

# 오차 스케일링에 의해 블라인드 수렴 특성을 개선한 새로운 판정의거 등화

오길남\*

## A New Decision-Directed Equalization with Improved Blind Convergence Properties by Error Scaling

Kil Nam Oh\*

요약

판정의거(decision-directed: DD) 등화는 수신 신호의 눈모형이 완전히 닫힌 채널 조건에서는 눈모형을 충분히 열지 못하여 블라인드 등화기를 초기화하는 데는 효과적이지 않은 것으로 알려져 있다. 본 논문에서는 기존 DD 알고리즘의 오차를 대체하는 새로운 오차를 제안한다. 새로운 DD 오차는 신호점 판정의 모듈러스를 기존 DD 오차에 스케일링한 것으로, 이를 적용한 새로운 DD 알고리즘은 기존 DD와는 달리 등화 초기의 닫힌 눈모형을 여는데 효과적이다. 새로운 오차를 적용한 DD 알고리즘은 블라인드 초기화에 널리 쓰이는 CMA에 비해 우수한 수렴 특성을 보이며, 특히 다중 모듈러스를 가지는 신호 등화에 유용하다. 고차 QAM 신호에 대한 모의실험을 통해 새로운 DD 알고리즘의 성능을 검증하였다.

**Key Words** : Error scaling, Decision-directed, Blind convergence, Higher-order QAM, Multilevel modulus

### ABSTRACT

The Decision-directed (DD) algorithm is known to be not effective to initialize a blind equalizer in the channel conditions when the eye diagram of received signals is completely closed because it can not open the eye diagram enough. In this paper, we propose a new error to replace the error of the conventional DD algorithm. The new DD error is the conventional DD error scaled by the modulus of symbol decision, new DD algorithm using this error is effective to open the closed eye diagram in early stage of equalization unlike the conventional DD. The new DD algorithm applying the new error is showed excellent convergence characteristics as compared to the CMA widely used in blind initialization, particularly, is useful for equalization of signals having multimodulus. The performance of the new DD algorithm is verified through the simulation for the higher-order QAM signals.

### 1. 서론

고차 QAM(quadrature amplitude modulation) 신호에 대한 블라인드 등화 시, 블라인드 초기화에 널리

사용되는 CMA(constant modulus algorithm)<sup>[1]</sup>는 원 신호점 대신 일정 모듈러스(constant modulus)를 기준 신호(reference signal)로 사용하여 등화기의 수렴을 달성한다. 그러나 그 대가로 CMA는 정상상태 성능이

\* 이 연구는 2014년도 광주대학교 대학 연구비의 지원을 받아 수행되었음.

• First Author : Dept. of Optical Commun. Eng., Gwangju Univ., knoh@gwangju.ac.kr, 종신회원  
논문번호 : KICS2015-01-008, Received January 12, 2015; Revised March 11, 2015; Accepted March 11, 2015

만족스럽지 못하다. 즉 일정 모듈러스를 기준 신호로 간주함으로써 QAM 신호의 경우에는 등화기가 완전히 수렴하여도 오차가 영이 되지 않을 뿐만 아니라 오차가 클 수밖에 없다. 특히 고차 신호점의 경우 이 현상은 더욱 심해진다.

CMA에 의해 초기 수렴을 달성 후 정상상태 성능을 개선하기 위해 흔히 적용하는 방법이 판정의거(decision-directed: DD)<sup>[2]</sup>와 같이 원신호점을 기준 신호로 사용하는 신호점 기준 판정(symbol-based decision) 알고리즘으로 전환하거나(동작 모드 전환 방식)<sup>[3]</sup>, 이들 알고리즘을 병행 사용하거나(이중 모드 동작 방식)<sup>[4]</sup>, 또는 동시에 사용하는 것이다(동시 등화 방식)<sup>[5]</sup>.

신호점 기준 판정 알고리즘은 임계 판정(threshold decision) 장치에 의한 신호 판정을 기준 신호로 간주하고, 이것과 등화기 출력과의 차를 오차로 산출하여 등화기 갱신에 적용한다. 신호점 기준 판정으로 대표적인 DD 알고리즘은 신호 성상도(signal constellation)에서 등화기 출력 신호와 가장 가까운 신호점으로 판정한다. 이런 방식은 등화기 출력의 눈모형이 열린 상태에는 매우 좋은 방법으로서, 정상상태에서 등화기 출력을 최소 MSE(mean square error)에 수렴시키는 것으로 알려져 있다<sup>[6]</sup>.

