

# 인지 무선 네트워크에서 Sub-Nyquist 샘플링을 활용한 협력 스펙트럼 센싱 기법

정 홍 규\*, 김 광 열\*, 신 요 안<sup>o</sup>

## Cooperative Spectrum Sensing Utilizing Sub-Nyquist Sampling in Cognitive Radio Networks

Honggyu Jung\*, Kwangyul Kim\*, Yoan Shin<sup>o</sup>

### 요 약

본 논문에서는 Sub-Nyquist 샘플링 기반의 협력 스펙트럼 센싱 기법을 제안한다. 최근 압축 센싱 (Compressive Sensing) 기술이 많은 주목을 받으면서 원본 신호의 성긴 정도 (Sparsity)를 추정하는 기법도 활발히 연구되고 있다. 따라서 본 논문에서는 주파수 대역의 Sparsity를 안다고 가정할 때 다양한 샘플링율과 협력 센싱 기법에 따른 Sub-Nyquist 샘플링 기법의 검출 성능을 수학적으로 분석한다. 또한 모의실험 결과를 통해 제안된 기법의 성능을 입증한다.

**Key Words** : Sub-Nyquist Sampling, Spectrum Sensing, Hard Decision, Hypothesis Test, Sparsity

### ABSTRACT

We propose cooperative spectrum sensing schemes based on sub-Nyquist sampling. As compressed sensing has recently attracted great attention, sparsity order estimation techniques also has been widely investigated. Thus, assuming that the sparsity order of channel occupancy can be obtained, we mathematically analyze the detection performance of sub-Nyquist sampling schemes according to various sampling rates and cooperative spectrum sensing schemes. Simulation results verify the performance of the proposed schemes.

### I. 서 론

최근 인지 무선 (Cognitive Radio) 네트워크에서 광대역 스펙트럼 센싱을 위해 필요로 했던 고속의 아날로그-디지털 변환기 구현 문제를 해결하기 위해서 압축 센싱 (Compressive Sensing) 기법과 더불어 Sub-Nyquist 샘플링을 통한 스펙트럼 센싱 기법이 활발하게 연구되고 있다<sup>1,2</sup>. 한편 압축 센싱 기법의 경

우 Nyquist 샘플링을 이하로 압축된 신호를 원본 신호로 복구하는 과정에서 매우 높은 복잡도를 가지고 있지만 Sub-Nyquist 샘플링 기법은 알고리즘 구현에 있어 복잡도가 매우 낮은 장점이 있다. 하지만 1차 사용자의 불규칙한 스펙트럼 점유와 Sub-Nyquist 샘플링의 고유한 특성에 의해 센싱 성능에 대한 Closed Form을 구하는 것이 불가능하다는 단점이 있다. 이에 따라 본 논문에서는 고려하는 주파수 대역의 성긴 정

\* 본 논문은 2013년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업 (No. 2013R1A1A2059500) 및 2014년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (2014R1A5A1011478).

♦ First Author : School of Electronic Engineering, Soongsil University, hkjung00@ssu.ac.kr, 학생회원

o Corresponding Author : School of Electronic Engineering, Soongsil University, yashin@ssu.ac.kr, 중신회원

\* School of Electronic Engineering, Soongsil University, kky1117@ssu.ac.kr, 학생회원

논문번호 : KICS2015-06-189, Received June 18, 2015; Revised July 6, 2015; Accepted July 6, 2015

도 (Sparsity)를 알고 있다는 가정 하에 Sub-Nyquist 샘플링 기법의 검출 성능에 대한 Closed Form을 수식적으로 분석하는 방법을 제안하며, 모의실험 결과를 통해 다양한 샘플링율과 협력 센싱 기법에 따른 검출 성능을 보인다.

