

# TDOA 방식 기반 3-D 위치 추정을 위한 BLUE 추정기

이 영 규\*, 양 성 훈°, 권 택 용\*, 이 창 복\*, 박 병 구\*\*, 이 원 진\*\*\*

## A BLUE Estimator of 3-D Positioning by TDOA Method

Young-kyu Lee\*, Sung-hoon Yang°, Tac-Yung Kwon\*, Chang-bok Lee\*, Byung-koo Park\*\*,  
Won-jin Lee\*\*\*

### 요 약

이 논문에서는 발신자가 송출한 신호를 이용하여 TDOA(Time Difference of Arrival) 방식으로 발신자의 3 차원 위치를 추정할 때, BLUE(Best Linear Unbiased Estimator) 추정기를 닫힌 해 형태로 구하였다. 4 개의 기준국 또는 센서를 사용하여 3차원의 발신자 위치를 추정할 때, BLUE 추정기를 구하기 위해서 발신자의 위치에 대한 기준 위치를 설정한 후 이를 1 차 Taylor 급수로부터 유도된 근사화된 TDOA 쌍곡선 방정식을 사용하였다. 이 논문에서 근사화를 통해 구해진 유도식은 각 기준국 또는 센서에서의 TOA(Time of Arrival) 측정 잡음이 서로 상관 관계가 없고 독립적이라는 가정하에서, 백색 가우시안 잡음에 대해서뿐만 아니라 평균이 제로인 모든 잡음에 대해서 적용할 수 있다.

**Key Words** : TDOA, location estimator, 3 dimension, BLUE, CEP, 도착시간차, 위치추정기, 3차원, 최적선형비편향추정기, 원형공산오차

### ABSTRACT

In this paper, we derived a closed-form equation of a Best Linear Unbiased Estimator (BLUE) estimator for the 3 dimensional estimation of the position of the emitter based on the Time Difference of Arrival (TDOA) technique. The BLUE derived for the case of estimating 3 dimensional position of the emitter with 4 base stations or sensors, and for this purpose, we used an approximated equation of the TDOA hyperbola equation obtained from the first order Taylor-series after setting the reference points of the position. The derived equation can be used for any kind of noises which are uncorrelated in each other in the TOA measurement noises and for a white Gaussian noise also.

### I. 서 론

최근에 통신 산업의 발전에 의해 무선 신호 또는 무선 통신 시스템을 이용하여 이동체의 위치를 제공하기 위한 방안에 대해서 많은 연구가 이루어지고 있다. 특히, 미국의 경우에 있어서는 E-911 서비

스를 제공하기 위해 연방 통신 위원회에서는 무선 통신 사업자에서 사용자의 위치를 알아낼 수 있는 규약을 정해 놓고 있다<sup>[1]</sup>. 이러한 미아나 실종자를 찾기 위한 서비스뿐만 아니라 실내 측위 및 LBS 서비스를 위한 위치 추정 등에 대한 광범위한 연구가 진행 중에 있다.

※ 본 연구는 국방과학연구소의 재원으로 LIG 텍스윈의 지원을 받아 수행되었습니다.

• 주저자 : 한국표준과학연구원 기반표준본부 시간센터, ykleeks@kriss.re.kr, 정희원

° 교신저자 : 한국표준과학연구원 기반표준본부 시간센터, shyang@kriss.re.kr, 정희원

\* 한국표준과학연구원 기반표준본부 시간센터

\*\* 국방과학연구소, skywalker@add.re.kr, 정희원

\*\*\* LIG 텍스윈

논문번호 : KICS2012-05-255, 접수일자 : 2012년 5월 17일, 최종논문접수일자 : 2012년 X월 X일

발신자 또는 무선 가입자의 위치 추정을 위해 주로 사용되어지고 있는 방법으로는 수신신호세기(RSS: Received Signal Strength), 수신각(AOA: Angle of Arrival), 도착시간차(TOA: Time of Arrival), 도착시간차(TDOA) 등이 있다. 또한 위치 추정 성능을 더욱 향상시키기 위해서 이러한 기본적인 방법들을 혼합한 TOA(TDOA)/RSS, TOA(TDOA)/AOA 등이 많이 사용되고 있다. 이들 방법 중에서 가장 좋은 성능을 나타내는 방법은 TOA 또는 TDOA 방법이며 이중에서 TOA는 발신자의 단말기가 기준국(또는 센서) 단말기와 시각동기가 되어 있어야 하기 때문에 현실적으로 적용하기에는 어려움이 많아서 이러한 발신자 단말기와의 시각동기가 필요하지 않는 TDOA 방법이 가장 선호되는 방식 중 하나이다.

발신자의 위치 추정을 위해 TDOA 측정을 사용하는 방법은 논문 및 문헌 등에서 폭 넓게 기술되어 있다. 그 중에는 Taylor 급수를 사용하여 비선형 방정식을 선형화하여 반복적인 방법을 사용하여 해를 구하는 방법<sup>[2]</sup>이 있고 이는 반복적인 연산을 수행해야 하기 때문에 상대적으로 복잡성이 증가하는 단점이 있다. 다음으로, 일반화된 교차상관기(cross-correlator) 프로세싱 기술을 사용하는 방법<sup>[3]</sup>이 있으며, 이는 시간지연을 추정하기 위해서 고속 푸리에 변환(FFT: Fast Fourier Transform)을 사용하고 연산이 빠르기 때문에 일반적으로 많이 사용되어지고 있는 방법이지만 닫힌 해 형태의 해로 표현되지 않는다. 또한 WLLS(Weighted Linear Least-Squares) 기술을 사용하여 2 차원 위치 추정에 대한 닫힌 해 형태로 분석한 방법<sup>[4]</sup> 등이 있으며, [4]에서는 추정기의 분산을 각도와 거리로 표현하였고 식 내에 적분이 포함되어 있어 복잡한 계산이 요구되어지지만 이 논문에서 유도된 방식은 좌표로 표현하며 각의 합으로 표현되어 상대적으로 간단한 계산을 통해 구할 수 있다.