그러나 임계 판정은 눈모형이 충분히 열리기 전에 적용 시 두 신호점의 경계에서 오판정의 가능성이 매우 높음에도 불구하고 이때 가장 큰 오차를 발생시킴으로써 등화기의 오수렴 또는 발산의 가능성이 매우 높다. 이를 피하기 위해서는 등화기 출력의 MSE가 일정 값 이하로 낮아진 조건에 한하여 DD를 적용하거나, 또는 CMA 등과 비교해서 매우 더딘 수렴 속도로 DD 등화기를 수렴시키는 것이 필요하며, 이로 인하여 DD를 등화 초기에 사용하는 것은 실용적이지 못하다. 그러므로 DD는 초기 수렴 이후에서 사용되고 있다.

이와 같이 등화 초기 또는 정상상태에서는 수렴 특성이 서로 다른 알고리즘을 사용하는 것이 필요하나, 이를 위해서는 알고리즘에 따른 파라미터 재설정 등의 어려움이 있다. 즉 두 알고리즘 간 전환을 위한 시점 결정과 수렴 검출, 아울러 전환 시점에 따른 성능 변동 등의 문제점을 먼저 해결해야 한다.

본 논문에서는 DD 알고리즘의 문제를 해소할 수 있는 새로운 DD 알고리즘을 제안한다. 제안 알고리즘은 DD 오차를 신호점 판정에 따라 스케일링한 새로운 오차를 발생시키고, 이를 눈모형이 완전히 닫힌 등화 초기 단계에 적용하여 빠르게 눈모형을 열 수 있었

다. 아울러 눈모형이 열린 이후에는 오차 스케일링을 중지함으로써 정상상태 성능을 더욱 개선하였다.

다음 II 장에서 DD 블라인드 등화 모델과 문제를 살펴보고, III 장에서는 제안하는 새로운 오차 스케일링(error scaling), IV 장에서 모의실험과 성능평가, 그리고 V 장에서 결론을 언급한다.

## II. DD 블라인드 등화 모델과 문제

등화는 수신된 신호로부터 송신 신호점을 판정하기 위한 것이다. 그림 1에 보인 채널과 등화기 및 임계 판정 장치가 연결된 DD 등화 모델에서, 송신 신호점은 그 확률 분포만 알려져 있고 대개 iid(independent identically distributed)로 간주되며 미지의 채널을 거쳐 수신된다. 채널의 임펄스 응답  $\{h_k\}$ 는 다중경로의 수를  $L$ , 그 복소 진폭을  $\alpha_i$ 라 할 때, 신호점 간격의 정수배에 해당하는 지연  $\tau$ 를 고려하면

$$h_k = \sum_{\tau=0}^{L-1} \alpha_{\tau} \delta(k-\tau) \quad (1)$$

로 주어진다. 여기서  $\delta(\cdot)$ 는 단위 임펄스 함수이다.

채널 왜곡에 의한 intersymbol interference(ISI)를 제거하기 위해서는 수신단에 적응 등화기를 사용하여 탭 계수를 점진적으로 최적화하는 것이 필요하다.  $n$  번째 iteration에서 탭 계수(tap coefficients)를  $c_{n,i}$ , 탭 길이를  $N$ 이라 하면, 트랜스버설 필터 구조를 갖는 등화기의 임펄스 응답  $\{w_n\}$ 은

$$w_n = \sum_{i=0}^{N-1} c_{n,i} \delta(n-i) \quad (2)$$

가 된다.

등화기 최적화는 흔히 탭 계수에 관한 이차 함수로

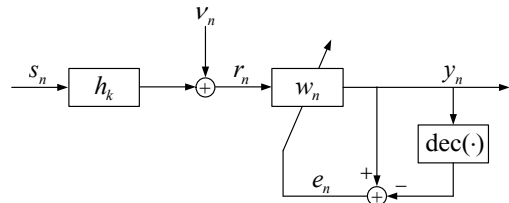


그림 1. 채널, 등화기, 임계 판정 장치가 연결된 DD 등화 모델  
Fig. 1. DD equalization model of connection of channel, equalizer, and threshold decision device.

