

# 압축 채널 센싱 기반 OFDM 시스템에서 PAPR 감소를 위한 파일럿 톤 설계 방법

장민호\*, 김기훈\*

## Pilot Tone Design for PAPR Reduction in OFDM Systems Based on Compressed Channel Sensing

Min-Ho Jang\*, Kee-Hoon Kim\*

### 요약

본 논문은 최근 주목받고 있는 압축 센싱 (compressed sensing) 기반으로 직교 주파수 분할 다중화 (OFDM; orthogonal frequency division multiplexing) 신호의 파일럿 톤을 효율적으로 설계하여 최대 전력대 평균 전력 비율 (PAPR; peak to average power ratio)을 감소시키는 방법을 제안한다.

**Key Words** : Channel estimation, compressed sensing, orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) system, peak to average power ratio (PAPR), pilot tone

### ABSTRACT

In this paper, we suggest the method of pilot tone design for a compressed channel sensing in order to decrease the peak to average power ratio (PAPR) in orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) systems.

## I. 서론

최근 광대역 통신 환경에서 채널 임펄스 응답 (impulse response)이 드물다는 (sparse) 특징을 활용하여 압축 채널 센싱 (compressed channel sensing)을 적용하는 방법에 대한 다양한 연구가 진행되고 있다. 기존 ZF 등화기 (zero forcing equalizer)를 사용하는 직교 주파수 분할 다중화 (OFDM; orthogonal frequency division multiplexing) 시스템의 채널 센싱에서 파일럿 톤 (pilot tone)들이 등 간격으로 배치 (equally space)된 것이 성능 면에서 최적<sup>[1]</sup>이라고 알려진 반면, 압축 센싱 기반의 채널 추정 상황에서는 파일럿 톤들이 랜덤하게 배열되는 것이 성능 면에서 우수<sup>[2]</sup>하다. 하지만 파일럿 톤들의 계수 (coefficient)들을 일정하게 할당할 경우, 시간 영역에서 전체 OFDM 신호의 최대 전력대 평균 전력 비율 (PAPR; peak-to-average power ratio)이 증가하는 문제를 야기한다. 게다가 기존의 채널 추정의 경우에 비해, 압축 센싱 기반 채널 추정의 경우 랜덤한 파일럿 톤 배치로 인해 그 문제가 더욱 더 중요하다. 그러므로 본 논문에서는 OFDM 시스템에서, 파일럿 톤들이 순환 차집합 (CDS; cyclic difference set)을 이용하여 랜덤하게 배열된 경우에, 채널 추정 성능을 그대로 유지하면서 PAPR 성능을 최적화 시킬 수 있는 방법을 제안한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. II장에서는 채널 추정을 위한 OFDM 시스템 모델링을 소개하고, 기존 채널 추정과 압축 센싱 기반의 채널 추정 과정에서 가장 우수한 성능을 보여주는 조건들을 살펴본다. III장은 압축 센싱 기반 채널 추정에 집중하여, OFDM 시스템에서 파일럿 톤의 위상을 조정하여 채널 추정 오차를 증가시키지 않으면서 파일럿 신호의 PAPR을 낮추는 설계 방법을 제안한다. IV장에서는 제안한 설계 기법을 모의 실험 결과를 통하여 확인하고, 본 논문의 결론을 제시한다.

## II. 채널 추정

전체  $N$ 개의 입력 심볼 중에서  $M$ 개의 파일럿 톤들이 존재한다고 가정하면, 채널 추정을 위한 OFDM 시스템 모델링은 다음과 같이 표현할 수 있다.