## II. Sub-Nyquist 샘플링 이론

본 논문에서는 인지 무선 네트워크에서 2차 사용자  $i$ 가 받는 수신 신호를 식 (1)과 같이 표현하며, 식 (2)와 (3)을 통해 다운 샘플링을  $L$ 로 Sub-Nyquist 샘플링을 수행한다고 가정한다<sup>[1]</sup>.

$$x_i(t) = s(t) + n_i(t) \quad (1)$$

$$y_i(t) = x_i(t) \sum_{m \in Z} \delta(t - mL) \quad (2)$$

$$y_i[n] = \begin{cases} x_i[n] = x_i(nT), & n = mL \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

여기서,  $s(t)$ 는 1차 사용자들의 송신 신호이며  $n_i(t)$ 는 2차 사용자  $i$ 가 받는 잡음을 나타낸다. 또한 주파수 축 분석을 위해 이산 임펄스 열 (Discrete Impulse Train)  $v[n]$ 과 이 함수의 이산 푸리에 변환 (Discrete Fourier Transform; DFT)  $V[k]$ 를 다음 식과 같이 구성한다.

$$v[n] = \sum_{m=0}^{N-1} \delta[n - mL], \quad 0 \leq n < NL \quad (4)$$

$$\begin{aligned} V[k] &= \sum_{n=0}^{NL-1} \left\{ \sum_{m=0}^{N-1} \delta[n - mL] \right\} e^{-\frac{2\pi i kn}{NL}} \\ &= \sum_{m=0}^{N-1} e^{-\frac{2\pi i km}{N}} \\ &= N \sum_{l=0}^{L-1} \delta[k - lN], \quad 0 \leq k < NL \end{aligned} \quad (5)$$

이 때 식 (2)를 주파수축에서 표현하면 식 (6)과 같으며 식 (7)을 통해 Sub-Nyquist 샘플링과 Nyquist 샘플링과의 관계를 볼 수 있다.

$$Y_i[k] = X_i[k] \star \frac{1}{N} V[k] \quad (6)$$

$$Y_i[k] = \sum_{l=0}^{L-1} X_i[(k - lN)_{NL}], \quad 0 \leq k < N \quad (7)$$

여기서,  $Y[k]$ 와  $X[k]$ 는 각각  $y[n]$ 과  $x[n]$ 의 DFT이고  $\star$ 는 순환 컨볼루션 (Circular Convolution)이며  $(\cdot)_{NL}$ 은 나머지 연산자 (Modulo Operator)를 의미한다. 한편 식 (6)의  $1/N$ 은 다음 절에서 분석 될 검출 확률을 간단히 표현하기 위한 스케일링 요소이다. 결과적으로 식 (7)을 통해 Sub-Nyquist 샘플링의 Aliasing 효과를 관찰 할 수 있으며  $L$ 개의 신호가 더해지기 때문에 Nyquist 샘플링 신호로 복구가 불가능한 것을 알 수 있다.

## III. Sub-Nyquist 샘플링 기법의 검출 성능 분석

본 논문에서는 1차 사용자의 신호를 검출하기 위해 식 (8)과 같은 에너지 검출 기법을 고려하여 신호의 존재 유무를 판단한다.

$$T_{i,m} = \frac{1}{N_0} \sum_{k \in I_m} |Y_i[k]|^2 \underset{\hat{H}_0}{\overset{\hat{H}_1}{\geq}} \tau \quad (8)$$

여기서, 임계치 (Threshold)  $\tau$ 를 통해 신호의 존재 유무를 판단하며  $I_m$ 은 채널  $m$ 이 주파수 축에서 포함하는 인덱스 집합 (Index Set)이고  $N_0$ 는  $I_m$ 의 크기이다. 이 때  $Y_i[k]$ 는 평균이 0인 다변량 가우시안 분포 (Multi-variate Gaussian Distribution)로 모델링되고,  $I_m$  내에서  $S[k]$ 의 분산  $\sigma_{s,m,k}^2$ 가 동일하며 잡음의 분산  $\sigma_N^2$ 을 정규화한다고 가정하면 식 (8)을 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$T_{i,m} = \frac{\sum_{j \in A_m} \sigma_{s,m,j}^2 + L\sigma_N^2}{2N_0} \cdot \sum_{k \in I_m} \left| \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sum_{j \in A_m} \sigma_{s,m,j}^2 + L\sigma_N^2}} Y_i[k] \right|^2 \quad (9)$$

