

# 선형 편파 다중 안테나를 사용하는 데이터 전송 시스템을 위한 최적 안테나 각도

양 유 식\*, 정 다 훈\*, 임 효 상\*, 박 윤 옥\*\*, 김 재 권

## Optimal Antenna Angles for Data Transmission Systems Using Multiple Linear Polarized Antennas

Yusik Yang\*, Da Hun Jeong\*, Hyo-Sang Lim\*, Yoon Ok Park\*\*, Jaekwon Kim

### 요 약

본 논문은 LoS(line-of-sight) 환경에서 두 개의 선형편파 안테나를 사용하는 데이터 통신 기법을 다룬다. 편파안테나의 물리적인 각도가 채널용량과 오류성능에 미치는 영향을 분석한다. 두 가지 관점에서의 최적 안테나 각도가 상이함을 보이며, 두 각도에 대해 채널용량 및 오류성능을 비교한다.

**Key Words** : optimal antenna angle, channel capacity, error rate, polarized antenna, MIMO

### ABSTRACT

In this paper, we address data transmission systems using multiple linear polarized antennas over pure line-of-sight (LoS) wireless channels. We investigate the impact of antenna angles from the perspective of both channel capacity and error performance. We show that the optimal angles from

the two perspectives are different, and evaluate the performance of the two optimal angles.

### I. 서 론

최근 LoS (line-of-sight) 다중안테나 무선채널에 대한 수학적모델이 제안되었으며 실험을 통해 모델의 정확성이 검증되었다<sup>[1]</sup>. 전자기파의 수직 및 수평 편파의 특성을 이용하면 LoS 환경에서도 두 개의 독립적인 데이터 스트림 전송이 가능함이 알려졌다.

기존연구에서는 직교편파뿐만 아니라 더 많은 편파를 이용해 세 개 이상의 데이터 스트림을 전송하였다<sup>[2]</sup>. 그러나 LoS 환경에서 두 개 이상의 데이터 스트림을 전송할 때 랭크가 2인 무선채널을 통해 2보다 큰 수의 독립적인 데이터를 전송하므로 큰 성능열화가 발생한다<sup>[3,4]</sup>.

본 논문에서는 송신부와 수신부 모두 선형편파 안테나 두 개를 장착하고 있는 LoS 환경을 고려한다. 채널용량 관점과 오류성능관점에서 최적 편파안테나 각도를 각각 유도한다. 두 가지 관점에서의 최적 안테나 각도가 다름을 모의실험 및 수학적 분석을 통해 보인다.

### II. LoS 다중안테나 무선 채널

그림 1과 같이 LoS 2×2 선형편파 안테나로 구성되는 무선 채널은 식(1)와 같이 표현할 수 있다<sup>[1]</sup>.

$$H = e^{-j2\pi d/\lambda} \begin{bmatrix} 1 & \cos\theta_T \\ \cos\theta_R & \cos(\theta_T - \theta_R) \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서  $(j, i)$  번째 원소 값은  $i$  번째 송신 편파안테나와  $j$  번째 수신 편파안테나 사이의 채널이득을 나타내고,  $d$ 는 송신 안테나와 수신 안테나 사이의 거리이고,  $\lambda$ 는 반송파의 파장을 나타낸다. 송신 신호 벡터  $\mathbf{x}$ , 식(1)의 편파채널 행렬, 수신 신호 벡터  $\mathbf{y}$ , 그리고 백색 가우시안 잡음  $\mathbf{z}$ 를 고려할 때, 송수신 관계는 다음 식(2)와 같이 표현된다.

$$\mathbf{y} = H\mathbf{x} + \mathbf{z}. \quad (2)$$

※ This work was supported by the IT R&D programs of MSIP(Ministry of Science, ICT and Future Planning), Korea [13Zi1140, Research on Advanced Technologies of Access Network for Traffic Capacity Enhancement] and the Basic Science Research Program through the National Research Fund of Korea (NRF) funded by the Ministry of Education, Science and Technology (2009-0068222)