\* 본 연구는 2014년 울산과학기술대학교 교내학술연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

\* First and Corresponding Author: School of Electrical and Electronic Engineering, Ulsan College, mhjang@uc.ac.kr, 종신회원

\* Samsung Electronics, kkh@ccl.snu.ac.kr, 정회원

논문번호 : KICS2015-03-059, Received March 22, 2015; Revised April 21, 2015; Accepted May 11, 2015

$$S_{\Omega} Y = S_{\Omega} \text{diag}(X) F h \quad (1)$$

여기서  $h$ 는 채널 임펄스 응답을,  $F$ 는 푸리에 행렬을,  $X$ 는 입력 심볼 시퀀스를,  $Y$ 는 수신된 심볼 시퀀스를,  $\Omega$ 는 파일럿 톤의 색인 집합 (index set)을, 그리고  $S_{\Omega}$ 는 색인 집합  $\Omega$ 를 기저로 하는 행 선택 행렬 (row selection matrix)을 나타낸다. 즉,  $X$ 는 중복되지 않게 데이터 부분인  $D$ 와 파일럿 부분인  $P$ 로 구별하여 다음 수식과 같이 표기할 수 있다.

$$X = D + P \quad (2)$$

이때, 0이 아닌  $P$  값들을  $P(k_0), P(k_1), \dots, P(k_{M-1})$ 로 나타내고,  $\Omega = \{k_0, k_1, \dots, k_{M-1}\}$ 이다.

기존의 OFDM 채널 추정 방법에서는 일반적으로  $P(k_0), P(k_1), \dots, P(k_{M-1})$ 가 모두 동일한 크기이며, 등 간격으로  $P$ 를 삽입하는 것이 성능 측면에서 가장 우수한 방법으로 알려져 있다. 반면에 압축 센싱 기반으로 채널을 추정할 때에는  $P(k_0), P(k_1), \dots, P(k_{M-1})$ 가 모두 동일한 크기를 갖고, 순환차집합을 이용하여 랜덤하게  $\Omega$ 를 구성하였을 경우에 성능 측면에서 가장 우수하겠지만, 파일럿 톤 성분들이 모두 동일한 크기로 설계될 경우에는 PAPR이 증가하는 문제점도 동시에 갖게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위하여, III장에서는 PAPR 감소를 위한 파일럿 톤 설계 방법을 제안한다.

### III. 파일럿 톤 설계 방법

$P(k_0), P(k_1), \dots, P(k_{M-1})$ 의 위상들은 채널 추정 과정에서 성능에 영향을 미치지 않기 때문에, 다음 수식과 같이  $IDFT(P)$ 의 PAPR을 낮추는 방향으로 추가적인 설계가 가능하다.

$$\min [PAPR(IDFT(P))] \quad (3)$$

이때  $|P(k)| = 1, k \in \Omega$  이고,  $P(k) = 0, k \notin \Omega$ 으로 가정할 수 있다. 또한  $IDFT$ 는 역 이산 푸리에 변환을 의미한다.

한편,  $N$ 개의 부반송파를 갖는 이산 시간 OFDM 신호 시퀀스  $\mathbf{a} = [a_0 a_1 \dots a_{N-1}]$ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$a_t = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} A_n e^{j2\pi \frac{n}{N} t}, 0 \leq t \leq N-1 \quad (4)$$

여기서  $\mathbf{A} = [A_0 A_1 \dots A_{N-1}]$ 은 입력 심볼 시퀀스이고,  $t$ 는 이산 시간 색인 (index)이다. 또한 편의상, PAPR이 아닌, 신호 포락선 (envelope)의 root-mean-square (rms) 값 대비 최대값의 비율로 정의한 파고율 (crest factor)  $\zeta$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\zeta_{\mathbf{a}} = \frac{\max_{0 \leq t \leq N-1} |a_t|}{\sqrt{E[|a_t|^2]}} = \sqrt{PAPR} \quad (5)$$

[3]에서 제시된 바와 같이, 평균 전력을 1로 가정한다면 OFDM 신호 시퀀스  $\mathbf{a}^j$  또는  $IDFT(P)$ 는 다음 수식을 만족함을 알 수 있다.

$$\max \left( \frac{M}{\sqrt{N}} - \frac{2d}{\sqrt{N}}, \frac{M}{\sqrt{N}} - \frac{2(M-d)}{\sqrt{N}} \right) \leq \zeta_{\mathbf{a}^j} \quad (6)$$

여기서, 시퀀스  $\mathbf{A}^j$ 를  $\mathbf{a}^j$ 에 대응되는 입력 심볼 시퀀스라고 한다면,  $d$ 는  $\mathbf{A}^j$ 에서의 -1의 개수, 다시 말해서, 모든 성분이 1인 시퀀스에 대한  $\mathbf{A}^j$ 의 해밍 거리 (Hamming distance)를 나타낸다.