여기서,  $A_m$ 은 채널  $m$ 에서 더해지는  $L$ 개의 신호 중에 스펙트럼 서포트 (Spectral Support)를 포함한 인덱스 집합이다. 따라서  $T_m$ 의 확률 분포는 다음 식과 같이 표현 할 수 있다.

$$T_{i,m} \sim \frac{\sum_{j \in A_m} \sigma_{s,m,j}^2 + L\sigma_N^2}{2N_0} \chi_{2N_0}^2 \quad (10)$$

여기서,  $\chi^2_{2N_0}$ 는 자유도  $2N_0$ 인 카이제곱 분포 (Chi-square Distribution)를 의미한다.

지금까지의 분석에 따라  $H_1$ 과  $H_0$ 에서  $T_m$ 의 확률 밀도함수 (Probability Density Function)는 다음 식과 같다<sup>[6]</sup>.

$$f_{T_{i,m}|H_1} = \sum_{\alpha=0}^{L-1} \binom{L-1}{\alpha} \frac{2N_0}{\sum_{j \in A_m^{\alpha+1}} \gamma_j + L} \cdot f_{\chi^2} \left( \frac{2N_0}{\sum_{j \in A_m^{\alpha+1}} \gamma_j + L} t_{i,m}; 2N_0 \right) \quad (11)$$

$$f_{T_{i,m}|H_0} = \sum_{\alpha=0}^{L-1} \binom{L-1}{\alpha} \frac{2N_0}{\sum_{j \in A_m^{\alpha}} \gamma_j + L} \cdot f_{\chi^2} \left( \frac{2N_0}{\sum_{j \in A_m^{\alpha}} \gamma_j + L} t_{i,m}; 2N_0 \right) \quad (12)$$

여기서,  $\gamma_j$ 는  $j$ 번째 스펙트럼 빈 (Spectrum Bin)에서 신호대잡음비 (Signal-to-Noise Ratio; SNR)이며  $A_m^{\alpha}$ 는  $|A_m| = \alpha$ 를 만족하는  $A_m$ 을 의미한다. 따라서, 오경보 확률 (False Alarm Probability)과 검출 확률 (Correct Detection Probability)은 각각 식 (13)과 (14)에 의해 표현된다.

$$P_{D,i,m} = 1 - \int_0^{\tau} f_{T_{i,m}|H_1} dt_{i,m} = 1 - \sum_{\alpha=0}^{L-1} \binom{L-1}{\alpha} F_{\chi^2} \left( \frac{2N_0}{\sum_{j \in A_m^{\alpha+1}} \gamma_j + L} \tau; 2N_0 \right) \quad (13)$$

$$P_{F,i,m} = 1 - \int_0^{\tau} f_{T_{i,m}|H_0} dt_{i,m} = \sum_{\alpha=0}^{L-1} \binom{L-1}{\alpha} \left( 1 - F_{\chi^2} \left( \frac{2N_0}{\sum_{j \in A_m^{\alpha}} \gamma_j + L} \tau; 2N_0 \right) \right) \quad (14)$$

하지만 위 식에서 보듯이 Sub-Nyquist 샘플링의 경우  $A_m$ 의 불확실성에 의해 정확한 확률 표현을 구할 수 없으므로, 본 논문에서는 [2]에서 제안한 보조 정리를 본 논문의 시스템 모델로 확장하여 수식적으로 정확한 검출 확률을 구할 수 있다고 가정한다. 이 때, 인지 무선 네트워크에서 Sparsity를 추정하는 기법은 [4,5]와 같이 최근 많은 논문에서 제안되고 있다.