주어지는 성능 함수를 gradient 방법에 의해 최소화하는 방식으로 (3)과 같이 달성된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{n+1} &= \mathbf{w}_n - \hat{\nabla} J_n(\mathbf{w}_n) \\ &= \mathbf{w}_n - \mu e_n \mathbf{r}_n^* \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $\mathbf{w}_n = [w_0, w_1, \dots, w_{N-1}]^T$ ,  $\hat{\nabla}$ 는 순시 gradient, 그리고  $(\cdot)^T$ 는 벡터의 전치를 나타낸다. 식 (3)에서  $\mathbf{w}_n$ 의 보정 항, 즉 성능 함수에 대한 gradient 항에서  $\mu$ 는 수렴상수,  $e_n$ 은 오차,  $\mathbf{r}_n^*$ 는 등화기 수신 신호 벡터  $\mathbf{r}_n = [r_n, r_{n-1}, \dots, r_{n-N+1}]^T$ 의 복소 공액 을 나타낸다. 탭 계수의 갱신은 이 gradient 항이 영이 될 때 또는 증가적으로 오차  $e_n = 0$ 이 될 때 중지된다.

Gradient 방법에서 성능 함수로 널리 사용되는 MSE는

$$J_n(\mathbf{w}) = E[y_n - \hat{s}_n]^2 \quad (4)$$

로 주어지며, 이는 이차 함수이고 따라서 하나의 최댓 값을 갖는다<sup>7)</sup>. 여기서  $y_n$ 은 현재 등화기의 탭 계수 설정 상태에서 등화기 입력에 대한 출력을 나타낸다. 등화기 입력  $r_n$ 은 채널  $h_k$ 와 등화기가 종속 연결된 모델에서

$$r_n = \sum_{i=0}^{L-1} h_i s_{n-i} + \nu_n \quad (5)$$

으로 주어지며,  $s_{n-i}$ 는 지연된 송신 신호점,  $\nu_n$ 은 부가 화이트 가우시안 잡음(AWGN)을 포함하는 잔류 ISI이다. 그러면 등화기 출력  $y_n$ 은

$$y_n = \sum_{i=0}^{N-1} w_i r_{n-i} \quad (6)$$

가 된다.

등화기는 출력  $y_n$ 과 신호점 판정  $\hat{s}_n = \text{dec}(y_n)$ 의 차이가 최소 또는 영이 되도록 조절된다.  $\text{dec}(\cdot)$ 는 임계 판정 장치에 의한 최인접 신호점 판정을 나타낸다. 그러므로 등화기 출력  $y_n$ 으로부터 일정한 고정 상수의 지연  $\Delta$ 를 갖는 신호점 판정  $y_n \approx s_{n-\Delta}$ 를 얻도록 등화기를 최적화하는 것이 목표이다. 그런데 식 (3)

에 의해 등화기를 최적화하기 위해서는 등화기 출력을 기준 신호와 비교하여 오차  $e_n$ 을 얻는 것이 필요하다.

학습열에 의한 등화기 초기화 과정을 거치는 경우 학습 기간 동안에는 학습열  $d_n$ 을 기준 신호로 사용하므로 오차는  $e_n = y_n - d_n$ 이 된다. 학습열에 의한 초기화 과정을 거치지 않는 블라인드 모드에서는 기준 신호를 얻는 한 방법이  $y_n$ 을 송신 신호점 집합 중 하나로 판정하고 이를 기준 신호로 사용하는 것이며, 이러한 방식을 판정의거라 한다. 그러면 판정의거 오차는

$$e_n^{\text{DD}} = y_n - \hat{s}_{n-\Delta} = y_n - \lambda_n \quad (7)$$

가 된다. 여기서  $\lambda_n$ 은 신호점 판정으로서 최인접 신호점으로 결정되며, 한 예로 M-PAM의 경우 신호점 집합  $S \in \{s_1, s_2, \dots, s_M\}$ 의 원소가 된다.

