자 위치를 추정할 때, BLUE 추정기를 사용하여 CRLB를 구하기 위해서 발신자의 위치에 대한 기준 위치를 설정한 후 이를 1 차 Taylor 급수로부터 유도된 근사화된 TDOA 쌍곡선 방정식을 사용하였다. 본 논문에서 근사화를 통해 구해진 유도식은 각 기준국 또는 센서에서의 TOA(Time of Arrival) 측정 잡음이 서로 상관관계가 없고 독립적이라는 가정하에서, 백색 가우시안 잡음에 대해서뿐만 아니라 평균이 제로인 모든 잡음에 대해서 적용할 수 있다.

Key Words : TDOA, location estimator, CRLB, BLUE, CEP

ABSTRACT

In this paper, we derived a closed-form equation of a Best Linear Unbiased Estimator (BLUE) and its Crammer-Rao Lower Bound (CRLB) for the estimation of the position of the emitter based on the Time Difference of Arrival (TDOA) technique. The BLUE and CRLB were derived for the case of estimating 2 dimensional position of the emitter with 3 base stations or sensors, and for this purpose, we used an approximated equation of the TDOA hyperbola equation obtained from the first order Taylor-series after setting the reference points of the position. The derived equation can be used for any kind of noises which are uncorrelated in each other in the TOA measurement noises and for a white Gaussian noise also.

I. 서 론

최근에 통신 산업의 발전에 의해 무선 신호 또는 무선 통신 시스템을 이용하여 이동체의 위치를 제공하기 위한 방안에 대해서 많은 연구가 이루어지고 있다. 특히, 미국의 경우에 있어서는 E-911 서비스를 제공하기 위해 연방 통신 위원회에서 무선 통신 사업장에서 사용자의 위치를 알아낼 수 있는 규약을 정해 놓고 있다^[1]. 이러한 미어나 실종자를 찾기 위한 서비스

뿐만 아니라 실내 측위 및 LBS (Location Based Service)를 위한 위치 추정 등에 대한 광범위한 연구가 진행 중에 있다.

발신자 또는 무선 가입자의 위치 추정을 위해 기본적으로 사용되어지고 있는 방법으로는 수신신호세기 (RSS: Received Signal Strength), 수신각(AOA: Angle of Arrival), 도착시간(TOA: Time of Arrival), 도착시간차(TDOA: Time Difference of Arrival) 등이 있다. 또한 위치 추정 성능을 더욱 향상시키기 위해서

※ 본 과제는 국방과학연구소의 재원으로 LIG 빅스윈의 지원을 받아 수행된 연구임

* 한국표준과학연구원 기반표준본부 시간센터(ykleeks@kriss.re.kr), (° : 교신저자)

** 국방과학연구소(skywalker@add.re.kr), *** LIG 빅스윈(leewonjin@lignex1.com)

논문번호: KICS2011-07-286, 접수일자: 2011년 7월 11일, 최종논문접수일자: 2011년 11월 7일

이러한 기본적인 방법들을 혼합한 TOA(TDOA)/RSS, TOA(TDOA)/AOA 등이 많이 사용되고 있다. 이들 방법 중에서 가장 좋은 성능을 나타내는 방법은 TOA 또는 TDOA 방법이며 이 중에서 TOA는 발신자의 단말기가 기준국(또는 센서) 단말기와 시각동기가 되어 있어야 하기 때문에 현실적으로 적용하기에는 어려움이 많아서 이러한 발신자 단말기와 시각동기가 필요하지 않는 TDOA 방법이 가장 선호되는 방식 중 하나이다.

발신자의 위치 추정을 위해 TDOA 추정을 사용하는 방법은 논문 및 문헌 등에서 폭 넓게 기술되어 있다. 그 중에는 Taylor 급수를 사용하여 비선형 방정식을 선형화한 후 반복적인 계산을 통해서 해를 구하는 방법^[2]이 있고 이는 반복적인 연산을 수행해야 하기 때문에 상대적으로 복잡성이 증가하는 단점이 있다. 다음으로, 일반화된 cross-correlator 프로세싱 기술을 사용하는 방법^[3]이 있으며 이는 시간지연을 추정하기 위해서 FFT(Fast Fourier Transform)를 사용하며 연산이 빠르기 때문에 일반적으로 많이 사용되어지고 있는 방법이지만 단편 해 형태의 해로 표현되지 않는다. 또한 WLLS (Weighted Linear Least-Squares) 기술을 사용하여 2 차원 위치 추정에 대한 단편 해 형태로 분석한 방법^[4] 등이 있으며, [4]에서는 추정기의 분산을 각도와 거리로 표현하였고 식 내에 적분이 포함되어 있어 복잡한 계산이 요구되어지지만 본 논문에서 유도된 방식은 좌표 및 각의 합으로 표현되어 상대적으로 간단한 계산을 통해 구할 수 있다. 본 논문에서는 2 차원 위치 추정을 위해 3 개의 센서가 있을 경우에 대해서 TDOA 방법을 사용하였을 때의 위치 추정기 및 이에 대한 CRLB (Cramer-Rao Lower Bound)를 단편 해 식으로 유도하였다. 이를 위해서 쌍곡선으로 표현된 방정식을 Taylor 급수로 근사화하여 선형화된 식을 사용하였다. 본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 먼저 2 장에서는 제안된 발신자 위치 추적 알고리즘에 대한 추정기 및 이에 대한 CRLB에 대해서 기술하였다. 다음으로 3 장에서는 센서들이 선형적으로 배치되어 있을 때와 임의적인 위치를 가질 때에 있어서의 성능을 분석한 결과에 대해서 나타내었다. 그리고 마지막으로 4장에서 결론을 나타내었다.