◆ First Author : 연세대학교 원주캠퍼스 컴퓨터정보통신공학부 디지털통신연구실, kinducc@gmail.com, 학생회원

○ Corresponding Author : 연세대학교 원주캠퍼스 컴퓨터정보통신공학부 디지털통신연구실, jaekwon@yonsei.ac.kr, 종신회원

\* 연세대학교 원주캠퍼스 컴퓨터정보통신공학부, jdhgag1202@naver.com, 준회원, hyosang@yonsei.ac.kr

\*\* 한국전자통신연구원, parkyo@etri.re.kr, 정회원

논문번호 : KICS2013-10-460, 접수일자 : 2013년 10월 23일, 최종논문접수일자 : 2013년 10월 31일

### III. 채널 용량 관점의 최적 편파 안테나 각도

식(2)의 LoS 다중 편파안테나 무선 채널의 용량은 전력제어를 하지 않으며, 높은 signal-to-noise-ratio (SNR)을 가정하는 경우 다음과 같이 근사화가 된다.

$$C \approx \log_2 \left( \frac{E_x}{\sigma_z^2} \right)^2 \det(\mathbf{H}\mathbf{H}^H) \quad (3)$$

여기서  $E_x$ 와  $\sigma_z^2$ 은 각각 심볼에너지와 잡음의 전력을 나타낸다. 식(3)으로부터 식(2)의 LoS 다중 안테나 무선 채널의 용량이 아래 식(4)에 비례함을 관찰할 수 있다.

$$\det(\mathbf{H}\mathbf{H}^H) = \sin^2\theta_R \sin^2\theta_T \quad (4)$$

식(4)로부터 채널용량 관점에서의 최적 편파 안테나 각도는  $\frac{\partial}{\partial \theta_T} \det(\mathbf{H}\mathbf{H}^H) = 0$ 과  $\frac{\partial}{\partial \theta_R} \det(\mathbf{H}\mathbf{H}^H) = 0$ 를 만족해야 하므로 다음 식(5)의 관계를 유도할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 2\sin^2\theta_R \sin\theta_T \cos\theta_T \\ 2\sin^2\theta_T \sin\theta_R \cos\theta_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

위 식(5)로부터 채널용량 관점에서의 최적 안테나 각도를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta_T^{\text{Cap-opt}} = \theta_R^{\text{Cap-opt}} = \pi/2. \quad (6)$$

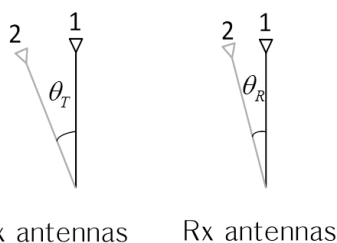


그림 1. LoS 환경에서 2x2 다중 선형 편파 안테나 무선 채널 환경  
Fig. 1. 2x2 wireless channel environment with multiple linear polarized antennas

### IV. 오류성능 관점의 최적 편파 안테나 각도

검출된 신호를  $\hat{\mathbf{x}}$ 이라 하면 식(2)로부터 pair-wise 벡터 오류확률은 아래와 같다.

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \mathbf{H}) = Q \left( \sqrt{\|\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}\|^2 / 2\sigma_z^2} \right). \quad (7)$$

식(7)로부터 모든 송수신 벡터의 조합을 고려한 vector error rate (VER)의 상한계를 식(8)과

같이 유도할 수 있다. 식(8)에서  $S$ 는  $\mathbf{x}$ 의 가능한 모든 조합을 포함한 집합이고, 연산  $\{\cdot\}/\{\cdot\}$ 은 집합 빼기 연산이고,  $|S|$ 는 집합  $S$ 에 포함된 원소의 개수이다.

$$\text{VER} \leq \sum_{\mathbf{x} \in S} \sum_{\hat{\mathbf{x}} \in S \setminus \{\mathbf{x}\}} Q \left( \sqrt{\|\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}\|^2 / 2\sigma_z^2} \right) / |S|. \quad (8)$$

잘 알려진 바와 같이 식(8)의 오류성능은  $\|\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}\|$ 의 최소값에 의해 대부분 결정되며 다음 관계를 갖는다.

