

論 文

LOD 방법을 이용한 微小信號 檢出의 最適  
臨界值 決定

準會員 李 在 煥\* 正會員 申 勝 湫\*\* 正會員 陳 庸 玉\*\*\*

Determination of Optimum Threshold Value for  
Weak Signal Detection by LOD Method

Jae Hwan LEE \*, Seung Ho SHIN \*\* and Yong Ohk CHIN \*\*, Regular Members

**要 約** 본 연구는 100kHz의 대역폭에서 SNR이 0dB 정도인 미소 신호의 존재유무를 판단하기 위한 임계치 결정방법에 대하여 기술한 것이다. 검출 방법을 나이만-피어슨등의 전통적인 방법에 대해서 미소 신호에 적합한 LOD방법을 적용한 것이다. 검출의 대상신호는 데이터전송이나 모리스부호 전송에 사용되는 OOK 변조신호이고, 잡음은 전송로에서 일반적으로 존재하는 라플라시안형의 비가우시안을 대상으로 하였다. 실험결과, 오류확률을 임의의 값으로 고정시키고, 한 점의 임계치를 위한 경우에서의 검출확률과 두 점의 각각임계치를 상호 비교한 결과 후자의 검출방법이 현저히 향상됨을 확인하였다.

**ABSTRACT** This paper describes the determination of threshold value in order to determine the presence or absence of weak signal with SNR of 0dB in 100kHz bandwidth. As a detection method, it has been used a recent LOD structure fitting for detecting weak signal in stead of a conventional method like Neyman-Pearson critical criterion. The signal for detection is the OOK modulation signal used in data and morse code transmission. The non-Gaussian noise similar to Laplacian type has been chosen in transmission path. As a result of experiment, comparing probability of detection by one critical point with that by two critical points with fixing an arbitrary false alarm probability, we have found that method has been shown to be better than the conventional method.

1. 서 론

신호 해석에 있어서 검출이란 잡음이 섞여있는 파형에서 신호의 존재유무를 결정하는 과정이다. 이때의 판정기준 설정이 중요한 과제가 되는 바, 종래에는 베이어(Bayes), 나이만-피어슨(Neyman-Pearson) 등의 방법이 잘알려져온 방법이

나<sup>1)</sup>, 2), 3), 이와같은 판정기준의 설정 방법은 SNR이 비교적 큰 경우에는 잘 적용되고 있지만 SNR이 0dB 정도의 미소 신호인 경우에는 어려운 일이다. 왜냐하면 최적 판정기준 레벨을 선정하여도 검출 확률이 낮아지기 때문이다. 따라서 미소 신호에 대한 임계치 결정은 재래적인 방법 이외의 다른 방법으로 접근해야 되며, 이와같은 경우를 생각한 것이 최근에 연구되기 시작한 LOD(Locally Optimum Detector) 방법이다<sup>4), 5)</sup>

LOD에 대한 연구는 1966년 Rappaport와 Kurz가 비가우시안 잡음하에서의 신호 검출을 위

\*\*\* 慶熙大學校 工科大学電子工學科  
Dept. of Electronic Engineering, Kyunghee University Korea.  
論文番號 : 85-16-34受 1985. 4. 4)

한 비선형 LOD 논문을 발표하였으며<sup>6</sup> Modestino와 Ningo는 현대적 잡음 모형이 순환적으로 대칭되는 확률분포에 대한 LOD 방법에 관하여 보고한바 있다<sup>7</sup>.

이와같은 방법들은 비가우시안 잡음의 표준 확률밀도 함수를 대상으로 연구되고 있지만 실제로 적용할 때에는 표준확률밀도 함수에 대해서는 잘 적용할 수가 없으므로 확률밀도 함수를 구해야 하는 점이 난점으로 되어 있다.

따라서 본 연구에서는 표준 확률밀도 함수에 유사한 확률밀도 함수를 과형함성기로 구하고, 이 확률밀도 함수를 토대로 검출 임계치 결정을 실제로 적용할 수 있는 방법에 대해서 연구하려한다. 대상잡음은 100kHz 대역폭에서 비가우시안인 라프라시안 형을 취급하였다.