**보조 정리 1:**  $s$ 를 고려하는 주파수 대역의 Sparsity라고 하고 특정 주파수 인덱스가 스펙트럼 서포트에 속할 확률을  $P = s/NL$ 라고 하자. 이 때,  $NL \gg s$ 를 만족하면 Sub-Nyquist 샘플링에 의해 스펙트럼 서포트 내에 있는 신호들이 2개 이상 더해질 확률은 0으로 수렴한다.

**증명:**  $q$ 를 특정 스펙트럼 빈에서 겹치게 되는 스펙트럼 서포트의 개수라고 하자. 이 때, 식 (15)에 따라  $NL \gg s$  일 때  $\Pr(q \geq 2)$ 가 0으로 수렴하는 것을 알 수 있다. ■

$$\begin{aligned} \Pr(q < 2) &= \Pr(q = 0) + \Pr(q = 1) \quad (15) \\ &= (1 - P)^L + \binom{L}{1} P(1 - P)^{L-1} \\ &= \left(1 - \frac{s}{NL}\right)^L + \binom{L}{1} \left(\frac{s}{NL}\right) \left(1 - \frac{s}{NL}\right)^{L-1} \\ &= \left(\frac{NL - s}{NL}\right)^L \left(1 + \frac{Ls}{NL - s}\right) \end{aligned}$$

즉,  $|A_m|$ 의 최대값은 1이므로 식 (13)과 (14)는 다음과 같이 정리된다.

$$P_{D,i,m}(\tau) = 1 - F_{\chi^2} \left( \frac{2N_0}{\gamma + L} \tau; 2N_0 \right) \quad (16)$$

$$P_{F,i,m}(\tau) = 1 - F_{\chi^2} \left( \frac{2N_0}{L} \tau; 2N_0 \right) \quad (17)$$

더 나아가, 본 논문에서는 협력 센싱을 위해 융합 센터 (Fusion Center)를 이용한 경관정 결함 (Hard Decision)을 고려한다. 경관정 결함에서 AND-rule에 의한 검출 확률과 오경보 확률은 각각 식 (18)과 (19)에 의해 표현되며 OR-rule에 의한 검출 확률과 오경보 확률은 각각 식 (20)과 (21)에 의해 표현된다<sup>[3]</sup>.

$$Q_{AND,D,m} = \prod_{i=1}^J P_{D,i,m} \quad (18)$$

$$Q_{AND,F,m} = \prod_{i=1}^J P_{F,i,m} \quad (19)$$

$$Q_{OR,D,m} = 1 - \prod_{i=1}^J (1 - P_{D,i,m}) \quad (20)$$

$$Q_{OR,F,m} = 1 - \prod_{i=1}^J (1 - P_{F,i,m}) \quad (21)$$

#### IV. 모의실험 결과

본 논문에서는  $NL = 0.1\text{MHz}$ 의 전체 대역폭이  $100\text{Hz}$ 의 동일한 대역폭으로 나누진 1,000개의 채널로 구성되며 2명의 1차 사용자는 서로 겹치지 않는 채널을 랜덤하게 점유한다고 가정한다. 그림 1은 SNR이  $20\text{dB}$ 일 때 Nyquist 샘플링을 통해 생성된 신호와  $L=5$  및 8에서 Sub-Nyquist 샘플링을 수행한 결과를 보여준다.

그림 2는 SNR이  $0\text{dB}$ 일 때 2명의 2차 사용자가 스펙트럼 센싱을 수행한 후의 ROC (Receiver Operating Characteristic) 성능을 보여주며 그림 3은 융합 센터에서 경관정 기법을 수행한 후의 ROC 성능을 보여준다. 그림에서 보듯이 잡음의 영향으로