대부분의 논문<sup>[5-7]</sup>에서는 추정기의 분산에 대한 CRLB (Cramer-Rao Lower Bound) 등과 같은 제한한 추정기가 도달할 수 있는 최소 분산을 구함으로써 추정기의 성능을 평가할 수 있는 방안을 초점을 두고 있기 때문에 이 논문에서 유도한 것과 같은 형태의 추정기에 대한 닫힌해에 대해 유도한 식은 저자가 알고 있는 범위 내에서는 없다. 이는 CRLB 값이 좋은 알고리즘의 판단의 근거로 사용되어질 수 있기 때문이다. 즉, 구해진 CRLB의 값이 작을수록 제안된 추정기의 성능이 좋다고 말할 수

있고, 이를 통하여 다른 추정기들과의 성능 비교를 할 수 있으므로, 많은 논문들에서 추정기 자체의 식을 구하기보다는 성능 평가가 가능한 방법에 초점을 맞추고 있다고 생각할 수 있다.

다음으로, 이 논문에서 유도한 것과 같이 발신자의 위치를 추정하기 위한 닫힌 해 형태의 식을 구하기 위해서는 행렬식을 일일이 풀어야 하는데, 이 논문에서 유도한 것과 같이 상대적으로 간단한 경우(3 차원의 위치 추정을 위해 4 개의 수신 센서 사용)를 제외하고는 추정식이 간단해지지 않기 때문에 행렬식을 풀어서 닫힌 해 형태의 식을 유도하는 것은 너무도 복잡한 계산 과정이 필요하기 때문으로 생각된다. 또한, 이 논문에서 유도한 식은 3 차원의 위치 추정에 대해 오직 4 개의 수신 센서에 대해서만 바로 적용 가능하다는 단점이 있는 반면에, 일반화된 형태의 CRLB를 구하게 되면 특정한 수신 센서의 개수에 대한 것이 아닌 N(3차원의 경우 4 이상) 개의 수신 센서를 사용하였을 때의 추정기의 성능을 평가할 수 있다는 장점을 가지고 있기 때문이다.

이 논문에서 유도한 것과 같은 닫힌 해 형태의 식을 구하게 되면 얻을 수 있는 하나의 장점은 발신자의 위치를 추정함에 있어서 역행렬을 풀어서 계산하는 것보다는 풀어진 식을 계산하는 것이 일반적으로 연산 속도가 빠르기 때문에, 발신자의 위치 추정을 계산하는 시간이 단축된다는 것이고, 이는 추정기의 성능을 평가하기 위한 모의실험에서 뿐만 아니라 실제적으로 위치 추정 시스템에 적용하였을 때 추정 속도를 높일 수 있게 된다. 또한, 각각의 x 축, y 축, z 축의 위치 추정 특성에 대해서 더 세밀히 관찰할 수 있다는 장점을 갖게 되며 이에 대한 자세한 부연 설명은 2.2 절에 나타내었다. 따라서, 발신자의 위치 추정 연산 속도를 높이고 각각의 위치에 대한 세밀한 관찰이 가능한 닫힌 해 형태의 식을 유도하는 것이 이 논문의 목적이요 의미라 할 수 있다.

이 논문에서는 발신자의 3 차원 위치 추정을 위해 4 개의 센서가 있을 경우에 대해서 TDOA 방법을 사용하였을 때의 위치 추정기에 대한 닫힌 해 형태의 식을 유도하였다. 이를 위해서 쌍곡선으로 표현된 방정식을 Taylor 급수로 근사화하여 선형화된 식을 사용하였다. 이는 [8]의 2 차원 위치 추정에 대해 3 차원 위치 추정으로 확장한 것이다. 이 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 먼저 2 장에서는 제안된 발신자 위치 추적 알고리즘에 대한

BLUE 추정기를 구하는 방법에 대해서 기술하였다. 다음으로 3 장에서는 구해진 BLUE 추정기를 사용했을 때의 성능 분석 결과에 대해서 나타내었다. 그리고 마지막으로 4장에서 결론을 나타내었다.

## II. 제안된 발신자 위치 추적 알고리즘

이 장에서는 이 논문에서 제안하는 발신자 위치 추적 알고리즘에 대해서 논한다. 제안된 알고리즘에 대해서 기술하기에 앞서 일반적인 BLUE 방법에 대해서 간략하게 설명하기로 한다.

### 2.1. BLUE 방법

TDOA 방식을 사용하여 발신자의 위치를 추적하는 방법은 일반적으로 두 단계를 걸쳐서 이루어진다<sup>[8]</sup>. 첫 번째 단계는 각각의 수신 센서들 사이에서 발신기로부터 송출된 신호를 수신하여 TDOA를 추정하는 것이다. 두 번째는 이렇게 추정된 TDOA 값을 사용하여 거리차 측정치로 변환하여 쌍곡선 방정식을 구하는 것이다. 이러한 쌍곡선 방정식은 비선형 방정식이므로 일반적으로 최적의 해를 구하기가 어렵기 때문에 선형화된 근사값을 사용하여 해를 구하게 된다. 선형화된 식을 사용하면 BLUE 추정기를 적용할 수 있으며 이 단락에서는 이러한 방법에 대해서 기술한다. BLUE 추정기를 구하기 위한 절차는 [9]에 나와 있는 2차원 추정기 절차에 대해서 3차원으로 확장하였으며 이러한 2차원 추정기의 절차는 [8]에 자세히 기술하였다. 2차원의 추정기를 3차원으로 확장하는 과정에서 [9]에 나와 있는 동일한 방법을 사용하였으므로 [9]에 나와 있는 것과 같이 구해진 유도식은 측정 잡음이 서로 상관관계가 없고 독립적이라는 가정하에서, 백색 가우시안 잡음에 대해서뿐만 아니라 평균이 제로인 모든 잡음에 대해서 적용할 수 있다.

