

# 결정지향 오차를 이용한 이중 스텝 크기 LMS를 가지는 적응 블라인드 등화 알고리즘

정회원 정영화\*

## A Adaptive Blind Equalization Algorithm with a Double Step Size LMS Using the Decision-Directed Error

Young-Hwa Jeong\* *Regular Member*

요 약

본 논문에서는 고차 QAM 시스템에서 이중 스텝 크기 LMS를 가지는 MSAGF-MMA 적응 블라인드 등화 알고리즘을 제안한다. 이 알고리즘은 MSAGF-MMA에 결정 오차 범위에 따라 스텝 크기를 달리하는 이중 스텝 크기를 가지는 LMS 알고리즘을 적용하였다. 컴퓨터 모의실험을 통하여 제안한 알고리즘이 MMA나 MSAGF-MMA에 비해 수렴 속도 면에서나 정상상태에서의 잔류 심볼간 간섭과 잔류 오차등에서 크게 향상된 성능을 가짐을 확인하였다.

**Key Words** : MMA, MSAGF-MMA, double step size, decision-directed error, ISI

ABSTRACT

In this paper, we propose MSAGF-MMA adaptive blind equalization algorithm with a double step size in high QAM system. This algorithm apply a LMS algorithm with a different step size as to the region of decision-directed error to MSAGF-MMA. By computer simulation, it is confirmed that the proposed algorithm has a performance highly enhanced in terms of a convergence speed, a residual ISI and a residual error in a steady status compared with MMA and MSAGF-MMA.

### I. 서 론

적응 등화는 대역 제한된 통신 채널에서 발생하는 인접 심볼간 간섭을 줄이는데 널리 사용되는 기법이다. 특히 적응 블라인드 등화는 학습열을 대신 송신된 신호의 통계적 특성과 수신 신호만을 이용한 비용 함수를 최적화시킨다는 점과 임계 결정기(threshold decision device) 대신 비선형 추정기(nonlinear estimator)를 사용하여 오차를 추정한다는 점에서 데이터 의존 등화와 커다란 차이가 있다. 적

응 블라인드 등화 기법은 비선형 추정기를 사용하여 오차를 추정할 때 어떤 오차 신호를 탭 갱신 식에 사용하느냐에 따라 그 성능이 달라지게 된다. 이러한 등화 기법은 QAM 같은 변조 방식을 사용하고 있는 다양한 유,무선 통신시스템에서 매우 널리 사용되고 있다. 적응 블라인드 등화 기법은 Sato가 RCA<sup>[1]</sup> 방식을 제안한 이래로 많은 연구가 이루어져 왔다. 가장 널리 알려진 CMA<sup>[2]</sup>를 비롯하여 CMA 장점을 그대로 유지하면서 심볼간 간섭과 불규칙 위상 회전을 동시에 복원시키는 알고리즘으로서 MCMA<sup>[3]</sup>와

\* 본 연구는 2011학년도 남서울대학교 학술연구지원비에 의해 연구되었음

\* 남서울대학교 정보통신공학과 (yhjeong@nsu.ac.kr)

논문번호 : 12007-0308, 접수일자 : 2012년 3월 8일, 수정일자 : 2012년 4월 3일, 게재확정일자 : 2012년 4월 4일

MMA<sup>[4,5]</sup>가 발표되었다. 또한 적응 블라인드 등화 기법에서 성능 평가는 얼마나 빠른 정상상태로의 수렴 특성을 가지면서 정상상태에서의 오차 값의 변동이 작은 오차 값을 가지느냐에 따라 이루어지게 되는데 이들 조건 모두를 만족시키기 위한 알고리즘들로서 이중모드 적응 블라인드 등화 알고리즘들<sup>[6-8]</sup>이나 가변 스텝 크기(variable step size) LMS를 적용한 알고리즘들<sup>[9-11]</sup> 등이 성능 향상을 위해 연구되어져 왔다. 본 논문에서는 좋은 성능을 가지는 MSAGF-MMA<sup>[12]</sup>에 고정 스텝 크기를 가지는 LMS 대신에 결정지향 오차를 이용하여 그 오차 크기 값이 일정한 범위내에 들어 올 때와 범위 밖의 값을 가질 때 각각 스텝 크기  $\mu$ 값을 다르게 하는 이중 스텝 크기(double step size)를 가지도록 한 적응 블라인드 등화 알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘은 다른 알고리즘들과 비교하여 보다 더 빠른 수렴속도를 가지면서 정상상태에서 잔류 심볼간 간섭 특성 또한 크게 향상되도록 고안되었다.