## 2. 신호 검출을 위한 판정 기준

신호 검출을 위하여 다음과 같은 통계적 가설을 설정할 수 있다<sup>8</sup>.

$$\begin{aligned} H_0; & y_i = n_i \\ H_1; & y_i = s_i + n_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \end{aligned}$$

여기서  $\mathbf{y} = \{y_i\}^m$ 은 도달된 신호로써 벡터행렬로 표시된 과형이다. 가설  $H_0$  하에서  $y_i$ 는  $m$ -벡터의 잡음 확률 변수로 이루어지며, 대립 가설  $H_1$  하에서  $y_i$ 는  $m$ -벡터의 잡음과  $m$ -벡터의 신호 확률 변수의 합으로 이루어진다. 위의 통계적 가설에서 신호 벡터  $\mathbf{S}$ 는 잡음 벡터  $\mathbf{n}$ 와 통계적으로 독립이라고 가정할 것이다. 한편 최적 베이어 판정 기준이나 나이만-피어슨 판정 기준은 로그-우도비 검증에 의하여 판정한다. LOD 역시 로그-우도비 검증에서 비롯된 것이다.

$$T(\mathbf{y}) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \nu \quad (1)$$

$$T(\mathbf{y}) = \log [f_{\mathbf{y}/H_1}(\mathbf{y})] - \log [f_{\mathbf{y}/H_0}(\mathbf{y})] \quad (2)$$

여기서  $T(\mathbf{y})$ 는 로그 우도비이며  $\nu$ 는 임계치이다.  $f_{\mathbf{y}/H_0}(\mathbf{y})$ 는 가설  $H_0$  하에서의 도달된 과형에 대한 조건부 확률 밀도이며,  $f_{\mathbf{y}/H_1}(\mathbf{y})$ 는 대립

가설  $H_1$  하에서의 도달된 과형에 대한 조건부 확률 밀도이다. (2)식의 조건부 확률 밀도는 (3)식에 의하여 표현된다.

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{y}/H_0}(\mathbf{y}) &= f_N(\mathbf{y}) \\ f_{\mathbf{y}/H_1}(\mathbf{y}) &= \int f_N(\mathbf{y}-\mathbf{s}) f_S(\mathbf{s}) d\mathbf{s} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 적분 기호는  $m$ -fold이다.

이와 같은 우도비 판정법은  $T(\mathbf{y})$ 를 임계치  $\nu$ 와 비교하여 크면 신호가 존재한다고 판정하고, 작으면 신호가 존재하지 않는다고 판정하는 것이다. LOD는 이러한 기준에서 판정하며 특히 미소 신호를 검출하는데 적합하도록 설계된 것이다.

## 3. LOD 구조

본 연구에서는 오관 확률을 고정시키고 영신호레벨에서 전력 함수의 도함수를 최대로 하는 값을 나이만-피어슨 판정 기준에 적용하여 유도한 William의 LOD 구조를 기술한다<sup>8</sup>. 식(3)을 식(2)에 대입하여  $f_N$ 을  $\mathbf{y}-\mathbf{s}$ 에 대하여 일계 테일러 급수로 전개하면,

$$f_N(\mathbf{y}-\mathbf{s}) \simeq f_N(\mathbf{y}) - \mathbf{s}^T \nabla f_N(\mathbf{y}) \quad (4)$$

와 같다. 여기서  $\nabla f_N(\mathbf{y})$ 는 gradient 벡터이며  $i$ 번째 요소는  $[\nabla f_N(\mathbf{y})]_i = \partial f_N(\mathbf{y}) / \partial y_i$ 로 된다. 또한  $\mathbf{y}$ 의 함수  $f_N$ 을  $\mathbf{y}-\mathbf{s}$ 에 대하여 이계 테일러 급수 전개하면 다음과 같다.

$$f_N(\mathbf{y}-\mathbf{s}) \simeq f_N(\mathbf{y}) - \mathbf{s}^T \nabla f_N(\mathbf{y}) + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{H} f_N(\mathbf{y}) \mathbf{s} \quad (5)$$

여기서  $\mathbf{H} f_N(\mathbf{y})$ 는 헤산 행렬(Hessian matrix)이며,  $ij$ 번째 요소는  $[H f_N(\mathbf{y})]_{ij} = \partial^2 f_N(\mathbf{y}) / \partial y_i \partial y_j$ 이다.