먼저  $N$  개의 수신 센서가 알려진 위치에 놓여 있다고 가정한다. 이러한 가정은 일반적으로 발신자 위치를 추적하기 위한 시스템에서는 타당한 가정이다. 발신자의 위치를 추적하기 위해서 측정되는 데이터는 발신기에서 발신된 신호를 수신기에서 수신한 시간 데이터이다. TDOA 방식에 있어서는 각각의 수신기에서 수신한 이러한 시간 데이터를 서로 빼줌으로써 수신기 사이의 시간차만 남게 되어 발신기와의 동기 오차를 상쇄시키는 방법을 사용한다.

신호도착 시각은 평균이 0이고 알려진 분산을 갖는 잡음에 의해서 오염되어졌다고 가정한다. 시각

$t = T_0$  에서 발신자에 의해서 송출된 신호에 대한 측정은

$$t_i = T_0 + r_i/c + n_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (1)$$

와 같고 여기에서  $r_i$  는 안테나  $i$  에서 발신자와의 거리,  $c$  는 전파 속도,  $n_i$  는 측정 잡음을 각각 나타낸다. 각각의 안테나로부터 찾고자 하는 발신자까지의 거리는 안테나  $i$  의 위치를  $(x_i, y_i, z_i)$  및 발신자의 위치를  $(x_s, y_s, z_s)$  라 하면

$$r_i = \sqrt{(x_s - x_i)^2 + (y_s - y_i)^2 + (z_s - z_i)^2} \quad (2)$$

로 나타낼 수 있다. 이는 비선형 함수로 선형함수로 만들기 위해서 발신자 위치에 근접해 있는 기준 위치  $(x_r, y_r, z_r)$  가 가용하다고 가정한다. 이러한 기준 위치는 이전의 측정값을 사용하여 구할 수 있고, 이러한 상황은 발신자를 추적 중에 있는 상황에 있어서는 일반적으로 수행 되는 방법이다<sup>[9]</sup>. 이에 대한 개념도를 그림 1에 나타내었다.

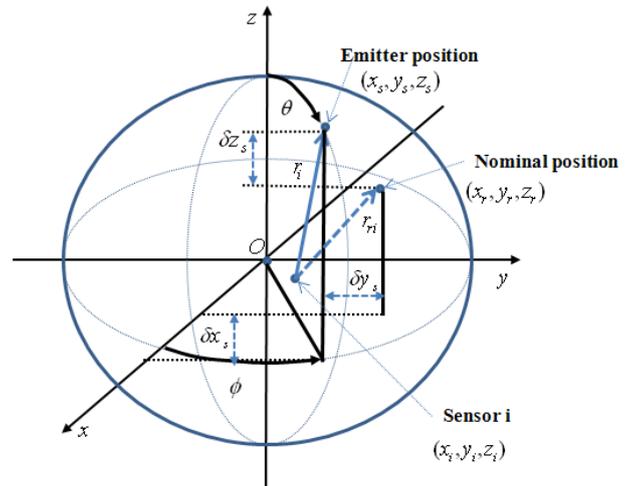


그림 1. 발신기의 위치 추정을 위한 개념도.  
Fig. 1. Conceptual diagram for estimating the emitter's position.

이러한 가정하에서 새로운 추정기는

$$\theta = [(x_s - x_r)(y_s - y_r)(z_s - z_r)]^T = [\delta x_s \delta y_s \delta z_s]^T \quad (3)$$

가 된다. 1 차 Taylor 급수를 사용하여 [8]에 나타난 절차를 따르면 다음과 같은 TDOA 측정 식을 구할 수 있다.

$$\xi_i = \frac{x_r - x_i}{r_{ri}c} \delta x_s + \frac{y_r - y_i}{r_{ri}c} \delta y_s + \frac{z_r - z_i}{r_{ri}c} \delta z_s + n_i$$

$$- \left( \frac{x_r - x_{i-1}}{r_{ri-1}c} \delta x_s + \frac{y_r - y_{i-1}}{r_{ri-1}c} \delta y_s + \frac{z_r - z_{i-1}}{r_{ri}c} \delta z_s + n_{i-1} \right) \quad (4)$$

위 식에  $(x_r - x_i)/r_{ri} = s\theta_i c\phi_i$ ,  $(y_r - y_i)/r_{ri} = s\theta_i s\phi_i$  및  $(z_r - z_i)/r_{ri} = c\theta_i$  를 사용하면 다음과 같이 조금 간단한 식이 되며 여기에서  $cx_i = \cos(x_i)$  및  $sx_i = \sin(x_i)$  이다.

$$\xi_i = \frac{1}{c} [(s\theta_i c\phi_i - s\theta_{i-1} c\phi_{i-1}) \delta x_s + (s\theta_i s\phi_i - s\theta_{i-1} s\phi_{i-1}) \delta y_s + (c\theta_i - c\theta_{i-1}) \delta z_s] + n_i - n_{i-1} \quad (5)$$

만일 잡음이 평균이 0이고 분산  $\sigma^2$  을 갖고 서로 독립적이라면, BLUE 추정기는

$$\hat{\theta} = [H^T (AA^T)^{-1} H]^{-1} H^T (AA^T)^{-1} \xi \quad (6)$$

와 같고 여기에서

$$H = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} s\theta_1 c\phi_1 - s\theta_0 c\phi_0 & s\theta_1 s\phi_1 - s\theta_0 s\phi_0 & c\theta_1 - c\theta_0 \\ s\theta_2 c\phi_2 - s\theta_1 c\phi_1 & s\theta_2 s\phi_2 - s\theta_1 s\phi_1 & c\theta_2 - c\theta_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ s\theta_M c\phi_M - s\theta_{M-1} c\phi_{M-1} & s\theta_M s\phi_M - s\theta_{M-1} s\phi_{M-1} & c\theta_M - c\theta_{M-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

이고  $A$  는  $(N-1) \times N$  차원을 갖고,  $M = N-1$  이다. 식 (6)에서 행렬  $H$  는 2차원의 위치를 추정할 때에는  $2 \times (N-1)$  차원을 갖고 계수(rank)는 2 이하이며 3 차원의 경우에는  $3 \times (N-1)$  차원을 갖고 계수는 3 이하이다. 또한  $A$  의 계수는  $N-1$  이다.