II. 제안된 발신자 위상 보상 알고리즘

본 장에서는 본 논문에서 제안하는 발신자 위치 추적 알고리즘에 대해서 논한다. 제안된 알고리즘에 대해서 기술하기에 앞서 일반적인 BLUE(Best Linear

Unbiased Estimator) 방법에 대해서 간략하게 설명하기로 한다.

2.1 BLUE 방법

TDOA 방식을 사용하여 발신자의 위치를 추적하는 방법은 일반적으로 두 단계를 걸쳐서 이루어진다^[5]. 첫 번째 단계는 각각의 수신 센서들 사이에서 발신기로부터 송출된 신호를 수신하여 TDOA를 추정하는 것이다. 두 번째는 이렇게 추정된 TDOA 값을 사용하여 거리차 측정치로 변환하여 쌍곡선 방정식을 구하는 것이다. 이러한 쌍곡선 방정식은 비선형 방정식이므로 일반적으로 최적의 해를 구하기가 어렵기 때문에 선형화된 근사값을 사용하여 해를 구하게 된다. 선형화된 식을 사용하면 BLUE 추정기를 적용할 수 있으며 이 단락에서는 이러한 방법에 대해서 기술한다.

먼저 N 개의 수신 센서가 알려진 위치에 놓여 있다고 가정한다. 이러한 가정은 일반적으로 발신자 위치를 추적하기 위한 시스템에서는 타당한 가정이다. 발신자의 위치를 추적하기 위해서 측정되는 데이터는 발신기에서 발신된 신호를 수신기에서 수신한 시간 데이터이다. TDOA 방식에 있어서는 이러한 시간 데이터를 서로 빼줌으로써 발신기와 동기 오차를 상쇄시키는 방법을 사용한다.

신호도착 시각은 평균이 0이고 알려진 분산을 갖는 잡음에 의해서 오염되어졌다고 가정한다. 시각 $t = t_0$ 에서 발신자에 의해서 송출된 신호에 대한 측정은

$$t_i = t_0 + r_i/c + n_i, \quad t = 1, 2, \dots, N-1 \quad (1)$$

와 같고 여기에서 r_i 는 안테나 i 와 발신자와의 거리, c 는 전파 속도, n_i 는 측정 잡음을 각각 나타낸다. 각각의 안테나로부터 찾고자 하는 발신자까지의 거리는 안테나 i 의 위치를 (x_i, y_i) 및 발신자의 위치를 (x_s, y_s) 라 하면

$$r_i = \sqrt{(x_s - x_i)^2 + (y_s - y_i)^2} \quad (2)$$

로 나타낼 수 있다. 이는 비선형 함수로 선형함수로 만들기 위해서 발신자 위치에 근접해 있는 기준 위치 (x_r, y_r) 가 가용하다고 가정한다. 이에 대한 개념도를 그림 1에 나타내었다. 이러한 가정하에서 새로운 추정기는

$$\theta = [(x_s - x_r)(y_s - y_r)]^T = [\delta x_s \delta y_s]^T \quad (3)$$

가 된다. 1 차 Taylor 급수를 사용하면 식 (2)는 다음과 같이 근사화 될 수 있다⁶⁾.

$$r_i \approx r_{ri} + \frac{x_r - x_i}{r_{ri}} \delta x_s + \frac{y_r - y_i}{r_{ri}} \delta y_s \quad (4)$$

식 (4)를 식 (1)에 대입하면 다음과 같은 선형 함수를 얻게 된다.

$$t_i = t_0 + \frac{r_{ri}}{c} + \frac{x_r - x_i}{r_{ri}c} \delta x_s + \frac{y_r - y_i}{r_{ri}c} \delta y_s + n_i \quad (5)$$

위의 식에서 r_{ri}/c 는 상수이므로 새로운 변수 $\tau_i = t_i - r_{ri}/c$ 를 사용하면

$$\tau_i = t_0 + \frac{x_r - x_i}{r_{ri}c} \delta x_s + \frac{y_r - y_i}{r_{ri}c} \delta y_s + n_i \quad (6)$$

와 같은 식을 얻고, 따라서 TDOA 방식에 있어서의 측정 식은 다음과 같다.

$$\xi_i = \tau_i - \tau_{i-1} = \frac{x_r - x_i}{r_{ri}c} \delta x + \frac{y_r - y_i}{r_{ri}c} \delta y + n_i - \left(\frac{x_r - x_{i-1}}{r_{ri-1}c} \delta x + \frac{y_r - y_{i-1}}{r_{ri-1}c} \delta y + n_{i-1} \right) \quad (7)$$

여기에서 $(x_r - x_i)/r_{ri} = \cos \phi_i$ 와 $(y_r - y_i)/r_{ri} = \sin \phi_i$ 를 사용하면 다음과 같이 조금 간단한 식이 된다.

$$\xi_i = \frac{1}{c} (c\phi_i - c\phi_{i-1}) \delta x + \frac{1}{c} (s\phi_i - s\phi_{i-1}) \delta y + n_i - n_{i-1} \quad (8)$$

여기에서 $s\phi_i = \sin \phi_i$ 이고 $c\phi_i = \cos \phi_i$ 이다. 만일 잡음이 평균이 0이고 분산 σ^2 을 갖고 서로 독립적이라면, BLUE 추정기는

$$\hat{\theta} = [H^T (AA^T)^{-1} H]^{-1} H^T (AA^T)^{-1} \xi \quad (9)$$

와 같고 여기에서

$$H = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} c\phi_1 - c\phi_0 & s\phi_1 - s\phi_0 \\ c\phi_2 - c\phi_1 & s\phi_2 - s\phi_1 \\ \vdots & \vdots \\ c\phi_{N-1} - c\phi_{N-2} & s\phi_{N-1} - s\phi_{N-2} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

이다. 또한 이러한 추정기를 사용하여 구할 수 있는 최소 분산은 다음과 같다.

$$\text{var}(\hat{\theta}_i) = \sigma^2 [C_{\hat{\theta}}^{-1}]_{ii} = \sigma^2 \{ [H^T (AA^T)^{-1} H]^{-1} \}_{ii} \quad (10)$$

여기에서 C_{ii} 는 위치 추정기의 공분산 행렬이며, 이상은 [6]에 나와 있는 사항을 정리한 것이다. $(AA^T)^{-1}$ 의 행렬 원소 값에 대해서는 다음과 같이 일반항으로 구할 수 있다.

$$a_{ij} = a_{ji} = \frac{k}{N} (N - l) \quad (11)$$

로 구할 수 있고 여기에서 $k = \min(i, j)$ 는 i 와 j 중에서 작은 값이고 $l = \max(i, j)$ 는 i 와 j 중에서 큰 값을 나타내며 N 은 센서의 수이다.