$$\begin{aligned} T(\mathbf{y}) &= \log [1 - \bar{\mathbf{S}}^T \nabla g(\mathbf{y}) [1 - \frac{1}{2} \bar{\mathbf{S}}^T \nabla g(\mathbf{y})] \\ &+ \frac{1}{2} [\nabla g(\mathbf{y})^T \mathbf{K}_S \nabla g(\mathbf{y})] \\ &+ \frac{1}{2} t_r \{[\mathbf{K}_S + \bar{\mathbf{S}} \bar{\mathbf{S}}^T] \mathbf{H}_g(\mathbf{y})\} \end{aligned} \quad (6)$$

$$g(\mathbf{y}); g(\mathbf{y}) = \log [f_N(\mathbf{y})]$$

$t_r \{ \cdot \}$ ;  $\{ \cdot \}$  행렬의 대각 요소의 합

$S$ ; 신호의 평균 벡터

$K_s$ ; 신호의 공분산 행렬

SNR(signal-to-noise ratio)이 0dB에 접근할 때  $1 - \frac{1}{2} \bar{S}^T \nabla g(y)$ 는 1에 접근하는 값을 가지며,  $\log(1-x)$ 는  $-x$ 가 되는 성질을 이용하면 식(6)은

$$T(y) \approx -\bar{S}^T \nabla g(y) + \frac{1}{2} [\nabla g(y)]^T K_s \nabla g(y) + \frac{1}{2} t_r \{ (K_s + \bar{S} \bar{S}^T) H_g(y) \} \quad (7)$$

이 된다.

#### 4. 미소 신호 검출 알고리즘

잡음 변수  $\{N_i\}$ 를 독립이라고 가정한다. 이는 샘플링시에 충분한 샘플링 간격을 줌으로써 얻을 수 있다. 이 조건은 다음과 같은 관계식을 유도한다.

$$\begin{aligned} [\nabla g(y)]_i &= dg_i(y_i) / dy_i \\ K_s(i, j) &= \begin{cases} K_s(i, i) & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \\ [H_g(y)]_{ii} &= (d^2 g_i(y_i) / dy_i^2) \delta_{ii} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $\delta_{ii}$ 는 Kronecker 델타이며, 아래의 성질을 갖는다.

$$\delta_{ii} = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ 1 & (i = j) \end{cases}$$

위의 관계식을 이용하여 식(6)을 변환하면 LOD 알고리즘을 유도할 수 있다<sup>14)</sup>.

$$\begin{aligned} T(y) &= \sum_{i=1}^m (\bar{S}_i \cdot dg_i(y_i) / dy_i) \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m K_s(i, i) (dg_i(y_i) / dy_i)^2 \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (K_s(i, i) + \bar{S}_i^2) d^2 g_i(y_i) / dy_i^2 \quad (9) \end{aligned}$$

그림 1에 전체적인 알고리즘 처리 흐름도를 나타내었다.

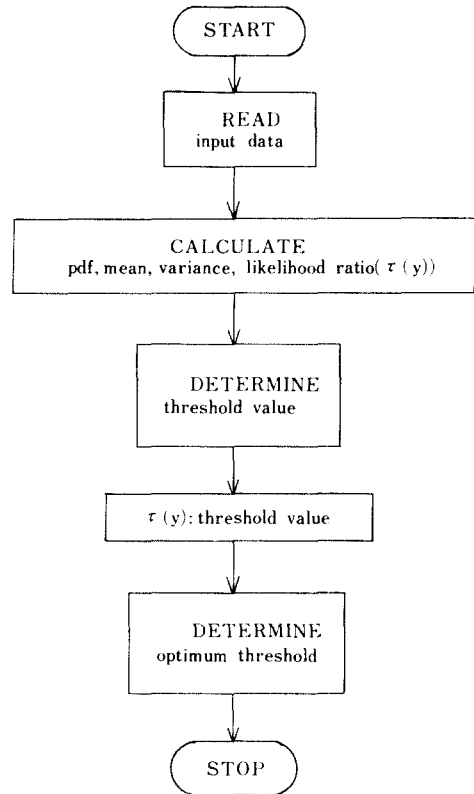


그림 1 처리 흐름도  
Process flow chart.