## 2.2. 유도된 4 개의 수신 센서를 이용한 3 차원 위치 추정식

먼저 4 개의 수신 센서를 사용하여 3 차원의 발신자 위치에 대한 식 (6)에 나타낸 추정기를 구해보도록 한다. 일반적인 경우에 있어서는 행렬  $H$  가 정방행렬이 되지 않기 때문에 간략화하기가 어렵지만 이때에는 특별히  $H$  가 정방행렬이 되고 이를 다

음과 같이 표현할 수 있다.

$$H = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} s\theta_1 c\phi_1 - s\theta_0 c\phi_0 & s\theta_1 s\phi_1 - s\theta_0 s\phi_0 & c\theta_1 - c\theta_0 \\ s\theta_2 c\phi_2 - s\theta_1 c\phi_1 & s\theta_2 s\phi_2 - s\theta_1 s\phi_1 & c\theta_2 - c\theta_1 \\ s\theta_3 c\phi_3 - s\theta_2 c\phi_2 & s\theta_3 s\phi_3 - s\theta_2 s\phi_2 & c\theta_3 - c\theta_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

또한  $H$  의 역행렬이 존재하기 때문에 위치 추정기  $\hat{\theta}$  는 다음과 같이 간단하게 구할 수 있다. 식 (9)에서 역행렬이 존재하지 않을 때는 행렬식  $D=0$  이거나 계수가 3 보다 작을 경우이다. 먼저 계수의 관점에서 살펴보면, 계수가 3 보다 작기 위해서는 행이나 열중에서 서로 독립적이지 않은 행이나 열이 존재할 경우이나 각각의 행이나 열들이 서로 다른  $\theta$  와  $\phi$  항들로 되어 있고, 따라서 어떤 두 행이나 열들의 조합으로 다른 한 행이나 열을 제거할 수 없으므로 서로 독립적이라고 볼 수 있다. 다음으로, 행렬식의 경우에 있어서도 아래의 식 (13)에서 보는 것과 같이  $\theta_1 = \theta_0$  및  $\phi_1 = \phi_0$  를 동시에 만족해야만하고 이러한 경우는 센서들의 위치가 서로 다르기 때문에 일반적인 경우에는 발생하지 않고, 발신자가 두 센서와 정확히 같은 거리에 위치하는 아주 특별한 경우에만 발생한다. 따라서 이러한 특이점을 제외한 모든 경우에 역행렬이 존재한다고 볼 수 있다.

$$\hat{\theta} = [\delta \hat{x} \quad \delta \hat{y} \quad \delta \hat{z}]^T = H^{-1} \xi = \frac{c}{D} [l_1 \quad l_2 \quad l_3]^T \quad (10)$$

여기에서

$$l_1 = -f_{ss1}(1,3)\tau_0 + f_{ss2}(0,3,1)\tau_1 - f_{ss2}(0,3,2)\tau_2 + f_{ss1}(0,2)\tau_3 \quad (11-a)$$

$$l_2 = f_{scl}(1,3)\tau_0 - f_{sc2}(0,3,1)\tau_1 + f_{sc2}(0,3,2)\tau_2 - f_{scl}(0,2)\tau_3 \quad (11-b)$$

$$l_3 = f_{cs1}(1,3)\tau_0 - f_{cs2}(0,3,1)\tau_1 + f_{cs2}(0,3,2)\tau_2 - f_{cs1}(0,2)\tau_3 \quad (11-c)$$

그리고

$$f_{ss1}(a,b) = \sum_{i=a}^b s\theta_i s\phi_i \sum_{k=a, k \neq i}^b f(k-i)c\theta_k \quad (12-a)$$

$$f_{scl}(a,b) = \sum_{i=a}^b s\theta_i c\phi_i \sum_{k=a, k \neq i}^b f(k-i)c\theta_k \quad (12-b)$$

$$f_{cs1}(a,b) = \sum_{i=a}^b s\theta_i s\phi_i \sum_{k=a,k \neq i}^b f(k-i) c\phi_k s\theta_k \quad (12-c)$$

$$f_{ss2}(a,b,c) = \sum_{i=a,i \neq c}^b s\theta_i s\phi_i \sum_{k=a,k \neq i,c}^b f(k-i) c\theta_k \quad (12-d)$$

$$f_{sc2}(a,b,c) = \sum_{i=a,i \neq c}^b s\theta_i c\phi_i \sum_{k=a,k \neq i,c}^b f(k-i) c\theta_k \quad (12-e)$$

$$f_{cs2}(a,b,c) = \sum_{i=a,i \neq c}^b s\theta_i s\phi_i \sum_{k=a,k \neq i,c}^b f(k-i) c\phi_k s\theta_k \quad (12-f)$$

여기에서  $f(x) = \text{sgn}(x)(-1)^{x-1}$ ,  $cx = \cos(x)$ ,  $sx = \sin(x)$  및  $\text{sgn}(x)$ 는 부호함수이다. 마지막으로 행렬식  $D$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$D = |(s\theta_1 c\phi_1 - s\theta_0 c\phi_0) f_{ss1}(1,3) + (s\theta_1 s\phi_1 - s\theta_0 s\phi_0) f_{sc1}(1,3) - (c\theta_1 - c\theta_0) f_{cs1}(1,3)| \quad (13)$$