DD는 임계 판정 장치를 사용하여 신호점을 판정하는 결과, 채널에 의한 신호점간 간섭이 심하거나 SNR이 낮은 경우, 특히 고차 QAM 신호의 경우 신호점이 밀집하므로 판정 오류가 빈번하게 발생하여 신호점 판정 오류가 커진다. 그러므로 DD를 이용한 신호점 판정은 등화기 탭 계수의 오갱신을 초래하여 등화 초기에 눈모형을 열지 못한다.

### III. DD 오차 스케일링

DD에서는 등화기 출력과 이에 가장 인접한 신호점과의 차이를 오차로 형성하므로 오차의 범위는 그림 2~4에 보인 바와 같이 등화기 출력의 모든 값에서 일정하다. 즉 DD 오차는 그 범위가 신호점의 모듈러스에 무관하게  $-1 \sim +1$  사이의 값을 갖는다. 이 오차에 의해 등화기의 탭 계수가 갱신된다.

그런데 이 오차 범위는 작은 출력 신호에 대해서는 충분히 크지만 큰 출력 신호에 대해서는 상대적으로 매우 작다. 큰 출력 신호의 경우 상대적으로 매우 작은 갱신, 즉 큰 출력 신호를 되돌릴 만한 탭 계수의 갱신이 이루어지지 않는다. 이와 같은 DD 오차의 특징으로 인하여 DD는 눈모형이 완전히 닫힌 등화 초기에는 눈모형을 충분히 열지 못한다.

이를 개선하기 위해 새로운 오차 스케일링(error scaling) 개념을 제안한다. 오차 스케일링이란 오차의 다이내믹 범위를 확장하기 위해 등화기 출력에 대한 신호점 판정, 즉 신호점 모듈러스를 오차에 곱한 것이

다. 신호점 모듈러스를 스케일링한 새로운 DD 오차는

$$e_n^{NDD} = |\lambda_n| e_n^{DD} \quad (8)$$

이다. 여기서  $|\lambda_n|$  는 신호점 판정의 절댓값으로 신호점의 모듈러스를 나타낸다. 새로운 오차 (8)을 갱신식 (3)에 적용하여 새로운 DD 알고리즘을 얻는다. 이 스케일링은 단일 모듈러스를 가지는 BPSK나 QPSK에서는 기존 오차 식과 동일한 결과로 된다.

그림 2~4에 DD 오차의 원래 형태와 새로운 형태의 동작 특성을 나타내었다. 기존의 DD에서 오차가 모든 등화기 출력에 대해  $-1 \sim +1$  범위인 반면 새로운 오차에서는 그 범위가 신호점 모듈러스에 비례하여 확장되었다. 채널에 의해 상대적으로 큰 신호가 옮겨질 때(채널에 의한 왜곡) 이를 되돌리기 위해 그에 상응하는 오차를 발생시켜야 한다. 오차를 스케일링함으로써 오차의 다이내믹 범위의 확장으로 등화기 출력 신호의 모듈러스에 비례하는 탭 계수 갱신을 기대할 수 있다.

제안한 오차 스케일링은 모의실험 결과 블라인드 등화기의 초기 수렴에 매우 유용한 것으로 나타났다. 그러나 정상상태에서는 오차 신호의 확장된 범위로 인하여 비교적 큰 값의 MSE에 수렴하고 이미 블라인드 초기화의 목적을 달성하였으므로 스케일링을 중지하였다. 정상상태에서 스케일링을 중지하면 등화기 갱신식 (3)의 보정 항을 0에 더욱 접근시킬 수 있어 출력 MSE를 보다 개선할 수 있다.

정상상태에서 오차 스케일링을 중지하기 위해 사용한 방법은 다음과 같다. 등화기가 완전히 수렴하면 등화기 출력은 신호점의 중심에 모일 것이므로 이로부터 눈모형이 열린 정도를 알 수 있다. 이는 또한 등화기 출력이 신호점으로부터 떨어진 거리, 곧 오차의 크기를 나타내므로 기존 DD 오차에 상응한다. 그러므로 DD 오차를 눈모형이 열린 판단 기준으로 하였다.

$$-\gamma < e_n^{DD} < \gamma \quad (9)$$

여기서  $\gamma$ 는 신호점 중심으로부터 등화기 출력까지의 거리이며,  $|\gamma| \leq 1$ 의 값을 갖는다.