#### 5. 임계치 결정 방법.

일반적으로 임계치 설정은 베이어 방법과 니이만-피어슨 방법을 사용한다. 베이어 방법은 판정에 대한 4종의 코스트 함수(cost function)와 사전 확률(prior probability)을 미리 정해야 하며 니이만-피어슨 방법은 두 조건부 확률(오판 확률, 검출 확률)만을 취급하여 임계치를 설정하므로 비교적 용이하다. 이는 오판 확률에 대한 검출 확률의 곡선인 ROC(receiver operating characteristic) 곡선의 기울기를 임계치로 결정하는 것이다.

국내에서 발표한 정상국<sup>18)</sup>에 의하면 SNR이 높은 임의의 잡음하에서 니이만-피어슨 판정기준을 이용하여 20%의 오판 확률을 감수할 때 86.2%의 검출 확률을 얻을 수 있었다. 그러나 미소 신호인 경우에는 그림 2와 같은 확률 밀도 함수형

태를 취한다. 여기서, 곡선 A는 가설  $H_0$  하에서 파형에 대한 확률 밀도를 나타내며 곡선 B는 대립 가설  $H_1$  하에서의 확률 밀도이다. 임의로 한 임계점  $x_1$ 을  $x_2$ ,  $x_3$ 로 균등하게 이동하면서 ROC 곡선을 얻어서 임계치를 선정하면 부적절한 것으로 인식된다. 왜냐하면, 만족할만한 검출 확률을 얻고자 하면 상대적인 오판 확률이 너무 크고, 반면에 감수할 수 있는 오판 확률을 얻고자 하면 상대적인 검출 확률이 너무 작기 때문이다. 그러나 임의의 임계점을 그림 3과 같이  $(x_1, x_1)$ 로 선택하여  $(x_2, x_2)$ ,  $(x_3, x_3)$ 로 이동하면 바람직한 ROC 곡선을 얻을 수 있다. 즉 미소 신호인 경우에는 한 임계점을 취하는 것보다 두 임계점을 취하는 것이 바람직하다. 이와 같이 본 연구에서는 두 임계점을 이용하여 ROC 곡선을 얻

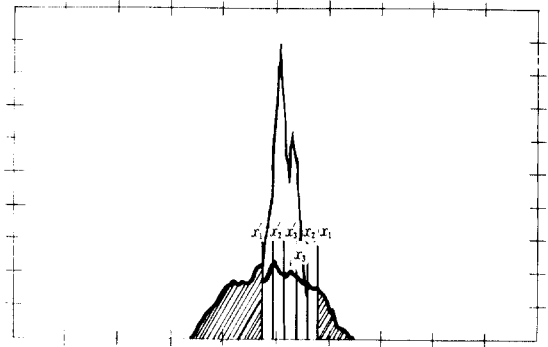


그림 3 잡음 및 신호 (잡음의 확률밀도함수(II) pdf of noise and signal (noise (II)).

어서 기울기가 최대인 점을 최적 임계치로 택하였다. 이는 기울기가 감소할수록 오판 확률의 증가에 비하여 검출 확률의 증가가 더 커지기 때문에 기울기가 한 지점이 오판 확률이 최소가 되고 검출 확률이 최대가 되기 때문이다.

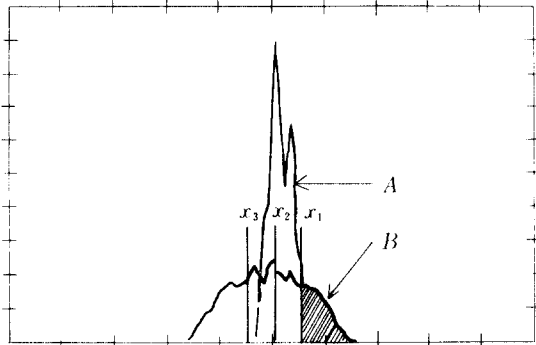


그림 2 잡음 및 신호 (잡음의 확률밀도함수(I) pdf of noise and signal (noise (I)).