본 논문의 구성은 2장에서 MMA를, 3장에서는 MSAGF-MMA를 설명한다. 4장에서 제안한 이중 스텝 크기 LMS를 가지는 MSAGF-MMA를 설명한다. 5장에서는 컴퓨터 모의실험 결과를 통하여 다른 적응 블라인드 알고리즘들과 제안한 알고리즘과의 성능을 비교, 분석한다. 마지막으로 6장에서 결론을 맺는다.

## II. MMA(Multimodulus Algorithm)

J. Yang등은 RCA와 CMA의 장점을 결합한 알고리즘으로서 MMA[4][5]를 제안하였다. 이 알고리즘은 빠른 수렴속도와 위상회전기를 필요치 않는 장점을 가졌다.

MMA의 탭 갱신 알고리즘은 식 (1)과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_R(k+1) &= \mathbf{W}_R(k) - \mu e_{MMA,R}(k) \mathbf{x}^*(k) \\ \mathbf{W}_I(k+1) &= \mathbf{W}_I(k) - \mu e_{MMA,I}(k) \mathbf{x}^*(k) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{W}(k) = [w_0(k) \cdots w_{N-1}(k)]^T$  는 등화기 계수 벡터,  $\mathbf{x}(k) = [x(k) \cdots x(k-N+1)]^T$  는 입력 신호 벡터,  $N$ 은 적응 등화기 계수의 수, 그리고  $\mu$ 는 스텝 크기이다.

MMA 오차 함수  $e_{MMA}(k)$ 의 실수와 허수성분은 각각 식 (2)에서 구해진다.

$$\begin{aligned} e_{MMA,R}(k) &= (y_R^2(k) - R_{MMA}^2) y_R(k) \\ e_{MMA,I}(k) &= (y_I^2(k) - R_{MMA}^2) y_I(k) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $y_R(k)$ 와  $y_I(k)$ 는 적응 블라인드 등화기 출력  $y(k)$ 의 각각 실수와 허수 성분을 나타내며,  $R_{MMA}^2$ 는 식 (3)으로 구할 수 있다<sup>[4]</sup>.

$$R_{MMA}^2 = \frac{E[a_R^4(k)]}{E[a_R^2(k)]} = (12m^2 - 7)/5 \quad (3)$$

여기서  $m$ 은 QAM 시스템에서의 심볼 레벨의 수를 나타낸다.

## III. MSAGF-MMA

MSAGF-MMA(Modified Stop-and-Go Flagged MMA) [12]는 Picchi와 Prati가 제안한 Stop-and-Go 알고리즘 [13]을 변형하여 MMA와 결정지향(Decision-Directed) 알고리즘에 의한 각각의 추정 오차의 부호를 비교하여 부호가 서로 같으면 '1', 다르면 '0'을 할당한 이진 플래그  $f_{MSAG,R}$ 과  $f_{MSAG,I}$ 를 MMA에 적용한 알고리즘이다. 이 방법은 Stop-and-Go 알고리즘 보다 더욱 신뢰성 있는 추정 오차를 탭 갱신에 제공하여 수렴 특성과 정상상태에서의 잔류 오차 특성이 뛰어나다.

MSAGF-MMA의 탭 갱신 식은 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_R(k+1) &= \mathbf{W}_R(k) - \mu f_{MSAG,R} e_{MMA,R}(k) \mathbf{x}^*(k) \\ \mathbf{W}_I(k+1) &= \mathbf{W}_I(k) - \mu f_{MSAG,I} e_{MMA,I}(k) \mathbf{x}^*(k) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 이진 플래그  $f_{MSAG,R}$ 과  $f_{MSAG,I}$ 는 다음 식 (5)와 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} f_{MSAG,R} &= \begin{cases} 1 & \text{if } \text{sgn}(e_{MMA,R}(k)) = \text{sgn}(e_{DD,R}(k)) \\ 0 & \text{if } \text{sgn}(e_{MMA,R}(k)) \neq \text{sgn}(e_{DD,R}(k)) \end{cases} \\ f_{MSAG,I} &= \begin{cases} 1 & \text{if } \text{sgn}(e_{MMA,I}(k)) = \text{sgn}(e_{DD,I}(k)) \\ 0 & \text{if } \text{sgn}(e_{MMA,I}(k)) \neq \text{sgn}(e_{DD,I}(k)) \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $\text{sgn}(\cdot)$ 는 signum 함수를 나타내며,  $e_{DD,R}(k)$ 와  $e_{DD,I}(k)$ 는 식(7)과 같은 결정지향 알고리즘 오차신호의 실수부와 허수부이다.