식 (11)을 살펴보면 다음과 같은 사항을 관찰할 수 있다. 먼저, x-축, y-축 및 z-축 위치 추정기 모두 발신기와 각각의 수신 센서와의 시간차  $\tau_i, i=0, 1, 2, 3$ 에 대해서 서로 다른 영향을 받는다는 것을 볼 수 있다. 이는 발신자와 수신 센서의 시계의 시각차에 대해서 서로의 위치의 차이에 따른 영향에 의한 것으로, 그러한 영향이 어떻게 주어지는지 자세히 살펴 볼 수 있다는 것에 큰 의미가 있다고 할 수 있겠다. 한 가지 예를 들면, x-축의 위치 추정에 있어서 발신자와 수신 센서 0번의 시각차  $\tau_0$ 에는 다른 수신 센서( $i=1, 2, 3$ )들의 방위각의 짜인 값( $\phi_i$ )과 경사각의 짜인 값( $\theta_1$ )의 곱에 또 다른 수신 센서( $k=1, 2, 3, k \neq i$ )들의 경사각의 코짜인 값들의 차( $\theta_k - \theta_{k+1}$ )의 영향을 받는다. 다음으로 x-축의 위치 추정은 방위각( $\phi$ )의 짜인 값 및 경사각( $\theta$ )의 짜인 값의 곱셈에 의한 영향을 크게 받고 y-축의 위치 추정에 있어서는 방위각( $\phi$ )의 코짜인 값 및 경사각( $\theta$ )의 짜인 값의 곱셈에 의한 영향을 크게 받는다는 것을 알 수 있다. 또한, z-축의 위치 추정에 있어서는 방위각( $\phi$ )의 코짜인 값과 짜인 값의 곱셈 및 방위각( $\phi$ )의 코짜인 값과 짜인 값의 곱셈에 의한 영향을 동시에 받는다는 것을 알 수 있다. 이를 토대로, 경사각 및 방위각의 변화

에 따른 각각의 축에 대한 위치 추정에 미치는 결과가 서로 다른 형태로 나타날 것이라는 것을 예측할 수 있다.  $l_1, l_2, l_3$  및  $D$ 에 대한 유도는 부록에서 다루도록 한다.

### III. 모의실험을 통한 성능 분석

이 장에서는 2장에서 구한 위치 추정기에 대한 성능을 모의실험을 통한 결과를 활용하여 분석한다. 모의실험을 위해서, 측정 잡음이 백색 가우시안 분포를 갖고 4개의 수신 센서가 (x, y) 평면에 균등하게 분포되어 있다고 가정하며, 이러한 가정에 대해서 표 1에 요약하여 나타내었다. 즉, 4개의 수신기는 (x, y) 평면에서 서로 90도씩 차이가 나게 위치하고 이를 그림 1에 나와 있는 방위각을 사용하여 수식적으로 표현하면  $\phi_i = \phi_0 + i\pi$ ,  $i=1, 2, 3$ 와 같이 나타낼 수 있고 여기에서  $\phi_0$ 는

표 1. 모의실험을 위한 기본적인 가정  
Table 1. Basic assumptions for the simulations

Noise		Receiving sensor	
PDF	White Gaussian	Number	4
Mean	0	Position	Evenly distributed in (x, y) plane
Std.	100 ns		

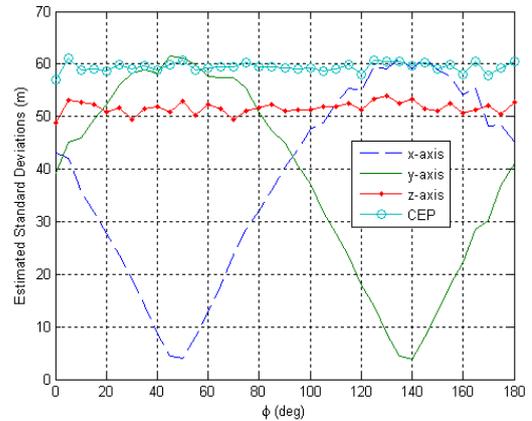


그림 2. 방위각( $\phi$ )가 10도 간격으로 10도에서 180도 사이에서 변하고 경사각( $\theta$ )가 각각 30도, 35도, 40도 및 45도의 고정된 값을 가질 때의 위치 추정 오차 및 CEP에 대한 표준편차.  
Fig. 2. Standard deviations of position estimation errors and CEP when the azimuth angle varies from 10 to 180 degrees with 10 degree step and the fixed inclination angles of 30, 35, 40 and 45 degrees in each other.

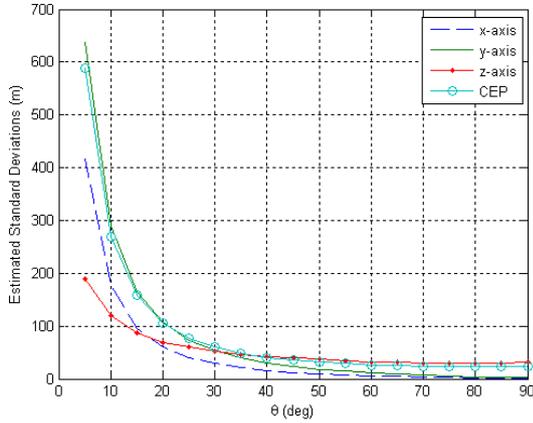


그림 3. 경사각( $\theta$ )이 5 도 간격으로 5 도에서 90 도 사이에서 변하고 방위각( $\phi$ )가 각각 10 도, 100 도, 190 도 및 280 도의 고정된 값을 가질 때의 위치 추정 오차 및 CEP에 대한 표준편차.

Fig. 3. Standard deviations of the positioning estimation errors and CEP when the inclination angle varies from 5 to 90 degrees with 5 degree step and the fixed azimuth angles of 10, 100, 190 and 280 degrees in each other.