### 6. 결과 및 고찰

신호처리를 위한 전체시스템은 그림 4와 같다. 이는 신호구성장치, 신호처리장치, 데이터 획득장치, 시플레이션부분으로 대별되며 점선으로 표시한 부분은 FFT분석기를 표시한다. 시플레이션에서 사용된 데이터는 FFT분석기내의 A/D 변환기에 의한 샘플데이터를 RS-232card와 애덤마이컴으로 구성된 데이터 획득 장치에 의해 각각 1,024 개의 데이터를 얻었다. RS-232card

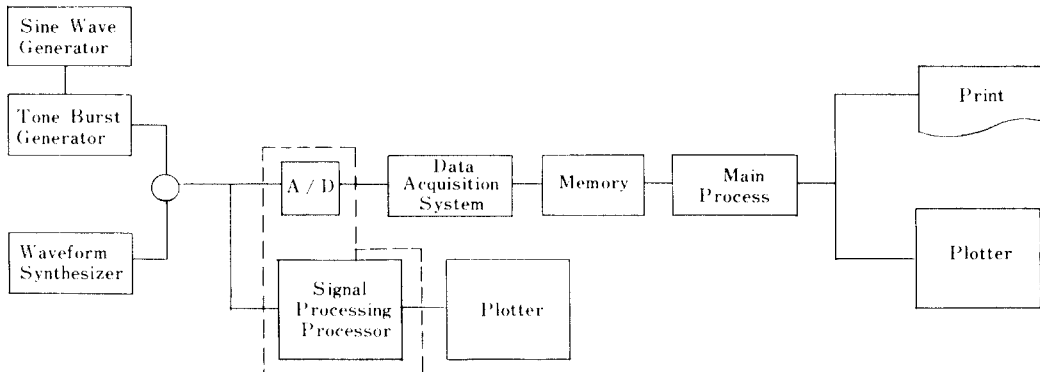


그림 4 신호처리를 위한 전체 시스템 블록 Whole system block for signal processing.

는 모델A2L0008을 이용하였고, 톤버스트(tone-burst) 발진기는 General Radio에서 제조한 모델202이며, FFT 분석기는 Nicolet Scientific corporation에서 제조한 모델660B를 사용하였다. 컴퓨터는 KAIST의 Cyber-174를 사용하였고, plotter는 Calcomp 965A plotter를 사용하였다.

본 연구에서 사용한 신호는 톤버스트 발진기에서 발생한 OOK 변조 신호로써 온오프비가 4:1인 경우 그림 5와 같고 확률밀도 함수는 그림 6과 같으며, 삼지창형태의 특징적 분포를 하고 있음을 알 수 있다. 대상잡음은 파형 합성기(Waveform Synthesizer)에서 발생하게 하였으며, 비가우시안 잡음인 라프라스시안 확률밀도 함수와 유사하게 합성한 것을 사용하였다. 이 잡음에 대한 확률밀도 함수는 그림 7과 같은데 점선으로 표시한 이론상의 분포와 유사함을 보여주고 있다. 잡음과 신호는 가산기를 구성하여 합성하였으며, 이의 파형과 확률밀도 함수는 그림 9, 그림 10과 같다.

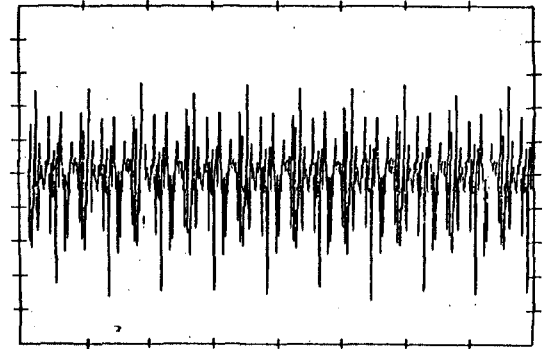


그림 7 잡음 Noise.

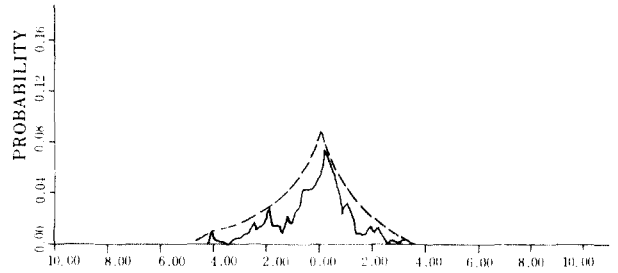


그림 8 잡음의 확률밀도함수 pdf of noise.