그러므로  $d = M/2$ 인 것, 즉  $P$ 의 +1과 -1이 균형 잡혀야 (balanced) 하는 것이  $IDFT(P)$  혹은  $\mathbf{a}^j$ 의 파고율 또는 PAPR이 작기 위한 필요조건이 된다.

다음으로  $P$ 의 주기성과  $IDFT(P)$ 의 PAPR의 상관관계를 알아보자. [4]의 결과를 인용하면, 수식 (4)의 이산 시간 OFDM 신호 시퀀스  $\mathbf{a}$ 에 대해 다음과 같은 상한계 (upper bound)를 얻을 수 있다.

$$\gamma(t) \leq 1 + \frac{2}{N} \sum_{\tau=1}^{N-1} |\rho_{\tau}| \quad (7)$$

여기서  $\gamma(t) = |a_t|^2 / P_{av}$  이고,  $P_{av}$ 는  $\mathbf{a}$ 의 평균 전력을 의미한다. 또한  $\rho_{\tau}$ 는 입력 심볼 시퀀스  $\mathbf{A}$ 의 비주기적인 자기 상관 계수 (AAC; aperiodic autocorrelation coefficient)로 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\rho_{\tau} = \sum_{l=1}^{N-\tau} A_l A_{l+\tau}^*, \tau = 1, \dots, N-1 \quad (8)$$

이제,  $\mathbf{A}$ 를  $P$ 라고 생각하자. 좋은 AAC 특성을 갖는 길이가  $M$ 인 시퀀스를  $P$ 의 0이 아닌 원소들인  $P(k_0), P(k_1), \dots, P(k_{M-1})$ 에 대응하여 사용하였을 때,  $P$ 가 좋은 AAC를 가진다고 단정 지을 수는 없지만, 적어도 AAC가 좋지 않은 시퀀스를 사용했을 경우에는  $P$ 의 AAC도 나빠진다. 예를 들어, 다음 (9)

표 1. 모의실험 수행을 위한 5가지 시퀀스 패턴  
Table 1. 5 sequence patterns for simulation

Type	Sequence Patterns
I	+1,+1,+1,+1,+1,+1,+1,+1,+1,+1,+1,+1,+1
II	+1,-1,+1,-1,+1,-1,+1,-1,+1,-1,+1,-1,+1
III	+1,+1,+1,+1,+1,+1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1
IV	+1,-1,-1,+1,-1,+1,+1,-1,-1,+1,-1,+1,-1
V	+1,+1,+1,+1,+1,+1,+1,+1,+1,+1,-1,+1,-1,+1

와 같은 시퀀스를 사용한다고 가정하자.

$$\{+1,+1,\dots,+1,-1,-1,\dots,-1\} \quad (9)$$

이 경우에 대략  $\tau = N/2$  인 경우에  $P$  또한 나쁜 AAC를 갖게 된다. 그러므로 AAC가 좋은 시퀀스를  $P(k_0), P(k_1), \dots, P(k_{M-1})$  에 대응하여 사용하는 것이  $P$ 의 AAC, 나아가 PAPR 성능 또한 좋게 하기 위한 필요조건이다.