식 (9)에서 볼 수 있는 것처럼 발신자 위치에 대한 추정기를 구하기 위해서는 역함수를 구해야 하고, 일반적으로 이러한 역함수의 행렬이 3 차원 이상일 경우에 해를 구하기가 힘들다. 따라서 대부분의 연구에서는 식 (9) 및 (10)의 형태에 대해서 순차적으로 해를 구하는 방법 또는 모의실험에 의해 결과를 분석하는 방법을 사용한다. 하지만 2 차원 위치 추정에 대해서 3 개의 센서를 사용할 경우에는 닫힌 해 형태의 식을 구할 수 있으며 다음 단에서는 이에 대해서 기술하기로 한다.

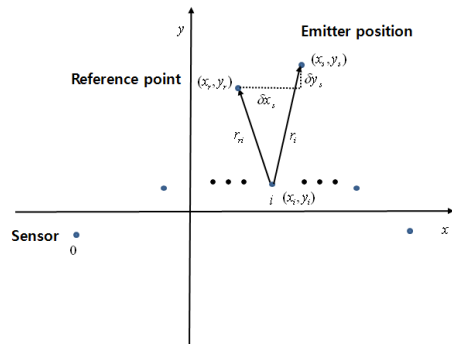


그림 1. 발신기의 위치 추정을 위한 개념도.
Fig. 1. Conceptual diagram for position estimation of the emitter.

2.2 유도된 3 개의 수신 센서를 이용한 2차원 위치 추정

먼저 3 개의 수신 센서를 사용하여 2 차원의 발신자 위치에 대한 식 (9)에 나타내어진 추정기를 구해보도록 한다. 일반적인 경우에 있어서는 행렬 H 가 정방행렬이 되지 않기 때문에 간략화하기가 어렵지만 이때에는 특별히 H 가 정방행렬이 되고 따라서 H 의 역행렬이 존재하기 때문에 위치 추정기 $\hat{\theta}$ 는 다음과 같이 간단하게 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= \begin{bmatrix} \hat{\delta x} \\ \hat{\delta y} \end{bmatrix} = H^{-1} [H^T (AA^T)^{-1}]^{-1} H^T (AA^T)^{-1} \xi \\ &= H^{-1} \xi = \frac{c}{\sum_{i=0}^2 s(\phi_i - \phi_{\text{mod}(i+1, 3)})} \cdot (12) \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} (s\phi_2 - s\phi_1)(\tau_1 - \tau_0) - (s\phi_1 - s\phi_0)(\tau_2 - \tau_1) \\ (c\phi_1 - c\phi_0)(\tau_2 - \tau_1) - (c\phi_2 - c\phi_1)(\tau_1 - \tau_0) \end{bmatrix}$$

여기에서 $\text{mod}(x,y)$ 는 x 에 대한 y modulo 연산($x \text{ mod } y$)을 나타낸다. 다음으로 식 (10)에 나타난 CRLB를 구하기 위해서는 H 가 정방행렬일지라도 더욱 간략화되지 않기 때문에 식에 나타나 있는 역행렬을 구해야만 한다. 이를 위해 먼저 $(AA^T)^{-1}$ 에 대해서 구해 보기로 한다. 안테나가 3 개인 경우에 있어서는 $N=3$ 을 식 (11)에 대입하면 $a_{11} = a_{22} = \frac{2}{3}$ 및 $a_{12} = a_{21} = \frac{1}{3}$ 을 얻을 수 있고 이를 사용하면 다음과 같은 행렬로 표현할 수 있다.

$$(AA^T)^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

다음으로 추정기의 공분산에 대해서 살펴보기로 한다. 식 (13)을 식 (10)에 대입하고 정리하면 공분산 행렬 $C_{\hat{\theta}}$ 에 대한 식은

$$C_{\hat{\theta}} = \frac{3\sigma^2 c^2}{D} \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} \\ j_{21} & j_{22} \end{bmatrix} \quad (14)$$

로 나타낼 수 있으며, 여기에서

$$j_{11} = 2 \left[\sum_{i=0}^2 s^2 \phi_i - \sum_{i=0}^2 s\phi_i s\phi_{\text{mod}(i+1, 3)} \right]$$

$$j_{22} = 2 \left[\sum_{i=0}^2 c^2 \phi_i - \sum_{i=0}^2 c\phi_i c\phi_{\text{mod}(i+1, 3)} \right]$$

$$j_{12} = j_{21} = 2 \sum_{i=0}^2 \cos \phi_i \sin \phi_i - \sum_{i=0}^2 \sin(\phi_i + \phi_{\text{mod}(i+1, 3)})$$

$$D = 3 \left[\sum_{i=0}^2 \sin(\phi_i - \phi_{\text{mod}(i+1, 3)}) \right]^2$$

이고 이를 사용하면 구하고자 하는 최소 분산은

$$\text{var} \left(\begin{bmatrix} \hat{\delta x} \\ \hat{\delta y} \end{bmatrix} \right) = \frac{2\sigma^2 c^2}{\left[\sum_{i=0}^2 s(\phi_i - \phi_{\text{mod}(i+1, 3)}) \right]^2} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^2 s^2 \phi_i - \sum_{i=0}^2 s\phi_i s\phi_{\text{mod}(i+1, 3)} \\ \sum_{i=0}^2 c^2 \phi_i - \sum_{i=0}^2 c\phi_i c\phi_{\text{mod}(i+1, 3)} \end{bmatrix} \quad (15)$$

와 같이 된다. 이에 대한 유도는 부록에 나타냈다.