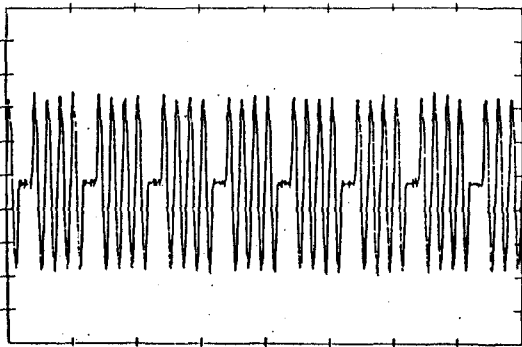


그림 5 신호 Signal.

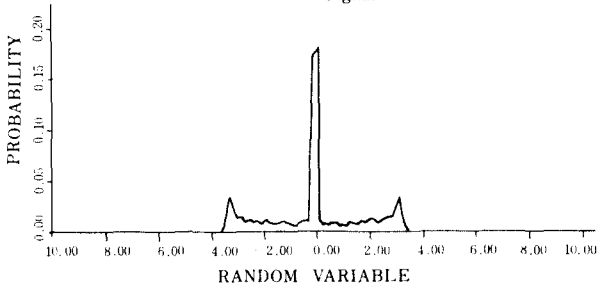


그림 6 신호의 확률밀도함수 pdf of signal.

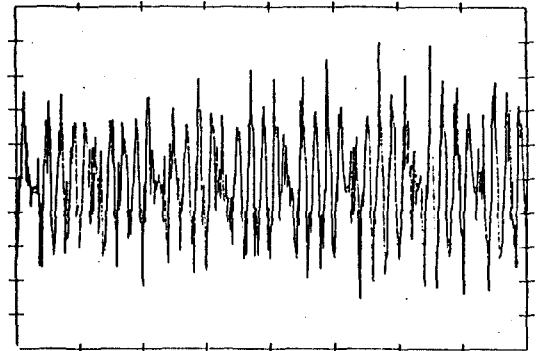


그림 9 신호+잡음 Signal + noise.

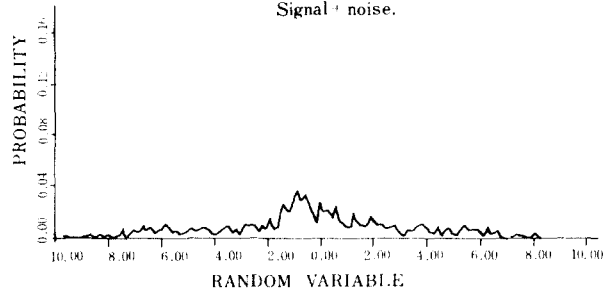


그림 10 신호+잡음의 확률밀도함수 pdf of signal + noise.

가설  $H_0$  하에서 파형에 대한 확률 밀도 함수와 대립 가설  $H_1$  하에서의 파형에 대한 확률 밀도 함수를 포개어서 나타낸 것이 그림11이다. 이는 오관 확률에 대한 검출 확률을 도식적으로 해석하는데 용이하다. 이와 같은 형태에서 일반적으로 사용되는 한임계점을 취하여 구한 오관 확률과 검출 확률에 대한 ROC 곡선은 그림12에 나타냈다. 반면에 두 임계점을 취한 경우에 두 확률과 임계치의 위치를 ROC 곡선상에 표시하면 그림13과 같다.

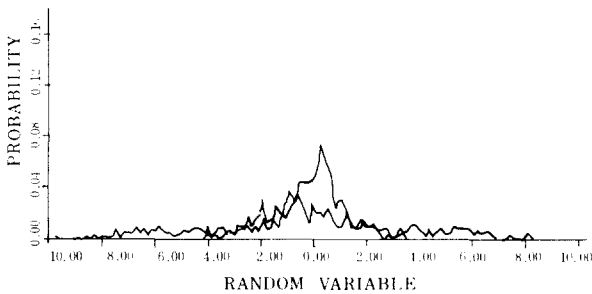


그림11 잡음 및 신호+잡음의 확률밀도함수 pdf of noise and signal + noise.