임의의 값을 갖는다. 그림 2에는 추정된 위치 에러에 대한 표준편차 및 CEP(Circular Error Probability)의 값을 방위각  $\phi_0$ 가 0 도에서  $\pi$ 도 변화될 때에 대해서 나타내었다. 이때의 백색 가우시안 잡음의 분산은 100 ns로 두었고 경사각  $\theta_i$ 는  $\theta_0 = 30^\circ$ ,  $\theta_1 = 35^\circ$ ,  $\theta_2 = 40^\circ$  및  $\theta_3 = 45^\circ$  과 같이 각각이 5 도씩 차이나는 고정된 값을 사용하였다. CEP의 값은 전체적인 위치 추정 에러를

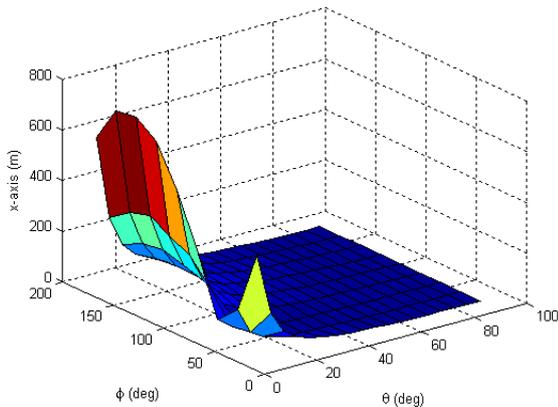


그림 4. 방위각( $\phi$ )이 20 도 간격으로 20 도에서 180 도 사이에서 변하고 경사각( $\theta$ )이 5 도 간격으로 5 도에서 90 도 사이에서 변할 때 x 축 위치 추정 오차에 대한 표준편차.

Fig. 4. Standard deviations of estimation errors of the x-axis when the azimuth angle varies from 20 to 180 degrees with 20 degree step and the inclination angle varies from 5 to 90 with 5 degree step.

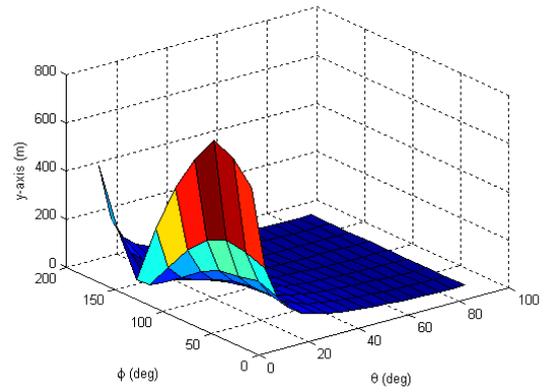


그림 5. 방위각( $\phi$ )이 20 도 간격으로 20 도에서 180 도 사이에서 변하고 경사각( $\theta$ )이 5 도 간격으로 5 도에서 90 도 사이에서 변할 때 y 축 위치 추정 오차에 대한 표준편차.

Fig. 5. Standard deviations of estimation errors of the y-axis when the azimuth angle varies from 20 to 180 degrees with 20 degree step and the inclination angle varies from 5 to 90 with 5 degree step.

고찰하기 위해서  $CEP = 0.75 \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}$  가 이 정의된 식을 사용하였다<sup>10)</sup>. 그림 2를 살펴보면 다음과 같은 사항을 고찰할 수 있다. 첫 번째로, 전체적인 위치 추정 에러인 CEP의 값은 방위각의 변화에 대해서 표준편차가 60 m 정도로 거의 일정하고 z 축에 대한 에러 값도 대략 50 m 사이에서 거의 변화없이 일정한 것을 관찰할 수 있다. 두 번째로, x 축 및 y 축에 대한 에러는 방위각 90 도에 대해서 서로 간에 대칭성을 가지고 변화하고 있으며 x 축의 경우 50 도 근처에서 에러가 최소가 되고 140 도 근처에서 에러가 최대가 되며 y 축의 경우에는 x 축의 경우와는 반대의 경향을 갖는다. 그림 3에는 방위각들이  $\phi_0 = 10^\circ$  로 고정되어 있고 경사각이  $\theta_i = \theta_0 + 5i$ ,  $i = 1, 2, 3$ 의 관계를 가지고  $\theta_0$ 가 5 도에서 90 도 사이에서 변화할 때의 위치 추정 에러 값을 나타내었다. 그림 3에서 볼 수 있는 것과 같이 방위각이 변화할 때와는 다르게 CEP의 값은 경사각의 변화에 크게 영향을 받으며 (x, y) 평면에서 보았을 때 20 도 이하의 저각에서 에러가 급격히 증가하고, 20 도 이상의 경사각에 대해서는 100 m 이내의 위치 추정이 가능하고 경사각의 변화에 대해서 큰 변동이 없음을 관찰할 수 있다. 이는 상대적으로 양호한 경사각이 확보되어야만 정확한 위치 추정을 할 수 있음을 의미한다.

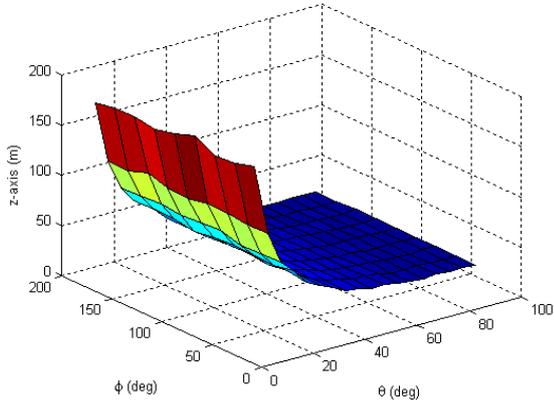


그림 6. 방위각( $\phi$ )이 20 도 간격으로 20 도에서 180 도 사이에서 변하고 경사각( $\theta$ )이 5 도 간격으로 5 도에서 90 도 사이에서 변할 때 z 축 위치 추정 오차에 대한 표준편차.  
 Fig. 6. Standard deviations of estimation errors of the z-axis when the azimuth angle varies from 20 to 180 degrees with 20 degree step and the inclination angle varies from 5 to 90 with 5 degree step.