$$\|\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}\|^2 = \|\mathbf{H}\Delta\mathbf{x}_R\|^2 + \|\mathbf{H}\Delta\mathbf{x}_I\|^2 \quad (9)$$

여기서  $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ 이고,  $\Delta\mathbf{x} = \Delta\mathbf{x}_R + j\Delta\mathbf{x}_I$ 이다. 식(9)에서  $\|\mathbf{H}\Delta\mathbf{x}_R\|^2$ 의 최소값과  $\|\mathbf{H}\Delta\mathbf{x}_I\|^2$ 의 최소값이 동일하다는 점을 이용하면 최적 편파 안테나 각도는 다음 식(10)을 통해 구할 수 있다.

$$\left[ \theta_T^{\text{Error-opt}}, \theta_R^{\text{Error-opt}} \right] = \underset{\theta_T, \theta_R}{\text{argmax}} \min_{\mathbf{x}_R} 2 \|\mathbf{H}\Delta\mathbf{x}_R\|^2. \quad (10)$$

그림 1과 같이 안테나가 배치된 경우에는 다음 식(11)의 관계가 성립하고, 4QAM의 정상도를 사용하는 경우  $\Delta\mathbf{x}_R$ 의 집합은  $\{-1, 0, 1\}$ 이다.

$$\mathbf{H}\Delta\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} \Delta x_{1,R} + \cos\theta_T \Delta x_{2,R} \\ \cos\theta_R \Delta x_{1,R} + \cos(\theta_T - \theta_R) \Delta x_{2,R} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

그림 2은  $\theta_T$ 와  $\theta_R$ 에 따른  $\min \|\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}\|^2$ 의 변화를 나타낸다. 그래프를 통해 볼 수 있듯이 목적함수가 가장 커지는 지점에서  $\theta_T$ 와  $\theta_R$ 이 동일하다.

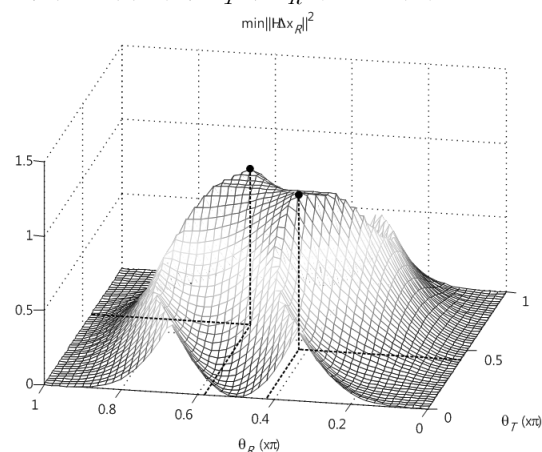


그림 2.  $\theta_T$ 와  $\theta_R$ 의 변화에 따른  $\min \|\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}\|^2$   
Fig. 2.  $\min \|\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}\|^2$  surface according to  $\theta_T$  and  $\theta_R$

정확한  $\theta_T$ 와  $\theta_R$ 을 구하기 위해  $\theta_T = \theta_R = \theta$ 로 설정

하고 4-QAM을 가정할 경우  $\| \mathbf{H} \Delta \mathbf{x}_R \|^2$ 를 아래 표 1와 같이 정리할 수 있다. 벡터  $\Delta \mathbf{x}_R$ 이 영벡터가 아닌 다양한 경우에 대해 3개의 다른 값이 존재함을 알 수 있다. 3개의 다른 값에 대한 관찰을 통해  $1 + \cos\theta^2$ 와  $2(1 - \cos\theta)^2$ 가 동일하게 되는  $\theta$ 일 때 표1의  $\| \mathbf{H} \Delta \mathbf{x}_R \|^2$ 의 최소값이 최대가 되어 식(10)의 해가 됨을 알 수 있다. 조건  $2(1 - \cos\theta)^2 = 1 + \cos^2\theta$ 를 만족하는 최적 값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta^{\text{Error-opt}} = \cos^{-1}(2 - \sqrt{3}) \approx 0.4137\pi. \quad (12)$$

성상도가 16-QAM 및 64-QAM일 경우에도 유사하게 최적 각도를 유도할 수 있으며 최적 각도는 식(12)로 동일하다.