그림12를 살펴보면 오관 확률을 20%에 고정시키면 대응하는 검출 확률은 40%밖에 되지 않으며, 오관 확률이 43%이상 일때 검출 확률은 오히려 이 오관 확률보다 작다. 적절한 검출 확률에 비하여 상대적인 오관 확률이 너무 크기 때

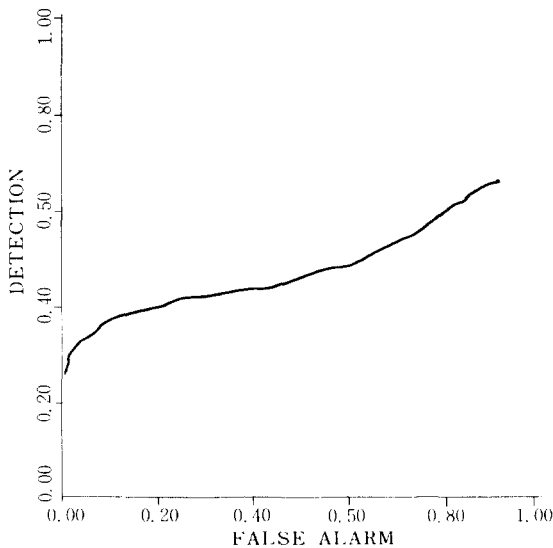


그림12 ROC (I)

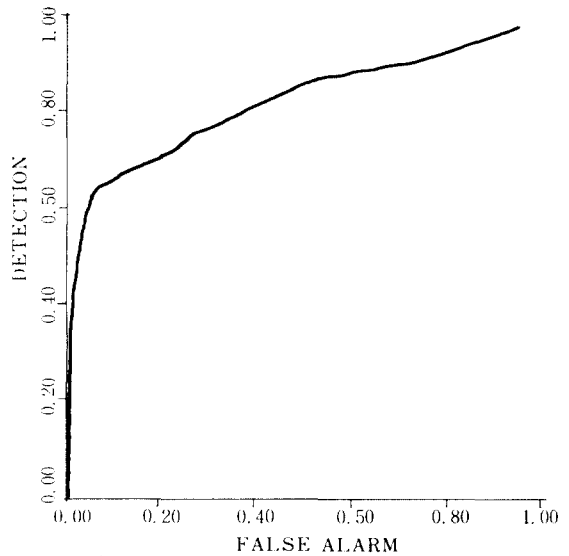


그림13 ROC (II)

문에 ROC 곡선에서 얻은 임계치는 부적하다. 반면에 그림12에 나타난 바에 의하면 오관 확률을 22%에 고정시키면 약 72%의 검출 확률을 얻을 수 있었다.

이러한 ROC 곡선의 기울기를 임계치로 택하면 두 확률을 동시에 만족시킬 수 있다. 한편 본 연구에서 다수의 OOK 신호를 대상으로 실험해 본 결과에 의하면 평균적으로 오관 확률이 23% 이고 상대적으로 70%의 검출 확률을 얻을 수 있는 곳에서 기울기가 최대였다. 따라서 이때의 기울기를 임계치로 설정하였다. 원점 부근에서 기울기가 최대인 점을 고려할 수 있으나, 이 지점을 선택하면 상대적으로 검출 확률이 너무 작기 때문에 이값을 정할 수 없다. OOK 신호의 운

표1 임계점 방법의 비교. Comparison of critical point method.

운송 비율	신원 임 계 점				두 임 계 점			
	수관	검출	임계치	속도비	오관	검출	임계치	속도비
1:1	0.22	0.35	0.61	0.68	0.22	0.54	0.05	0.68
3:1	0.23	0.39	1.28	0.49	0.23	0.67	0.11	0.49
5:1	0.21	0.41	0.96	0.31	0.25	0.75	0.15	0.31
9:1	0.23	0.43	1.49	0.19	0.23	0.78	0.37	0.19

오르비가 1:1, 3:1, 5:1, 9:1인 신호와 잡음이 섞인 상태에서 한임계점을 취한 경우와 두 임계점을 취한 경우의 시뮬레이션 결과치를 표 1에 나타내었다. 표 1에서 미소 신호의 임계치 결정은 두 임계점을 취하는 것이 일반적으로 사용되는 한임계점을 취하는 것보다 검출확률이 약 30%가 향상되었다.