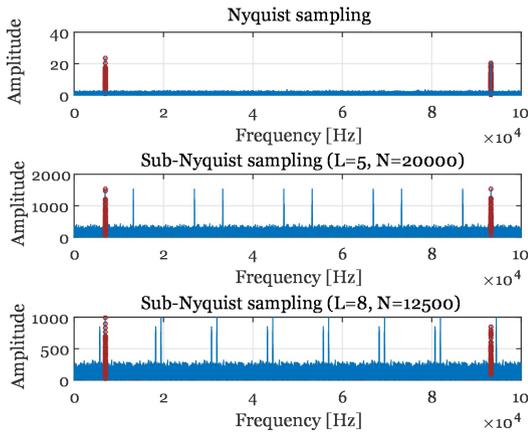


그림 1. Nyquist 샘플링과  $L=5$ 와 8에서 Sub-Nyquist 샘플링 결과  
Fig. 1. Results of Nyquist sampling and Sub-Nyquist sampling at  $L=5$  and 8

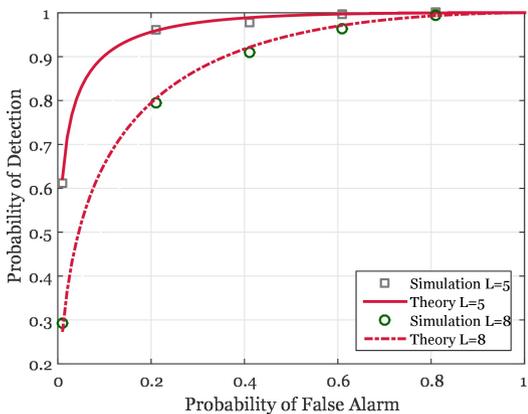


그림 2. SNR= $0\text{dB}$ 에서  $L=5$ 와 8의 ROC 성능  
Fig. 2. ROC performance of  $L=5$  and 8 at SNR= $0\text{dB}$

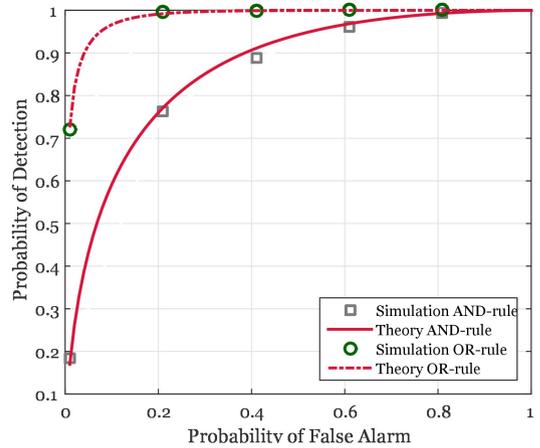


그림 3. SNR= $0\text{dB}$ 에서 AND-rule과 OR-rule의 ROC 성능  
Fig. 3. ROC performance of AND-rule and OR-rule at SNR= $0\text{dB}$

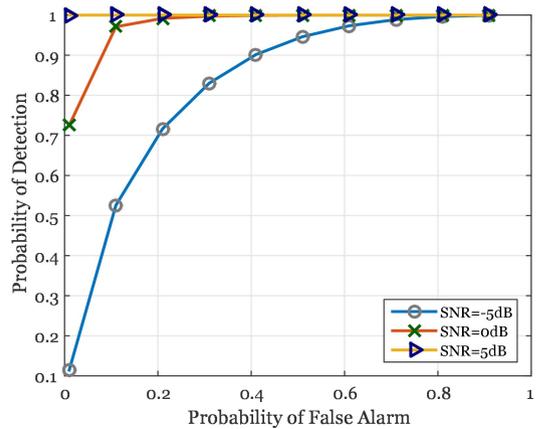


그림 4. 다양한 SNR에서 OR-rule의 ROC 성능  
Fig. 4. ROC performance of OR-rule at various SNRs

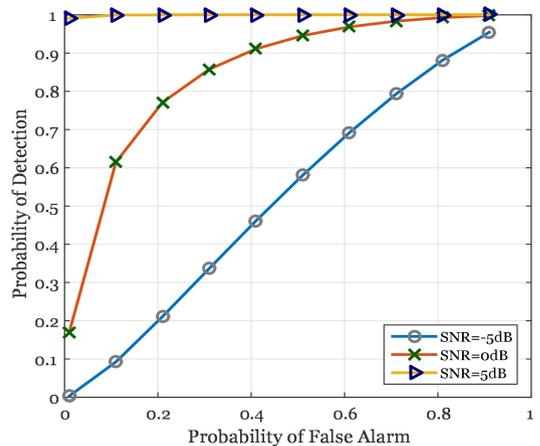


그림 5. 다양한 SNR에서 AND-rule의 ROC 성능  
Fig. 5. ROC performance of AND-rule at various SNRs