III. 실험 및 결과

본 장에서는 2 장에서 구한 위치 추정기 및 최소 분산에 대해 분석하기로 한다.

3.1 수신 센서가 선형 배열인 경우

먼저 구해진 위치 추정기 및 이에 대한 CRLB에 대한 분석을 하기 위해서 가장 간단한 형태로 수신 센서들이 x 축 또는 y 축에 대해서 선형적으로 배열되어 있는 경우에 대해서 살펴보기로 한다. 이러한 경우에 대한 예를 그림 2에 나타내었다. 그림에 나타나 있는 것

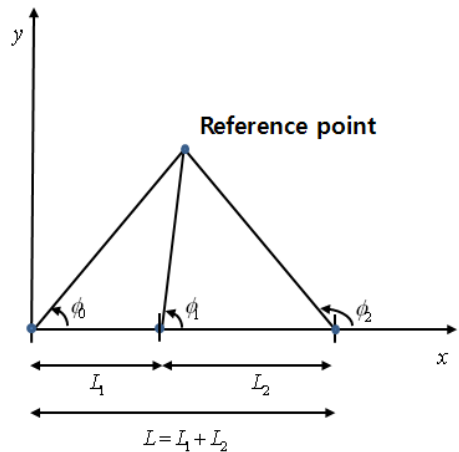


그림 2. 3 개의 수신 센서가 선형적인 배열을 갖는 경우 예. Fig. 2. Example of 3 receiver sensors with linear array.

과 같이 3 개의 센서들이 x 축 상에 배열되어 있는 것으로 가정한다. 그림에서 볼 수 있는 것처럼 센서들과 기준점과의 각을 각각 $\phi_i, i = 0, 1, 2$ 로 나타내며, 특별한 경우로써 $\phi_0 = \pi - \phi_2$ 인 경우에는 $s\phi_0 = s\phi_2, c\phi_0 = -c\phi_2$ 가 되며 이를 사용하면, x 축과 y 축에 대한 추정기 및 이때의 최소 분산은 식 (12) 및 (15)를 사용하여

$$\begin{bmatrix} \delta\hat{x} \\ \delta\hat{y} \end{bmatrix} = \frac{c}{\begin{matrix} s(\phi_1 + \phi_2) + s(\phi_1 - \phi_2) - s(2\phi_2) \\ (s\phi_2 - s\phi_1)(\tau_2 - \tau_0) \\ (c\phi_1 + c\phi_2)(\tau_2 - \tau_1) + (c\phi_1 - c\phi_2)(\tau_1 - \tau_0) \end{matrix}} \cdot \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \delta\hat{x} \\ \delta\hat{y} \end{bmatrix} = \frac{c}{\begin{matrix} s(\phi_1 + \phi_2) + s(\phi_1 - \phi_2) - s(2\phi_2) \\ (s\phi_2 - s\phi_1)(\tau_2 - \tau_0) \\ (c\phi_1 + c\phi_2)(\tau_2 - \tau_1) + (c\phi_1 - c\phi_2)(\tau_1 - \tau_0) \end{matrix}} \cdot \quad (17)$$

과 같이 구할 수 있다. 또한 더욱 특별한 경우로 $\phi_1 = \pi/2$ 일 때에는

$$\begin{bmatrix} \delta\hat{x} \\ \delta\hat{y} \end{bmatrix} = \frac{c}{2} \begin{bmatrix} (\tau_2 - \tau_0)/\cos\phi_0 \\ (\tau_0 - 2\tau_1 + \tau_2)/(1 - \sin\phi_0) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \text{var} \left(\begin{bmatrix} \delta\hat{x} \\ \delta\hat{y} \end{bmatrix} \right) &= \frac{2\sigma^2 c^2}{[2c\phi_0(1 - s\phi_0)]^2} \begin{bmatrix} (1 - s\phi_0)^2 \\ 3c^2\phi_0 \end{bmatrix} \\ &= \sigma^2 c^2 \begin{bmatrix} 1/(2c^2\phi_0) \\ 3/[2(1 - s^2\phi_0)] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

를 구할 수 있으며 이는 [6]에 나와 있는 식(146 페이지)과 일치한다. 식 (18) 및 (19)에서 볼 수 있는 것처럼 기준점과 센서와의 각이 작을수록 최소 분산의 값은 커지며 정확도를 향상시키기 위해서는 센서들이 가까이 위치해야 함을 볼 수 있다. 이러한 관계를 좀 더 자세히 살펴보기 위해서 그림 3에 식 (18)을 사용하여 추정된 위치 및 CRLB 타원을 나타내었다. 그림은 $\phi_0 = 10^\circ$ 및 잡음의 표준편차 $\sigma = 10$ ns를 사용하여 구한 것이다. 그림에서 볼 수 있듯이 CRLB 타원은 ± 5 ns 이내에서 구해지며 x 축 및 y 축에 대한 추정된 위치는 각각 ± 10 m 및 ± 15 m 이내에서 구해진다. 수신 센터들이 x 축에 선형적으로 배열되어 있을 때에는 y 축에 대한 추정에 에러가 더 크게 나타남을 볼 수 있다.