### 7. 결 론

본 연구는 배경잡음이 라프라시안 확률 밀도 함수의 형태를 갖는 잡음하에서 미소 신호 검출을 위한 LOD구조와 두임계점을 이용한 임계치 결정방법에 관한 것이다. 한 예에서 임계치는 ROC곡선에서 기울기가 최대인 점을 선택하였을 때 오판 확률은 20%가 되며 70%의 검출 확률을 얻을 수 있었다. 그리고 LOD알고리즘을 일용 결과치와 두임계점을 이용하였을 때 한임계점일 경우보다는 약30%가 향상된 검출 확률을 얻을 수 있었다. 이는 임의의 확률분포를 가진 잡음 상태에서도 검출이 가능한 것이며 일반적으로 적용할 때 그때그때마다 잡음분포를 계산하는 것이 필요하다. 이를 위해 임의의 분포잡음에 대한 확률밀도를 구하는 것이 문제이므로 이 실험에서 구하는 과정에서 실제 계산하는 번거로움이 따른다. 이에 대한 간편한 방법은 좀더 연구할 과제이다.

이 연구는 100kHz 대역폭 내에서, 임의로 만든 라프라시안형의 잡음을 배경잡음으로 선택하

였지만 이후 보다 광대역(100kHz 이상)에서와 다른 비가우시안 잡음에 대해서도 지속적인 연구가 필요하리라 본다.

### 참 고 문 헌

- (1) M. Schwartz and L. Shaw, "Signal processing: Discrete spectral analysis, detection and estimation," McGraw-Hill, pp. 216-273.
- (2) M. D. Srinath and P. K. Rajasekaran, "An introduction for statistical signal processing with applications," Wiley Interscience, pp. 150-155.
- (3) H. L. Van Trees, "Detection, estimation and modulation theory," Part I, New York, Wiley, 1968.
- (4) William A. Gardner, "Structural characterization of locally optimum detectors in terms of locally estimators and correlators," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-28, no. 6, Novem. 1982.
- (5) J. H. Miller, "Detection of signals in non-Gaussian noise," Ph. D dissertation Princeton Univ, Princeton, NJ, 1972.
- (6) S. Rappaport and L. Kurz, "An optimal nonlinear detector for digital data transmission through non-Gaussian channels," IEEE Trans. Commu. Technol. vol. COM-14, pp. 266-274, Apr. 1966.
- (7) J. W. Modestino and A. Y. Ningo, "Detection of weak signal in narrow band noise," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-25, no. 5, pp. 592-600, Sep. 1979.
- (8) 정성근, "비가우시안 분포잡음에서의 신호 검출을 위한 한계검정기준," 정보이론과 통계학 서사학위 논문, 1982년 8월.
- (9) N. Hsing Lu and B. A. Eisenstein, "Detection of weak signal in non-Gaussian Noise," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-27 Novem. 1981.
- (10) D. Middleton, "Cannonically optimum threshold detection," IEEE Trans. Inform. Theory, vol IT-12, Apr. 1966.



李在煥(Jae Hwan Lee) 正會員  
1960年 1月21日生  
83年 2月 : 慶熙大學校 工科學電子工學  
科卒業  
85年 2月 : 慶熙大學校 大學院 電子工學科  
(工學碩士)



申勝漢(Seung Ho Shin) 正會員  
1955年 7月28日生  
79年 2月 : 慶熙大學校 工科學電子工學  
科卒業  
81年 2月 : 慶熙大學校 大學院 電子工學科  
(工學碩士)  
84年 2月 : 慶熙大學校 大學院 電子工學科  
(工學博士過程修了)



陳庸玉(Yong Ohk Chin) 正會員  
1943年 3月21日生  
68年 2月 : 延世大學校 工科學電氣工學  
科卒業  
75年 2月 : 延世大學校 大學院 電子工學科  
(工學碩士)  
81年 8月 : 延世大學校 大學院 電子工學科  
(工學博士)  
80年 : 通信技術士  
76~現在 : 慶熙大學校 工科學電子工學  
科教授.