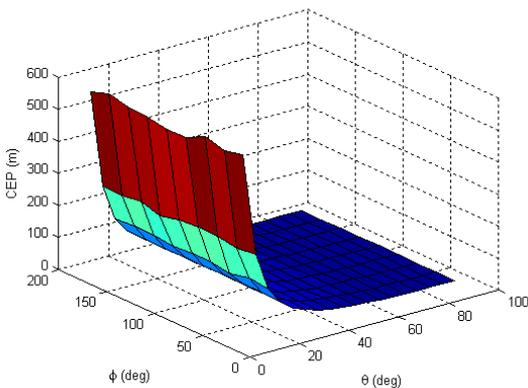


그림 7. 방위각( $\phi$ )이 20 도 간격으로 20 도에서 180 도 사이에서 변하고 경사각( $\theta$ )이 5 도 간격으로 5 도에서 90 도 사이에서 변할 때 전체 위치 추정 오차에 대한 표준편차.  
 Fig. 7. Standard deviations of the total positioning estimation errors when the azimuth angle varies from 20 to 180 degrees with 20 degree step and the inclination angle varies from 5 to 90 with 5 degree step.

그림 4에서 7에는 방위각이 20 도 간격으로 20 도에서 180 도까지 변화하고 경사각이 5 도 간격으로 5 도에서 90 도까지 변화할 때의 x 축, y 축, z 축 위치 추정 에러 및 CEP에 대한 표준편차를 나타내었다. 그림에서 볼 수 있는 것과 같이 그림 2와 3에서 얻은 결과와 비슷한 현상을 관찰할 수 있다. 즉, 전체적인 성능에 영향을 미치는 것은 경사각의 변화이고 경사각이 20 도 이하에서는 성능이 급격히 나빠지고 50 m 이내의 성능을 얻기 위해서는 35 도 이상의 경사각을 확보해야함을 관찰할 수 있

다. 또한, x 축 및 y 축에 대한 성능은 경사각뿐만 아니라 방위각에 의해서도 영향을 받고 z 축 및 CEP는 방위각에 대한 영향을 거의 받지 않으며 이러한 경향은 그림 2에 설명한 것과 같다.

#### IV. 결 론

이 논문에서는 4 개의 수신 센서를 사용하여 발신자의 3 차원 위치를 TDOA 방식을 사용하여 추정하기 위한 추정기에 대해서 닫힌 해 형태의 식을 유도하였다. 유도된 식은 도착시간 측정 잡음이 서로 비상관관계를 가지고 동일한 분산을 갖는 모든 잡음 형태에 적용할 수 있다.

유도된 추정기에 대한 성능 분석은 모의실험을 통해서 이루어졌다. 모의실험은 측정 잡음이 백색 가우시안 분포를 가진다는 가정하에서 방위각과 경사각을 변화시켜 가면서 수행하였다. 성능분석은 위치 추정 에러에 대한 표준편차를 관측함으로써 이루어졌다. 모의실험 결과 전체적인 성능분석 파라미터인 CEP를 통해서 볼 때, 추정기의 성능은 방위각의 변화에 대해서는 크게 영향을 받지 않지만 경사각의 변화에 대해서는 20 도 이하의 저각인 경우에 급격히 성능이 저하되는 것을 관찰할 수 있었다. 이 논문에서 구해진 식은 실내 측위 또는 CDMA 기준국 등과 같은 곳에서 사용자의 위치를 추정하는데 있어서 유용하게 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

#### References

- [1] "FCC report and order and further notice of proposed rule making", *FCC Docket 96-264*, June 1996.
- [2] W. H. Foy, "Position-location solutions by Taylor-series estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-12, pp. 187-194, 1976.
- [3] G. Carter, "Time delay estimation for passive sonar signal processing," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. ASSP-29, pp. 463-470, 1981.
- [4] Y. T. Chan and K. C. Ho, "A simple and efficient estimator for hyperbolic location," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 42, no. 8, pp. 1905-1915, 1994.
- [5] P. Stoica and A. Nehorai, "MUSIC,

maximum likelihood and the Cramer-Rao bound," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 37, pp. 720-741, 1989.

- [6] Y. H. Choi, "Unified approach to Cramer-Rao bounds in direction estimation with known signal structures," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 84, no. 10, pp. 1875-1824, 2004.
- [7] D. T. Vu, A. Renaux, R. Boyer and S. Marcos, "Closed-form expression of the Weiss-Weinstein bound for 3D source localization: the condition case," *IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Process. Workshop*, pp. 125-128, Kibutz Ma'ale Hahamisha, Israel, Oct. 2010.
- [8] Y. K. Lee, S. H. Yang, T. Y. Kwon, C. B. Lee, B. K. Park and W. J. Lee, "A BLUE Estimator for Passive Localization by TDOA Method," *J. KICS*, vol. 36, no. 11, pp. 702-711, Oct. 2011.
- [9] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*, Int. Ed., Prentice hall International, 1993.
- [10] D. J. Torrieri, "Statistical Theory of Passive Location Systems," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-20, no. 2, pp. 183-198, 1984.