$$e_{DD}(k) = e_{DD,R}(k) + je_{DD,I}(k) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} e_{DD,R}(k) &= y_R(k) - \hat{y}_R(k) \text{sgn}(y_R(k)) \\ e_{DD,I}(k) &= y_I(k) - \hat{y}_I(k) \text{sgn}(y_I(k)) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $\hat{y}_R(k)$ 과  $\hat{y}_I(k)$ 은 각각  $y_R(k)$ 과  $y_I(k)$ 에서 가장 가까운 신호 레벨을 결정하는 경계정기(hard decision device) 출력이다.

#### IV. 이중 스텝 크기 LMS를 가지는 MSAGF-MMA

본 논문에서는 MSAGF-MMA에 결정지향 오차 (decision-directed error) 크기 값 범위에 따라 이중 스텝 크기를 가지는 LMS를 적용한 적응 블라인드 등화 알고리즘을 제안한다.

제안한 알고리즘은 MMA 알고리즘에 보다 신뢰성 있는 추정 오차를 탭 갱신에 사용함으로써 MMA보다 더욱 강건하고 빠른 수렴속도를 가지도록 MSAGF-MMA[12]를 사용하였다. 이 알고리즘에 탭 갱신식에서 단일 스텝 크기  $\mu$ 값을 사용하는 LMS 알고리즘 대신에 결정 지향 오차의 크기 값  $|e_{DD}(k)|$ 를 이용하여 실험에 의해 정해진 범위 값  $\lambda$ 에 따라 스텝 크기  $\mu_1$  또는  $\mu_2$  값이 결정되는 이중 스텝 크기 LMS 알고리즘을 적용하였다.

$\mu$ 값을 크게 하면 수렴 속도는 빠르나 정상상태에서의 오차가 커지며, 작게 하면 수렴 속도가 느려진다. 따라서 오차 값이 크면 빠른 속도로 최적 값을 찾아 가도록  $\mu$ 값을 크게 하고 오차 값이 어느 범위 값 안에 들어오면 정상상태에서의 오차 값을 작게 하기 위하여  $\mu$ 값을 상대적으로 작게 하는 것이 이중 스텝 크기 LMS 알고리즘의 원리이다. 여기서 어떤 기준을 가지고  $\mu$ 값을 결정하느냐에 따라 적응 블라인드 등화 알고리즘의 성능이 좌우된다. 본 논문에서는 결정 지향 오차의 크기를  $\mu$ 값을 결정하는 기준으로 하였다.

처음 등화시에는 대부분의 결정 지향 오차 크기가 클 것이므로 주로  $\mu_2$ 보다 상대적으로 큰 값을 가지는  $\mu_1$ 이 탭 갱신을 위해 사용되다가 오차 크기의 범위가  $\lambda$ 값 안으로 들어 올 때는 오차 크기 변동을 작게 하기 위해서  $\mu_1$ 보다 작은 값을 가지는  $\mu_2$ 를 사용함으로써 정상 상태에서의 오차 변동이 작아지도록 하였다.  $\mu_1$ 과  $\mu_2$ 는 식 (8)에서와 같이 결정된다.

$$\mu(k) = \begin{cases} \mu_1 & \text{if } |e_{DD}(k)| > \lambda \\ \mu_2 & \text{if } |e_{DD}(k)| \leq \lambda \end{cases} \quad (8)$$

여기서  $0 < \lambda < 1$ 이다.

제안한 알고리즘의 탭 갱신 식은 식 (9)와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_R(k+1) &= \mathbf{W}_R(k) - \mu(k) f_{MSAG, R} e_{MMA, R}(k) \mathbf{x}^*(k) \\ \mathbf{W}_I(k+1) &= \mathbf{W}_I(k) - \mu(k) f_{MSAG, I} e_{MMA, I}(k) \mathbf{x}^*(k) \end{aligned} \quad (9)$$

#### V. 컴퓨터 모의실험 및 고찰

제안한 적응 블라인드 등화 알고리즘의 수렴 속도 및 잔류 심볼간 간섭(residual ISI) 그리고 양상불 평균 MSE를 평가하기 위해 컴퓨터 모의실험을 통해 성능을 검증하였다. 모의실험에서 사용한 채널의 전달함수는 [13]에서 사용된 채널을 이용하였다.