그러나 이 식을 그대로 적용하는 것은 오차의 큰 변동성으로 인하여 부적당하다. 변동성을 완화하기 위해 오차의 최근  $m$ 개에 대해 이동 평균을 적용하였으며, 이때 오차 값의 절댓값을 사용하였다. 그러므로 오차 스케일링을 중지하기 위한 판단 기준은 다음과

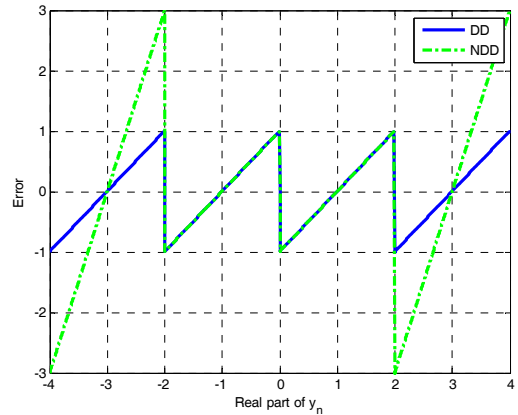


그림 2. DD 오차의 동작 비교, 16-QAM  
Fig. 2. DD errors behavior for 16-QAM.

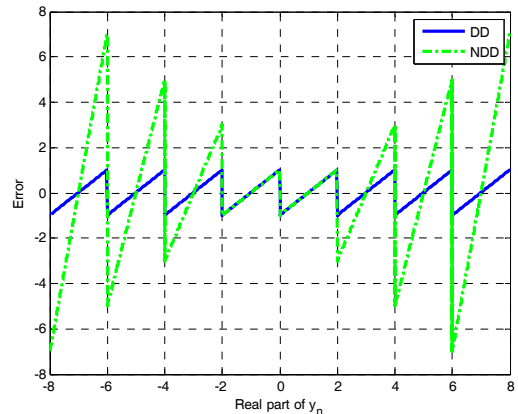


그림 3. DD 오차의 동작 비교, 64-QAM  
Fig. 3. DD errors behavior for 64-QAM.

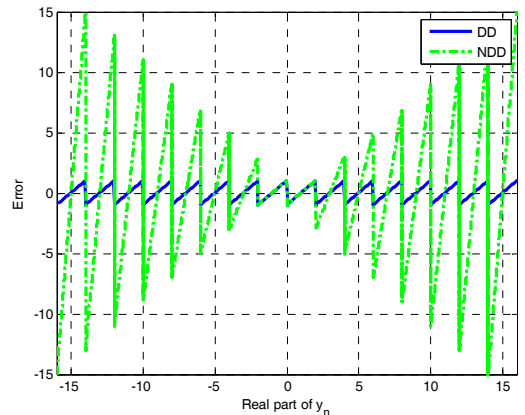


그림 4. DD 오차의 동작 비교, 256-QAM  
Fig. 4. DD errors behavior for 256-QAM.

같다.

$$\sum_{i=n-m+1}^n \left| \frac{e_n^{DD}}{m} \right| < \gamma \quad (10)$$

식 (10)을 만족하는 경우에는 눈모형이 충분히 열린 것으로 판단하여 오차 스케일링을 중지하였다.

#### IV. 모의실험과 성능평가

모의실험을 통해 다중경로에 의한 ISI와 부가 잡음 조건에서 새로운 DD 알고리즘의 초기 및 정상상태의 수렴 성능을 검증하였다. 다중경로 채널로는 음성대역 통신 채널<sup>[8]</sup>을 사용하였다. 이 채널은 진폭 및 위상 왜곡을 가지는 대표적인 채널로서, 모의실험에서는 FIR 필터 모델을 사용하여 이를 구현하였다. 채널의 주파수 특성은 그림 5와 같다.