Sub-Nyquist 샘플링율이 Nyquist 샘플링율에 가까워 질수록 성능이 좋아지는 것을 알 수 있다. 또한 OR-rule이 AND-rule에 비해 성능이 월등히 앞서는 것을 알 수 있으며, 본 모의실험에 사용된  $NL = 100,000$ 과  $s = 200$ 의 값을 통해 보조정리 1이 높은 확률로 만족하는 것을 확인 할 수 있다.

더 나아가, 그림 4와 5는 다양한 SNR에 따른 OR-rule과 AND-rule의 협력 센싱 성능을 보여준다. 그림을 통해 두 기법 모두 SNR이 5dB 이상일 때 완벽한 검출 성능을 보이는 것을 알 수 있다.

## V. 결 론

본 논문에서는 주파수 대역의 Sparsity를 알고 있을 때 Sub-Nyquist 샘플링을 통한 스펙트럼 센싱 기법을 수학적으로 분석하였으며 이에 대한 Closed Form을 도출하였다. 또한 모의실험을 통해 분석의 정확성을 입증하였고 다양한 환경에서 ROC 성능의 변화를 관찰하였다. 하지만 본 논문에서는 특정 채널  $m$ 을 기준으로 Sub-Nyquist 샘플링에 기반을 둔 센싱 성능을 분석하였으나, 그림 1과 같은 Sub-Nyquist 샘플링의 특성을 고려하여 전체 채널에 대한 종합적인 센싱 성능을 분석 할 필요가 있다. 따라서 본 논문에서 제시한 수식적 분석을 활용하여 전체 채널에 대한 성능을 향상 시킬 수 있는 Sub-Nyquist 샘플링 기반의 센싱 기법을 추후 연구 주제로 고려해 볼 필요가 있다.

## References

- [1] C. P. Yen, Y. Tsai, and X. Wang, "Wideband spectrum sensing based on Sub-Nyquist sampling," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 61, no. 12, pp. 3028-3040, Jun. 2013.
- [2] H. Sun, A. Nallanathan, S. Cui, and C. X. Wang, "Cooperative wideband spectrum sensing over fading channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. PP, no. 99, Feb. 2015.
- [3] W. Zhang, R. K. Mallik, and K. B. Letaief, "Cooperative spectrum sensing optimization in cognitive radio networks," *Proc. IEEE ICC 2008*, pp. 3411-3415, Beijing, China, May 2008.
- [4] Y. Wang, Z. Tian, and C. Feng, "Sparsity order estimation and its application in compressive spectrum sensing for cognitive

radios," *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, vol. 11, no. 6, pp. 2116-2125, Jun. 2012.

- [5] S. K. Sharma, S. Chatzinotas, and B. Ottersten, "Compressive sparsity order estimation for wideband cognitive radio receiver," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, no. 19, pp. 4984-4996, Oct. 2014.
- [6] P. Peebles, *Probability, Random Variables, and Random Signal Principles*, Ch. 3, McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 2000.

### 정 홍 규 (Honggyu Jung)



2012년 2월 : 숭실대학교 정보통신전자공학부 학사 졸업  
 2014년 2월 : 숭실대학교 정보통신공학과 석사 졸업  
 2014년 12월~현재 : 숭실대학교 전자정보공학부 외부연구원 <관심분야> 압축센싱, 통계신

호처리, 인지무선 네트워크

### 김 광 열 (Kwangyul Kim)

한국통신학회논문지 Vol.36, No.6 참조

### 신 요 안 (Yoan Shin)

한국통신학회논문지 Vol.34, No.1 참조