등화기로는 15차의 탭 길이를 가지는 횡단(transversal) 필터 구조의 복소 등화기를 적용하였으며, 모든 등화기의 중심 탭은  $1+j0$ 로, 중심 탭을 제외한 모든 탭은  $0+j0$ 으로 초기화하였다<sup>[14]</sup>. 모의 실험은 256-QAM 신호를 대상으로 하였다. 그림 1에서는 256-QAM 시스템에 있어서 MMA 그리고 제안한 알고리즘의 오차 신호를 각각 나타내었다. 오차 신호의 실수 성분과 허수 성분은 대칭이기 때문에 그림에서는 실수 성분만 나타내었다. 제안한 알고리즘의 성능은 기존 알고리즘들과의 수렴 속도와 등화기 출력에서의 잔류 심볼간 간섭들의 비교를 통하여 평가하였다.

그림 2에서 256-QAM 신호에 대해 100회의 Monte Carlo 수행을 통해 얻은 잔류 심볼간 간섭을 dB로 나타내었으며, 이때 SNR=40dB로 하였다.

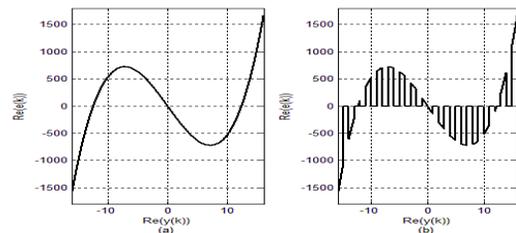


그림 4. 256-QAM 시스템에서 알고리즘에 따른 오차 신호의 특성들

(a) MMA (b) 제안한 알고리즘

Fig. 1 A characteristics of an error signal in 256-QAM according to each algorithm

(a) MMA (b) Proposed algorithm

MMA에서  $m=8$ ,  $R_{MMA}^2$  값은 식 (3)에 따라 152.2로 하였으며, 실수와 허수 성분 신호 레벨은 각각  $\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \dots, \pm 15$  값을 가지도록 하였다. 스텝 크기  $\mu$ 값들은 반복적인 실험을 통하여 가능한 한 빠른 수렴 속도와 정상상태에서 오차 변동 값이 적은 심볼간 간섭을 가지도록 최적 값을 정하였다. 본 논문에서는 MMA에서  $\mu=3.0 \times 10^{-8}$ , MSAGF-MMA에서  $\mu=8 \times 10^{-8}$ , 그리고 제안한 알고리즘에서  $\mu_1=1.3 \times 10^{-7}$ ,  $\mu_2=1 \times 10^{-8}$ 로 하였으며  $\lambda=0.5$ 로 하였다.

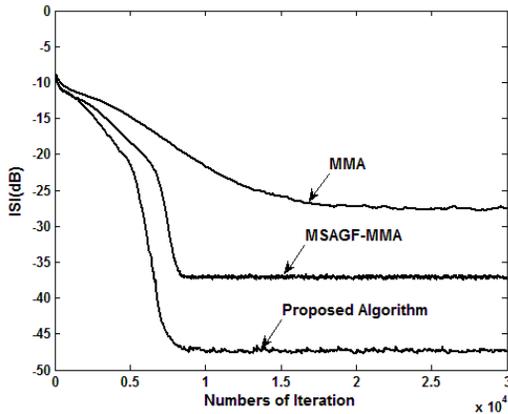


그림 2. 256-QAM 신호에 대한 앙상블 평균한 심볼간 간섭 비교  
 Fig. 2. A comparison of an ensemble averaged ISI for 256-QAM signal

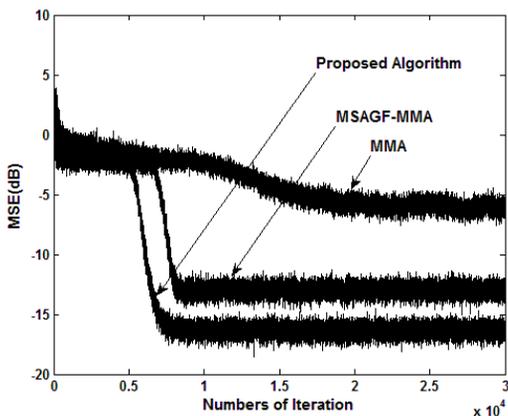


그림 3. 256-QAM 신호에 대한 앙상블 평균한 MSE 비교  
 Fig. 3 A comparison of an ensemble averaged MSE for 256-QAM signal