다중 모듈러스를 가지는 고차 QAM 신호에 대한 ISI 제거 성능을 보기 위해 16/64/256-QAM 신호를 대상으로 실험하였다. 부가 잡음 조건은 16-QAM에서 SNR=15dB, 64-QAM에서 20dB, 256-QAM에서 25dB 조건으로 하였다. 각 알고리즘의 수렴상수는 정상상태에 도달하는 시간(iterations)이 유사하도록 조절하였다. 눈모형이 열린 판단 기준  $\gamma$ 는 완전히 열린 것으로 볼 수 있는 0.5 이내에서 오차 스케일링의 효과를 극대화하기 위해 최대한 작게 설정하였다. 이동 평균 길이  $m$ 은 6 ~ 8 사이의 값에서 좋은 성능을 보였다.

새로운 DD 알고리즘의 성능을 기존 DD에 대한 성능 개선과 CMA와의 비교로 평가하였다. 또한 오차 스

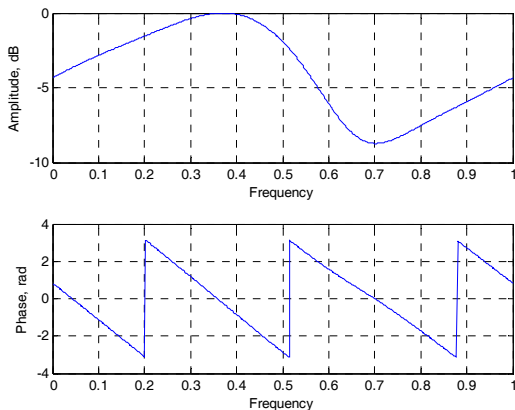


그림 5. 채널의 주파수 응답  
Fig. 5. Channel frequency response.

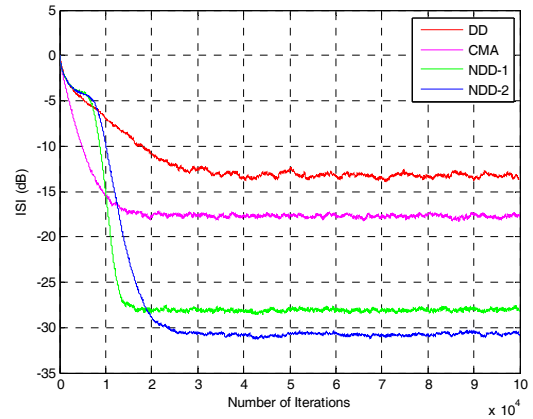


그림 6. 16-QAM에 대한 잔류 ISI 성능 비교  
Fig. 6. Residual ISI performance for 16-QAM.

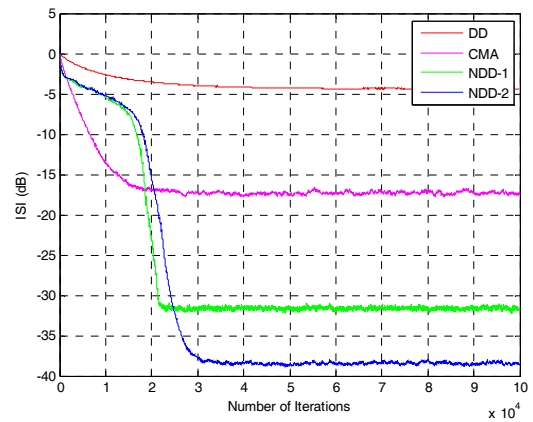


그림 7. 64-QAM에 대한 잔류 ISI 성능 비교  
Fig. 7. Residual ISI performance for 64-QAM.

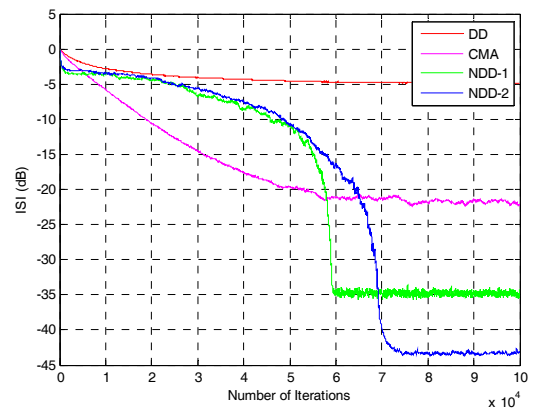


그림 8. 256-QAM에 대한 잔류 ISI 성능 비교  
Fig. 8. Residual ISI performance for 256-QAM.