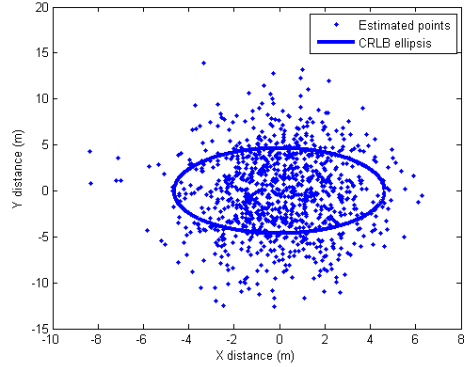


그림 3. 3 개의 수신센서가 x 축에 대해 선형적으로 배열되어 있을 때의 x 축 및 y 축에 대한 추정기 및 CRLB. Fig. 3. BLUE and CRLB of position estimation for the x-axis and y-axis when the 3 receiver sensors are linearly arranged to the x-axis.

그림 4, 5, 6에는 x 축 및 y 축 좌표에 대한 최소 분산 및 이때의 CEP에 대해서 각각 나타내었다. CEP

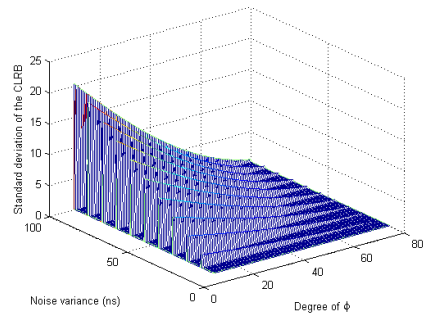


그림 4. 3 개의 수신센서가 x 축에 대해 선형적으로 배열되어 있을 때의 x 축 좌표 추정에 대한 CRLB. Fig. 4. CRLB of position estimation for the x-axis when the 3 receiver sensors are linearly arranged to the x-axis.

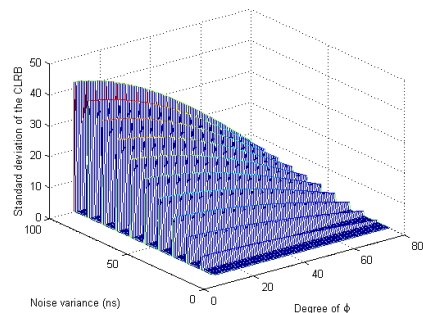


그림 5. 3 개의 수신센서가 x 축에 대해 선형적으로 배열되어 있을 때의 y 축 좌표 추정에 대한 CRLB. Fig. 5. CRLB of position estimation for the y-axis when the 3 receiver sensors are linearly arranged to the x-axis.

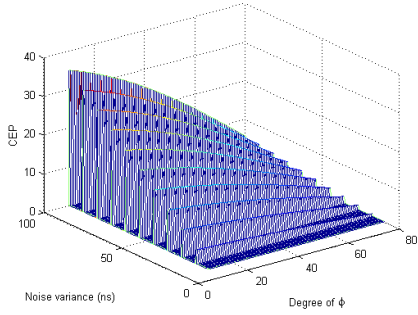


그림 6. 3 개의 수신센서가 x 축에 대해 선형적으로 배열되어 있을 때의 CEP.
Fig. 6. CEP when the 3 receiver sensors are linearly arranged to the x-axis.

값에 대해서는 [7]에 나와 있는 $CEP \approx 0.75 \times \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ 를 사용하였다. 그림들은 ϕ_0 의 값을 10° 에서 80° 사이로 변화시키고 잡음의 표준편차를 10 ns에서 100 ns 사이에서 변화시켜 가면서 구해진 것이다.

그림에서 볼 수 있듯이 y 축 좌표에 대한 CRLB가 더 크게 나타나며 이는 오차가 더 크다는 것을 의미한다. 또한 x 축 좌표에 대한 추정에 있어서 기준점과 센서들이 이루는 각에 의한 영향이 더욱 크게 나타나며 각이 작을 때에는 잡음에 의한 영향이 성능에 미치는 주요 요소가 되는 반면 각이 커질수록 잡음에 의한 영향보다는 각에 의한 영향이 더 커짐을 알 수 있다. y 축 좌표의 추정에 있어서는 각도의 변화에 의한 영향이 상대적으로 작으며 각이 큰 경우에도 여전히 잡음에 의한 영향이 더 크게 작용하는 것을 알 수 있다. 그림 6에서 볼 수 있는 것처럼 CEP의 경우에 있어서는 오차가 큰 y 축 좌표와 비슷한 경향을 나타내고 있다. 이는 x 축에 선형으로 배열되어 있는 경우에는 y 축 좌표에 대한 성능이 전반적인 위치 추정 성능에 영향을 미치는 것을 의미한다.

3.2 수신 센서가 임의의 배열인 경우

3 개의 수신 센서가 임의로 배치되어 있을 때에 대해서 분석하기 위해서는 식 (12) 및 (15)를 사용하면 된다. 그림 7에는 기준점의 좌표에 대해 수신 센서가 임의의 위치에 배열되어 있을 때의 x 축 좌표 및 y 축 좌표에 대해 추정된 값과 이때의 CRLB 타원을 나타내었다. 그림에서 센서들이 x 축 및 y 축에 대해서 최대한 균등하게 분포되어질 수 있도록 $\phi_0 = 45^\circ$, $\phi_2 = 225^\circ$, $\phi_1 = 315^\circ$ 를 설정하였고(이렇게 설정할 경우 3 개의 수신 센서의 좌표는 x 축 및 y 축에서 동

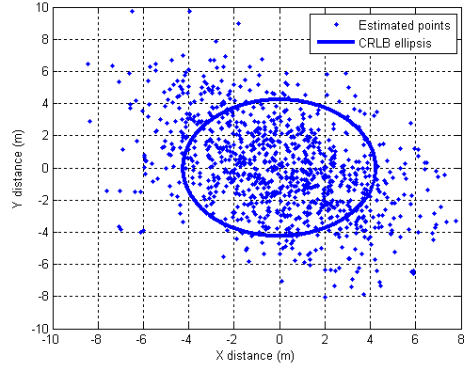


그림 7. 3 개의 수신센서가 임의로 배열되어 있을 때의 x 축 및 y 축에 대한 추정기 및 CRLB.
Fig. 7. BLUE and CRLB for the x-axis and y-axis when the 3 receiver sensors are arbitrary arranged to the x-axis.