그림 2에서 MMA는 평균적으로 15000 정도의 반복횟수에서 -27.5dB의 ISI 값을 가지며 정상상태를 유지함을 보인다. MSAGF-MMA는 8500 반복횟수에서 -37dB 정도의 ISI 값을 가지며 정상상태를 보인다. 이와 비교해서 제안한 알고리즘은 256-QAM 신호를 등화하는데 8500 정도의 반복횟수에서 -47.5dB 정도의 ISI 값을 가지며 정상상태를 유지함을 보인다. 그림에서 보이듯이 제안한 알고리즘은 정상상태에서 MMA 보다도 20dB 더 작은 ISI 값을 가지며, MSAGF-MMA 보다는 10.5dB 더 작은 ISI 값을 가진다. 한편 수렴 속도 면에서도 매우 빠른 특성을 가짐을 보인다.

그림 3에서는 100회의 Monte Carlo 수행을 통해 얻은 평균 MSE(Mean Square Error) 를 dB로 나타내었다. 그림 3에서 MMA는 15000 정도의 반복횟수에

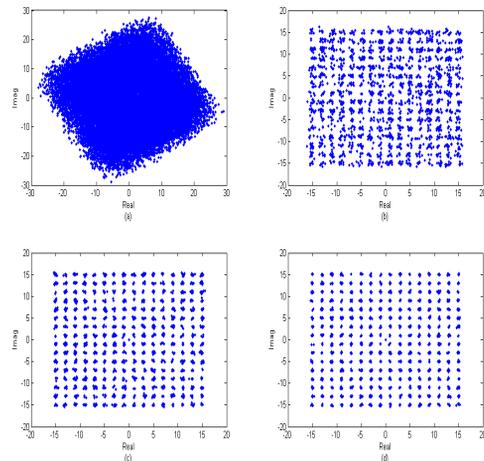


그림 4. 256-QAM 신호에 대한 신호점도  
 (a) 등화 전 (b) MMA (c) MSAGF-MMA  
 (d) 제안한 알고리즘  
 Fig. 4. A constellation for 256-QAM signal  
 (a) Before an equalization (b) MMA  
 (c) MSAGF-MMA (d) Proposed algorithm

서 -5dB의 평균 MSE 값을 보인다. MSAGF-MMA는 8500 반복횟수에서 -12.5dB 정도의 평균 MSE 값을 가지며 정상상태를 보인다. 이와 비교해서 제안한 알고리즘은 6000 정도의 반복횟수에서 -12.5dB 정도의 평균 MSE 값을 가지며, 8500 정도의 반복횟수에서 -16.5dB 정도의 평균 MSE 값을 가지면서 정상상태를 유지함을 보인다.

그림 4에서 256-QAM 신호에 대해서 채널을 통과하였을 때 등화 전과 등화 후의 신호점을 보인다. 그림 4-(a)는 등화 전의 신호점이고, 그림 4-(b)는 MMA의 등화 후 신호점을 나타낸다. 그림 4-(c)는 MSAGF-MMA의 등화 후 신호점을 나타낸다. 마지막으로 그림 4-(d)는 제안한 알고리즘의 등화 후 신호점을 나타낸다. 그림 4에서 보는 바와 같이 제안한 이중 스텝 크기 LMS를 가지는 MSAGF-MMA가 MMA나 MSAGF-MMA보다 뚜렷히 구분되는 신호점을 형성함을 알 수 있다.

## VI. 결 론

본 논문에서는 변형된 Stop-and-Go 이진 플래그를 가지는 MMA를 수행하는 MSAGF-MMA에 결정지향 오차의 크기에 따른 이중 스텝 크기를 가지는 LMS 알고리즘을 탭 갱신 식에 적용한 간단하면서 성능이 매우 뛰어난 적응 블라인드 등화 알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘은 MMA보다 훨씬 빠른

수렴속도를 가지며, MMA에서 상대적으로 취약점인 정상상태에서의 잔류 오차 특성을 크게 향상 시키도록 고안되었다. 컴퓨터 모의실험을 통하여 256-QAM 시스템에서 정상상태로의 수렴 속도면에서 제안한 알고리즘이 MMA과 비교하여 1.76배 빨랐으며, MSAGF-MMA과 비교해서는 정상상태로 들어설 때 까지의 속도는 동일하나 MSAGF-MMA와 동일한 -37dB의 ISI에 도달하는데 있어서는 2000 반복 횟수 정도 빠름을 보인다. 이것을 신호점 형성 과정으로 살펴보면 신호점을 구분할 수 있는, 즉 눈이 활짝 열리는 순간까지의 속도에 있어서 제안한 알고리즘이 1.25배 더 빠름을 알 수 있다. 한편 정상상태에서의 ISI 값은 제안한 알고리즘이 MMA과 MSAGF-MMA와 비교하여 각각 20dB와 10.53dB 정도 더 작았다.