케일링을 중지하지 않은 결과(NDD-1)와 눈모형이 충분히 열린 이후에 중지한 결과(NDD-2)를 비교하였다.

먼저 그림 6에 다중경로 채널과 부가 잡음 조건에서 16-QAM에 대한 잔류 ISI 성능을 50회의 실험 결과를 평균하여 나타내었다. 기존 DD는 초기 ISI를 10dB 이상 낮추나 충분하지 않다. CMA는 DD에 비해 5dB 정도 추가 개선을 달성하나 여전히 충분하지 않다. 제안 방식(NDD-1)은 초기 ISI에서 28dB 이상 개선하며, 스케일링을 중지하는 방식(NDD-2)이 보다 우수한 것으로 나타났다.

그림 7과 그림 8에 각각 보인 64-QAM과 256-QAM에 대한 실험에서도 유사한 결과를 나타내었다. 신호점이 고차로 될수록 새로운 DD 알고리즘은 기존 DD와 CMA에 비해 성능을 크게 개선하였다. 다만 NDD-2는 수렴 속도가 NDD-1에 비해 다소 저하되는 것이 관찰되었다.

이상의 모의실험 결과로부터, 제안 방식은 기존의 DD 알고리즘과는 다르게 블라인드 초기화를 달성하였으며, CMA에 비해 초기 수렴 속도의 저하가 없으면서 정상상태 잔류 ISI를 월등히 개선한 성능을 보였다. 제안 방식의 의미는 DD만으로 눈모형이 닫힌 등화 초기에 눈모형을 열 수 있다는 점과 정상상태에서 충분히 낮은 오차 레벨에 수렴하는 점이다.

## V. 결 론

새로운 DD 알고리즘은 종래의 DD가 본래 갖고 있는 정상상태 수렴 능력을 저하하지 않으면서 초기 수렴 능력을 갖도록 개선되었다. 기존의 블라인드 등화 방식이 정상상태 성능 개선을 위해 다른 알고리즘과 결합하는 것에 반해, 제안 방식은 오로지 DD만으로 가능함을 보였다. 고차 신호점에 적용하여 기존의 DD가 수렴하지 못하는 조건에서 수렴하고 널리 사용되는 CMA에 비해 우수한 성능을 가짐을 확인하였다.

## References

[1] A. W. Azim, S. Abrar, A. Zerguine, and A. K. Nandi, "Steady-state performance of multimodulus blind equalizers," *Signal Processing*, vol. 108, pp. 509-520, Mar. 2015.

[2] M.T.M. Silva and J. Arenas-Garcia, "A soft-switching blind equalization scheme via convex combination of adaptive filters," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 61, no. 5, pp.

1171-1182, Mar. 2013.

[3] K. Banovic, E. Abdel-Raheem, and M. A. S. Khalid, "Hybrid methods for blind adaptive equalization: new results and comparisons," in *Proc. ISCC*, pp. 275-280, Jun. 2005.

[4] J. Arenas-Garcia and A. R. Figueiras-Vidal, "Improved blind equalization via adaptive combination of constant modulus algorithms," in *Proc. IEEE ICASSP*, vol. 3, May 2006.

[5] S. Chen and E. S. Chng, "Concurrent constant modulus algorithm and soft decision directed scheme for fractionally-spaced blind equalization," in *Proc. IEEE ICC*, vol. 4, pp. 2342-2346, Paris, France, Jun. 2004.

[6] O. Macchi and E. Eweda, "Convergence analysis of self-adaptive equalizers," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-30, pp. 161-176, Mar. 1984.

[7] S. Haykin, *Unsupervised adaptive filtering volume 2: Blind deconvolution*, John Wiley & Sons, New York, 2000.

[8] G. Picchi and G. Prati, "Blind equalization and carrier recovery using a "Stop-and-Go" decision-directed algorithm," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-43, pp. 877-887, Sept. 1987.

오길남 (Kil Nam Oh)

현재 광주대학교 광통신공학과 교수

<관심분야> 블라인드 등화, 통신신호처리, OFDM