표 1. 4-QAM이 사용된 경우  $\Delta \mathbf{x}_R$ 조합에 따른  $\| \mathbf{H} \Delta \mathbf{x}_R \|^2$ .

Table 1. Calculation of  $\| \mathbf{H} \Delta \mathbf{x}_R \|^2$  according to the combinations of  $\Delta \mathbf{x}_R$  when 4-QAM is used.

$\Delta x_{1,R}$	$\Delta x_{2,R}$	$\  \mathbf{H} \Delta \mathbf{x}_R \ ^2$
-1	-1	$2(1 + \cos\theta)^2$
-1	0	$1 + \cos\theta^2$
-1	1	$2(1 - \cos\theta)^2$
0	-1	$1 + \cos\theta^2$
0	1	$1 + \cos\theta^2$
1	-1	$2(1 - \cos\theta)^2$
1	0	$1 + \cos\theta^2$
1	1	$2(1 + \cos\theta)^2$

### V. 모의실험

표2는 두 가지 관점에서의 최적 안테나 각도  $0.5\pi$ 와  $\cos^{-1}(2 - \sqrt{3}) \approx 0.4137\pi$ 를 이용한 경우 다양한 성상도에 대한 VER 성능이다. 오류성능 관점의 최적 각도를 사용한 경우가 상대적으로 작은 성능이득이 있음을 관찰할 수 있다.

반면 오류성능 관점에서 최적 각도를 사용한 경우의 채널용량  $C^{\text{Error-opt}}$ 은 채널용량 관점에서 최적 각도를 사용한 경우의 용량  $C^{\text{Cap-opt}}$ 과 비교할 때 식(13)과 같이 작은 용량감소가 발생함을 식(3)으로부터 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} C^{\text{Error-opt}} &= \log_2(0.9282) C^{\text{Cap-opt}} \\ &\approx C^{\text{Cap-opt}} - 0.1075. \end{aligned} \quad (13)$$

### VI. 결 론

본 논문에서는 송신부와 수신부가 각각 선형편파 안테나 두 개를 장착하고 있는 LoS 환경을 고려했을 때, 채널용량 관점과 오류성능 관점에서 각각 최적의 되도록 하는 각도를 유도하였다. 두 가지 관점에서의 최적 안테나 각도는 다르며 다른 편 관점에서 작은 손실이 존재함을 확인하였다.

표 2. 채널용량과 오류성능 관점의 최적 편파 안테나 각도에 따른 VER 성능 비교

Table 2. Comparison of VER performance of two optimal antenna angles

Const.& SNR	Antenna Angle	VER
4QAM SNR=11dB	$\cos^{-1}(2 - \sqrt{3})$	6.23E-4
	$\pi/2$	7.42E-4
16QAM SNR=18dB	$\cos^{-1}(2 - \sqrt{3})$	9.75E-4
	$\pi/2$	1.07E-3

### References

- [1] S. Jaeckel, K. Borner, L. Thiele, and V. Jungnickel, "A geometric polarization rotation model for the 3-D spatial channel model," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 12, pp. 5966-5977, Dec. 2012.
- [2] R. B. Dybdal, S. J. Curry, F. Lorenzelli, and D. J. Hinshilwood, "Multiple polarization communications," in *Proc. IEEE Antennas Propag. Soc. Int. Symposium (APSURSI)*, pp. 1-2, Chicago, U.S.A., July 2012.
- [3] H. Maattanen and O. Tirkkonen, "Simple zero interference transmissions to users with rank deficient channels," in *Proc. Int. Symp. Wireless Personal Multimedia Commun. (WPMP)*, pp. 281-285, Taipei, Taiwan, Sep. 2012.
- [4] N. Kim, J. Kim, Y. Bang, and Y. O. Park, "Performance evaluation of IEEE802.16m MIMO modes," *J. KICS*, vol. 36, no. 5, pp. 326-335, May 2011.