평균 MSE 값은 제안한 알고리즘이 MMA과 MSAGF-MMA와 비교하여 각각 11.5dB와 4dB 정도 더 작았다. 결론적으로 수렴속도와 잔류 심볼간 간섭 양 그리고 평균 MSE 값등을 종합하여 볼 때 제안한 이중 스텝 크기 LMS를 가지는 MSAGF-MMA의 등화 성능이 MMA나 MSAG-MMA등의 기존의 적응 블라인드 등화 알고리즘에 비하여 어느 쪽에 치우침 없이 뛰어난함을 확인할 수 있었다.

### 참 고 문 헌

[1] Y. Sato, "A Method of Self-Recovering Equalization for Multilevel Amplitude-Modulation System," IEEE Trans, Commun., vol. COM-23, pp. 679-682, Jun. 1975.

[2] D. N. Golard, "Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communication Systems," IEEE Trans, Commun., vol.COM-28, no. 11, pp. 1867-1875, Nov. 1980.

[3] K.N. Oh and Y.O. Chin, "Modified Constant Modulus Algorithm: Blind Equalization and Carrier Phase Recovery Algorithm," Proc. 1995 IEEE Int. Conf. Commun., Seattle, WA, vol. 1, pp. 498-502, June. 1995.

[4] J. Yang, J.-J. Werner and G. A. Dumont, "The Multimodulus Blind Equalization algorithm," in Proc. Int. Conf Digital Signal Processing, vol. 1, pp. 127-130, July 1997.

[5] J. Yang, J.-J. Werner, and G.A. Dumont, "The Multimodulus Blind Equalization and its Generalized Algorithms," IEEE J. Selected Areas Commun., vol.

20, no. 5, June 2002, pp. 997-1015.

[6] V. Weerackody and S. A. Kassam, "Dual-mode type algorithm for blind equalization," IEEE Trans. Commun., vol. COM-42, pp.22-28, Jan. 1994.

[7] R. A. Axford Jr., L. B. Milstein, and J.R. Zeidler, "A Dual-Mode Algorithm for Blind Equalization of QAM Signals: CADAMA," Proc. Asilomar-29, vol.1, pp. 172-176. 1996.

[8] L. M Garth, J. Yang, and J.-J. Werner, "Blind Equalizations for Dual-Mode CAP-QAM Reception," IEEE Trans, Commun., vol. 49, no. 3, Mar. 2001, pp.455-466.

[9] F.-B. Ueng and Y. T. Su, "Adaptive VSS blind equalizers," IEEE Signal Processing Lett., vol. 4, no. 4, pp. 100-102, Apr. 1997.

[10] K.-C. Hung, D. W. Lin, and C.-N. Ke, "Variable-step-size multimodulus blind decision-feedback equalization for high-order QAM based on boundary MSE estimation," in Proc. IEEE int. Conf. Acoust. Speech Signal Processing, vol. 4, pp. 881-884, May 2004.

[11] K.-C Hung, D. W. Lin, "A Hybrid Variable Step-Size Adaptive Blind Equalization Algorithm for QAM Signals," in IEEE GLOBECOM 2005 proceedings., vol. 4, pp. 2140-2144, Dec. 2005.

[12] 정영화, Stop-and\_Go 플래그를 가지는 새로운 블라인드 등화 알고리즘," 정보학연구, 정보기술전략혁신학회, vol.8, No.3, pp.105-115, Sep. 2005.

[13] G. Picchi and G. Prati, "Blind Equalization and Carrier Recovery Using a "Stop-and-Go" Decision-Directed Algorithm," IEEE Trans. Commun., vol. COM-35, no.9, pp. 877-887, Sep. 1987.

[14] Z. Ding, et. al., "Ill-Convergence of Godard Blind Equalizers in Data Communication Systems." IEEE Trans. Commun., vol. 39, no.9, pp.1313-1326, Sep. 1991.

정영화 (Young-hwa Jeong)

정회원



1984년 2월 경희대학교 전자  
공학과 졸업

1986년 2월 경희대학교 전자  
공학과 석사

1998년 2월 경희대학교 전자  
공학과 박사

1994년 9월~현재 남서울대학

교 정보통신공학과 교수

<관심분야> 디지털통신, powerline communication