일한 거리만큼 떨어져게 된다.), 잡음의 표준편차는 10 ns로 두었다. 그림에서 볼 수 있듯이 x 축 및 y 축으로 거의 균등하게 좌표를 추정할 수 있음을 관측할 수 있다. 그림 8, 9, 10에는 잡음의 표준편차를 10 ns에서 100 ns까지 10 ns씩 변형해 가고 $\phi_0 = 45^\circ$, $\phi_2 = 225^\circ$ 로 고정해 놓은 후 ϕ_1 의 값이 55° 에서 215° 사이에서 변화되어 갈 때의 x 축 좌표 및 y 축 좌표에 대한 CRLB 및 이때의 CEP 값을 각각 나타내었다. 이러한 값들을 선정한 이유는 두 개의 센서가 x 축 및 y 축에 대해서 균등하게 위치해 있을 때 3 번째 센서가 변화해 감으로써 나타나는 현상을 관측하고, 식 (15)에서 볼 수 있듯이 3 개의 센서가 기준점에 대해서 동일한 각도를 가지고 변화할 때에는 동일한 CRLB의 값을 갖기 때문에 두 개의 센서는 동일한 위치에 놓고 하나의 센서 위치를 변화시켜 가면서 이의

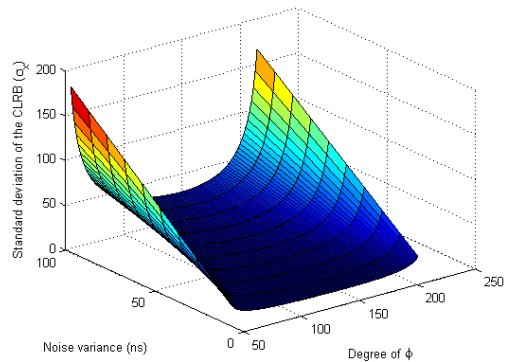


그림 8. 3 개의 수신센서가 임의로 배열되어 있을 때의 x 축 좌표 추정에 대한 CRLB.
Fig. 8. CRLB of position estimation for the x-axis when the 3 receiver sensors are arbitrary arranged to the x-axis.

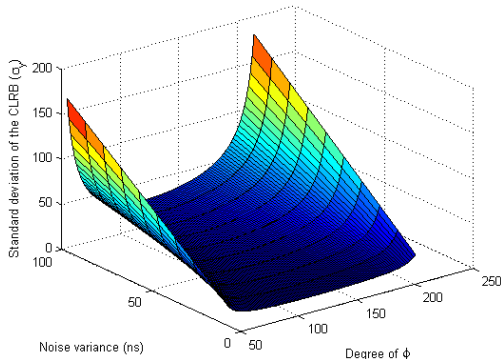


그림 9. 3 개의 수신센서가 임의로 배열되어 있을 때의 y 축 좌표 추정에 대한 CRLB.
 Fig. 9. CRLB of position estimation for the y-axis when the 3 receiver sensors are arbitrary arranged to the x-axis.

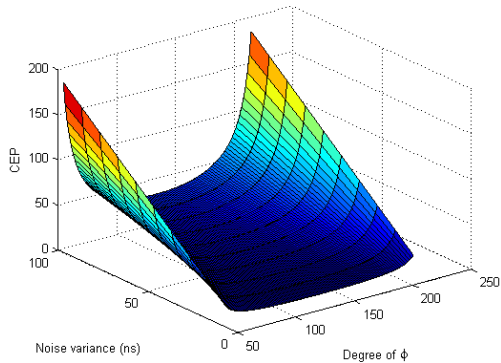


그림 10. 3 개의 수신센서가 임의로 배열되어 있을 때의 CEP.
 Fig. 10. CEP when the 3 receiver sensors are arbitrary arranged to the x-axis.

영향을 추정하기 위함이다. 그림에서 볼 수 있듯이 x 축 및 y 축 좌표에 대한 CRLB 값이 거의 동일한 수준의 영향을 받는 것을 알 수 있다. 또한 잡음의 표준 편차가 100 ns 이내 일 때에 CEP의 값이 200 m 이내 임을 알 수 있고 이는 대략 67 %의 신뢰도를 가지고 발신자의 거리를 200 m 내에서 추정할 수 있음을 의미한다.

그림 11에는 이의 y 축 CLRB에서 x 축의 CLRB의 값을 뺀 값에 대해서 나타내었다. 그림 11에서 확연히 볼 수 있는 것과 같이 ϕ_1 의 값이 x 축에 가까이 근접하면 y 축의 분산 값이 커지고 y 축에 가까이 가면 x 축의 분산 값이 커지는 것을 알 수 있다. 이는 수신 센서가 발신자의 x 축 또는 y 축에 근접하게 되면 근접하지 않는 축의 분산 값이 상대적으로 커짐을 알 수 있다. 이는 또한 x 축 또는 y 축에 대해서 더욱 정밀하게 추정하기 위해서는 센서들이 발신자의 위치

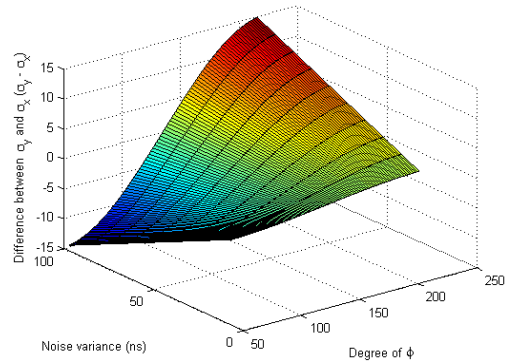


그림 11. 3 개의 수신센서가 임의로 배열되어 있을 때의 x, y 축 좌표 추정에 대한 CRLB의 차 ($\sigma_y - \sigma_x$).
 Fig. 11. CRLB differences of position estimation for the x-axis and y-axis when the 3 receiver sensors are arbitrary arranged to the x-axis.