#### IV. 모의실험 및 결론

이제 제안한 파일럿 톤 설계 방법의 성능 검증을 위하여, (40,13,4) 순환차집합<sup>[2]</sup>을 이용하여 랜덤하게  $\Omega$ 를 결정하고,  $P(k_0), P(k_1), \dots, P(k_{M-1})$  를 각 성분으로 갖는 길이  $M$ 이 13인 시퀀스를 다양한 방법으로 생성한다. 예를 들어, 모의실험 수행을 위하여 표 1과 같은 5가지 패턴을 갖는 시퀀스들을 고려하자. 제시된 5가지 시퀀스 패턴에 대하여 수식 (7)의 상한계 값을 각각 구하면, 13, 13, 8.69, 5, 6.23이다. 그림 1은 파일럿 톤과 데이터 톤을 모두 합한 OFDM 신호 시퀀스에 대한 PAPR의 상보 누적 분포 함수 (complementary cumulative distribution function; CCDF)를 보여준다. 모의실험을 위하여 16-QAM 변조를 사용하고, OFDM의 부반송파 개수는 64개이며, 파일럿 톤은 앞서 언급한 (40,13,4) 순환차집합을 기반으로 위치를 설정, 64개 중 13개를 사용하였다. 파일럿 톤의 전력은 데이터 톤의 평균 전력의 두 배가 되도록 설정하였으며, 4배 오버샘플링을 적용하여 PAPR을 측정하였다. 그 결과 AAC 성능이 좋지 않은 시퀀스들은 PAPR이 높음을 확인할 수 있고 AAC 성능이 좋은 type IV는 예상한 바와 같이 PAPR이 낮음을 확인할 수 있다. 특히 type I과 II는 ACC 특성은 유사하지만 type II의 경우 균형 잡힌 (balancedness) 조건을 만족하여 type I 보다 우수한 PAPR 성능을 보이는 것을 확인할 수 있다. 위의 결과들을 종합하면,

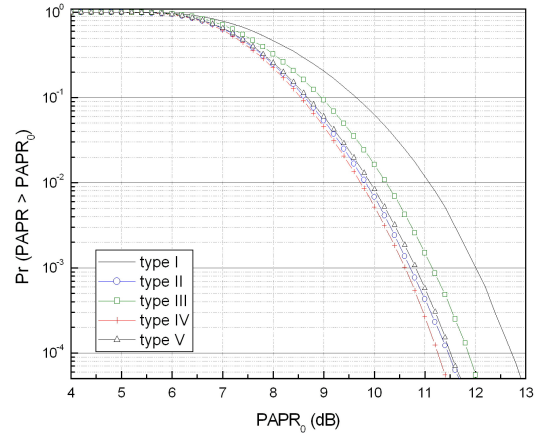


그림 1. 다양한 파일럿 시퀀스에 따른 PAPR 성능  
Fig. 1. PAPR performance for various pilot sequences

균형 잡힌 (balancedness) 조건과 AAC 특성이 좋은 시퀀스를 파일럿 톤으로 설계할 때,  $IDFT(P)$ 의 PAPR을 감소시킬 확률이 높다는 사실을 확인할 수 있다. 이는 나아가 전체 OFDM 신호 시퀀스  $IDFT(X)$ 의 PAPR을 감소시키는 결과를 낼 것이다.

#### References

- [1] J. Wee and Y.-S. Cho, "A modified pilot symbol based channel estimation technique using cross-correlation for OFDM systems," *J. KICS*, vol. 36, no. 7, pp. 467-474, Jul. 2011.
- [2] C. Qi and L. Wu, "A study of deterministic pilot allocation for sparse channel estimation in OFDM systems," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 16, no. 5, pp. 742-744, Apr. 2012.
- [3] D.-W. Lim, S.-J. Heo, J.-S. No, and H. Chung, "On the phase sequence set of SLM OFDM scheme for a crest factor reduction," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 54, no. 5, pp. 1931-1935, May 2006.
- [4] N. Y. Ermolova and P. Vainikainen, "On the relationship between peak factor of a multicarrier signal and aperiodic autocorrelation of the generating sequence," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 7, no. 3, pp. 107-108, Mar. 2003.