### 부 록

먼저 구하고자하는 역행렬을

$$\begin{aligned}
 H^{-1}\xi &= \frac{c}{D} \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} & j_{13} \\ j_{21} & j_{22} & j_{23} \\ j_{31} & j_{32} & j_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 - \tau_0 \\ \tau_1 - \tau_0 \\ \tau_1 - \tau_0 \end{bmatrix} = \frac{c}{D} \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} \\
 &= \frac{c}{D} \begin{bmatrix} -j_{11}\tau_0 + (j_{11} - j_{12})\tau_1 + (j_{12} - j_{13})\tau_2 + j_{13}\tau_3 \\ -j_{21}\tau_0 + (j_{21} - j_{22})\tau_1 + (j_{22} - j_{23})\tau_2 + j_{23}\tau_3 \\ -j_{31}\tau_0 + (j_{31} - j_{32})\tau_1 + (j_{32} - j_{33})\tau_2 + j_{33}\tau_3 \end{bmatrix} \quad (A-1)
 \end{aligned}$$

와 같다. 또한, 수식을 전개해 보면  $j_{11}$ ,  $j_{13}$ ,  $j_{21}$ ,  $j_{23}$ ,  $j_{31}$ ,  $j_{33}$  는 더욱 간단한 수식으로 정리될 수 있다. 또한 서로 유사한 형태를 가짐을 관찰할 수 있다. 따라서, 여기에서는  $j_{11}$  에 대해서만 구체적으로 보도록 한다.

$$\begin{aligned}
 j_{11} &= (s\theta_2 s\phi_2 - s\theta_1 s\phi_1)(c\theta_3 - c\theta_2) \\
 &\quad - (s\theta_3 s\phi_3 - s\theta_2 s\phi_2)(c\theta_2 - c\theta_1) \\
 &= (s\theta_2 s\phi_2 - s\theta_1 s\phi_1)c\theta_3 + (s\theta_1 s\phi_1 - s\theta_3 s\phi_3)c\theta_2 \\
 &\quad + (s\theta_3 s\phi_3 - s\theta_2 s\phi_2)c\theta_1 \\
 &= \sum_{i=1}^3 s\theta_i s\phi_i \sum_{k=1, k \neq i}^3 \text{sgn}(k-i)(-1)^{k-i-1} c\theta_k \\
 &= f_{ss1}(1,3) \quad (A-2)
 \end{aligned}$$

비슷한 방법으로  $j_{13} = f_{ss1}(0,2)$ ,  $j_{21} = -f_{sc1}(1,3)$ ,  $j_{23} = -f_{sc1}(0,2)$ ,  $j_{31} = -f_{cs1}(1,3)$ ,  $j_{33} = -f_{cs1}(0,2)$  을 구할 수 있다. 다음으로  $l_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  을 구하기 위해서는  $j_{11} - j_{12}$ ,  $j_{21} - j_{22}$ ,  $j_{31} - j_{32}$ ,  $j_{11} - j_{12}$ ,  $j_{21} - j_{22}$  및  $j_{31} - j_{32}$  가 요구되며 나머지 항들은  $j_{11} - j_{12}$  과 유사한 형태로 구할 수 있고 이는

$$\begin{aligned}
 j_{11} - j_{12} &= s\theta_0 s\phi_0 (c\theta_2 - c\theta_3) + s\theta_2 s\phi_2 (c\theta_3 - c\theta_0) \\
 &\quad + s\theta_3 s\phi_3 (c\theta_0 - c\theta_1) = f_{ss2}(0,3,1) \quad (A-3)
 \end{aligned}$$

와 같다. 비슷한 방법으로  $j_{21} - j_{22} = -f_{sc2}(0,3,1)$ ,  $j_{31} - j_{32} = -f_{cs2}(0,3,1)$ ,  $j_{12} - j_{13} = -f_{ss2}(0,3,2)$ ,  $j_{22} - j_{23} = f_{sc2}(0,3,2)$  및  $j_{32} - j_{33} = f_{cs2}(0,3,2)$  이다. 이상의 값들을 사용하면 식(11)에 나와 있는  $l_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  를 구할 수 있다. 다음으로 행렬식  $D$  는  $D = |h_{11}j_{11} + h_{12}j_{21} + h_{13}j_{31}|$  을 사용하면 식 (13)의 결과를 얻을 수 있다.

**이 영 규 (Young-kyu Lee)**



1995년 2월 전북대학교 전자공학과졸업  
1997년 2월 광주과학기술원 정보통신공학과석사  
2002년 8월 광주과학기술원 정보통신공학과박사  
2002년 11월~현재 한국표준과

학연구원 기반표준부 선임연구원  
<관심분야> 위성 응용 시각 비교 및 동기, 통신망 동기, 유비쿼터스 측위

**이 창 복 (Chang-bok Lee)**



1980년 2월 서강대학교 전자공학과 졸업  
1982년 2월 서강대학교 전자공학과 석사  
1994년 2월 서강대학교 전자공학과 박사  
1982년 3월~현재 한국표준과

학 연구원 기반표준부 책임연구원  
<관심분야> 위성, 지상과 이용 시각 비교 및 동기

**양 성 훈 (Sung-hoon Yang)**



1984년 2월 광운대학교 전자공학과졸업  
1997년 8월 충남대학교 전자공학과 석사  
2010년 충남대학교 전자공학과 박사 수료  
1984년 1월~현재 한국표준과

학연구원 기반표준부 책임기술원  
<관심분야> 항법위성 및 통신위성 이용 시각 비교 및 동기, 지상과 이용 시각동기

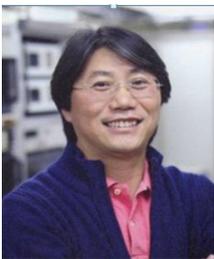
**박 병 구 (Byung-koo Park)**



2000년 2월 경북대학교 전자공학과졸업  
2002년 2월 포항공과대학교 전자공학과석사  
2005년 2월~현재 국방과학연구소 선임연구원

<관심분야> 제어 및 신호 처리, 시각 비교 및 동기

**권 택 용 (Taeg-Yong Kwon)**



1989년 2월 부산대학교 물리교육과졸업  
1991년 2월 부산대학교 물리학과 석사  
1996년 2월 부산대학교 물리학과 박사  
1996년 10월~현재 한국표준과

학연구원 기반표준부 책임연구원  
<관심분야> 원자시계 개발 및 응용

**이 원 진 (Won-jin Lee)**



1999년 2월 고려대학교 제어계측공학과졸업  
2002년 7월~현재 LIG 넥스원 연구원  
<관심분야> 임베디드 시스템, 네트워크 동기, 광대역 디지털 신호처리