에서 균등하게 분포되어 있어야 함을 의미한다.

다른 방법과의 성능 비교는 [8]에 나와 있는 CRLB를 활용하였다. [8]에서는 CRLB를 구하는데 있어서 널리 사용되어지는 FIM(Fisher Information Matrix)를 사용하여 평균 0을 갖고 각각이 σ_i^2 인 서로 다른 분산을 갖는 서로 독립적인 잡음에서의 N 개의 안테나를 사용했을 때의 경우에 대한 CRLB를 구하였다. 구해진 식에 N=3 및 서로 동일한 분산 $\sigma_i^2 = \sigma^2$ 을 대입하면 본 논문에서 구해진 식과 비교할 수 있다. 그림 12에는 본 논문에서 유도한 식 (15)와 [8]에 나타난 식 (26)을 사용해서 구한 CEP의 차이값을 나타내었다. 그림에서 볼 수 있는 것처럼 두 식은 동일한 결과를 얻게 된다는 것을 알 수 있으며, 이는 당연한 결과로 유도하는 방법이 달라서 서로 다르게 표현되

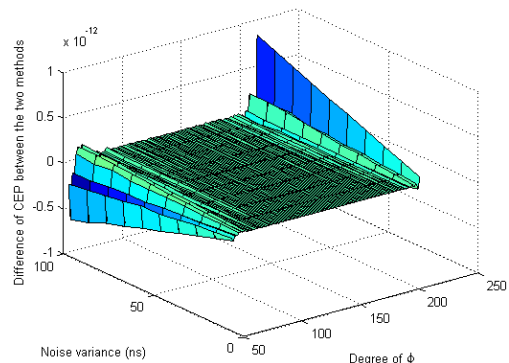


그림 12. 3 개의 수신센서가 임의로 배열되어 있을 때의 유도된 식에 의한 CEP와 [8]에 나타난 식에 의한 CEP 차이.
 Fig. 12. CEP differences between the equation derived by us and the one derived in [8] when the 3 receiver sensors are arbitrary arranged to the x-axis.

어졌을 뿐 동일한 조건(서로 독립적인 가우시안 분포)에 대해 구한 CRLB 값이기 때문이다. 하지만 결과는 같아도 본 논문에서 유도된 식이 계산량에 있어서는 훨씬 적기 때문에 더욱 효율적이라 말할 수 있다. 예를 들면 행렬식의 경우 본 논문에서 유도된 식은 3 번의 덧셈과 곱셈 한 번인 반면 [8]에 나와 있는 경우는 30 번 이상의 덧셈과 10 번 이상의 곱셈이 필요하다.

IV. 결 론

본 논문에서는 3 개의 수신 센서를 사용하여 발신자의 2 차원 위치를 TDOA(Time Difference of Arrival) 방식을 사용하여 추정하기 위한 추정기 및 이때의 최소분산(CRLB: Crammer-Rao Lower Bound)에 대한 닫힌 해 형태의 식을 유도하였다. 유도된 식은 도착시간 측정 잡음이 서로 비상관관계를 가지고 동일한 분산을 갖는 모든 잡음 형태에 적용할 수 있다. 또한 유도된 식을 이용하여 발신자의 기준위치에 대해 수신센서들이 임의의 위치에 있을 때에 대한 추정치 및 이때의 CRLB에 대해서 살펴보았다. 관측 결과 센서들이 발신자 위치에 대해서 x 축 또는 y 축 좌표 중 어느 하나에 상대적으로 더 근접하게 위치하게 되면 반대되는 축의 좌표를 추정하는 데에 있어서 더욱 큰 에러를 가짐을 볼 수 있었다. 따라서 최적의 위치 추적을 위해서는 수신 센서들이 발신자의 위치에 대해서 균등하게 분포되어야 함을 고찰할 수 있었다. 본 논문에서 구해진 식은 실내 측위 또는 CDMA 기준국 등과 같은 시스템을 이용하여 사용자의 위치를 추정하는데 있어서 유용하게 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

[1] "FCC Report and Order and Further Notice of Proposed Rule Making", *FCC Docket 96-264*, June 1996.

[2] W. H. Foy, "Position-Location Solutions by Taylor-Series Estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-12, pp, 187-194, 1976.

[3] G. Carter, "Time Delay Estimation for Passive Sonar Signal Processing," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. ASSP-29, pp. 463-470, 1981.

[4] Y. T. Chan, K. C. Ho, "A Simple and Efficient Estimator for Hyperbolic Location," *IEEE*

Trans. Signal Process., vol. 42, no. 8, pp. 1905-1915, 1994.

[5] T. S. Rappaport, J. H. Reed, B. D. Woerner, "Position Location Using Wireless Communications on Highways of the Future," *IEEE Communications Magazine*, vol. 34, no. 10, pp. 33-41, 1996.

[6] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*, Prentice hall International, Inc., 1993.

[7] D. J. Torrieri, "Statistical Theory of Passive Location Systems," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-20, no. 2, pp, 183-198, 1984.

[8] K. Dogancay, H. Hmam, "On Optimal Sensor placement for Time-Difference-of-Arrival Localization Utilizing Uncertainty Minimization," *Proc. on 17th European Signal Processing Conference*, pp. 1136- 1140, 2009.

부 록

구하고자하는 공분산 행렬을 구하기 위해서는 먼저 일반적인 행렬식으로 놓고 간략하게 한 다음 $h_{11} = (c\phi_2 - c\phi_1)$, $h_{12} = (s\phi_2 - s\phi_1)$, $h_{21} = (c\phi_3 - c\phi_2)$ 및 $h_{22} = (s\phi_3 - s\phi_2)$ 를 대입하여 최종적인 결과를 얻는 것이 더 간편하다. 먼저 구하고자하는 역행렬은

$$\begin{aligned} & [H^T(AA^T)^{-1}H]^{-1} \\ &= \left[\frac{1}{3c^2} \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} \\ h_{12} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \right]^{-1} \quad (A-1) \\ &= \frac{3c^2}{D} \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} \\ j_{21} & j_{22} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

와 같고 이를 간단한 수식을 사용하여 정리하면

$$\begin{aligned} j_{11} &= (2h_{11} + h_{21})h_{11} + (h_{11} + 2h_{21})h_{21} \\ &= 2h_{11}^2 + 2h_{11}h_{21} + 2h_{21}^2 \\ &= 2[c^2\phi_1 + c^2\phi_2 + c^2\phi_3 - \\ &\quad c\phi_1c\phi_2 - c\phi_1c\phi_3 - c\phi_2c\phi_3] \quad (A-2) \\ &= 2\left[\sum_{i=1}^3 c^2\phi_i - \sum_{i=1}^3 c\phi_i c\phi_{\text{mod}(i+1, 3)} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 j_{12} &= j_{21} = -(2h_{11}h_{12} + h_{12}h_{21} + h_{11}h_{22} + 2h_{21}h_{22}) \\
 &= -2[\alpha\phi_1s\phi_1 + 2\alpha\phi_2s\phi_2 + \alpha\phi_3s\phi_3] + \\
 &\quad [s(\phi_1 + \phi_2) + s(\phi_2 + \phi_3) + s(\phi_1 + \phi_3)] \quad (A-3) \\
 &= -2\sum_{i=1}^3 \alpha\phi_i s\phi_i + \sum_{i=1}^3 s(\phi_i + \phi_{\text{mod}(i+1, 3)})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 j_{22} &= 2h_{12}^2 + 2h_{12}h_{22} + 2h_{22}^2 \\
 &= 2[s^2\phi_1 + s^2\phi_2 + s^2\phi_3 - \\
 &\quad s\phi_1s\phi_2 - s\phi_1s\phi_3 - s\phi_2s\phi_3] \quad (A-4) \\
 &= 2\left[\sum_{i=1}^3 s^2\phi_i - \sum_{i=1}^3 s\phi_i s\phi_{\text{mod}(i+1, 3)}\right]
 \end{aligned}$$

다음으로 determinant를 구하면

$$\begin{aligned}
 D &= j_{11}j_{22} - j_{12}j_{21} \\
 &= 3(h_{12}^2h_{21}^2 + h_{11}^2h_{22}^2) - 6h_{11}h_{12}h_{21}h_{22} \\
 &= 3(h_{12}h_{21} - h_{11}h_{22})^2 \quad (A-5) \\
 &= 3[s(\phi_1 - \phi_2) + s(\phi_2 - \phi_0) + s(\phi_0 - \phi_1)]^2 \\
 &= 3\left[\sum_{i=1}^3 s(\phi_i - \phi_{\text{mod}(i+1, 3)})\right]^2
 \end{aligned}$$

여기에서, $\text{mod}(x,y)$ 는 x 에 대한 y modulo 연산($x \text{ mod } y$)을 나타낸다.

이 영 규 (Young-kyu Lee) 정회원



1995년 2월 전북대학교 전자공학
학과
1997년 2월 광주과학기술원 정
보통신공학과석사
2002년 8월 광주과학기술원 정
보통신공학과박사
2002년 11월~현재 한국표준과

학연구원 기반표준부 선임연구원
<관심분야> 위성 응용 시각 비교 및 동기, 통신망
동기, 유비쿼터스 측위

양 성 훈 (Sung-hoon Yang) 정회원



1984년 2월 광운대학교 전자공
학과
1997년 8월 충남대학교 전자공
학과 석사
2010년 충남대학교 전자공학과
박사 수료
1984년 1월~현재 한국표준과

학연구원 기반표준부 책임기술원
<관심분야> 항법위성 및 통신위성 이용 시각 비
교 및 동기, 지상파 이용 시각동기

권 택 용 (Taeg-Yong Kwon) 정회원



1989년 2월 부산대학교 물리교
육과
1991년 2월 부산대학교 물리학
과 석사
1996년 2월 부산대학교 물리학
과 박사
1996년 10월~현재 한국표준과

학연구원 기반표준부 책임연구원
<관심분야> 원자시계 개발 및 응용

이 창 복 (Chang-bok Lee) 정회원



1980년 2월 서강대학교 전자공
학과
1982년 2월 서강대학교 전자공
학과 석사
1994년 2월 서강대학교 전자공
학과 박사
1982년 3월~현재 한국표준과

학 연구원 기반표준부 책임연구원
<관심분야> 위성, 지상파 이용 시각 비교 및 동기

박 병 구 (Byung-koo Park)

정회원



2000년 2월 경북대학교 전자공학
학과졸업
2002년 2월 포항공과대학교 전
자공학과석사
2005년 2월~현재 국방과학연
구소 선임연구원
<관심분야> 제어 및 신호 처
리, 시각 비교 및 동기

이 원 진 (Won-jin Lee)

정회원



1999년 2월 고려대학교 제어계
측공학과졸업
2002년 7월~현재 LIG 벅스원
연구원
<관심분야> 임베디드 시스템,
네트워크 동기, 광대역 디지
털 신호처리