

論 文

軸과 垂直方向으로 振動하는 誘電体圓柱에  
의한 平面波의 散亂

正會員 具 然 健\* 正會員 金 斗 根\*\*

Electromagnetic Scattering by a Dielectric Column  
Oscillating in the Perpendicular Direction to its Axis

Yeon Geon KOO\* and Doo Keun KIM\*\*, Regular Members

**要 約** 誘電体圓柱가 축에 수직인 방향으로 正弦的으로 振動할 때 이에 의한 電磁波의 散亂을 고찰하였다. 순간적인 振動速度와 같은 等速度가 있다고 가정하고 그 순간은 特殊相對性理論에 기초하여 散亂界를 구하고 이를 한 振動週期에 확대 적용하였다. 平均散亂電力의 角度分布와 散亂斷面積, 레이다斷面積의 평균을 平面波의 入射角, 振動振幅과 振動角速度로 표시되는 순간진동속도의 최대치를 변수로 하여 변화상태를 규명하였다. 冷플라즈마의 圓柱가 진동하는 경우도 검토하였다.

**ABSTRACT** In the scattering of a monochromatic plane wave from a dielectric column oscillating sinusoidally perpendicular to its axis, one could assume that the boundary moves with a uniform velocity equal to its instantaneous oscillating velocity. The scattered fields are obtained according to the postulates of special relativity and extended for the oscillating period. The angle distribution of average scattering radiation, the average of total scattering cross sections and radar cross sections for a period are illustrated as the function of the relative maximum oscillating velocity and the incident angles of plane waves.

1. 緒 論

振動하는 경계면에 의한 電磁波의 散亂은 일반적으로 준정지 근사법(quasi-stationary method)을 적용하여 해석한다. 그러나 이 방법은 경계면의 운동속도가 電磁波의 傳播速度에 비하여 무시할 수 없으면 상당한 오차가 발생하므로 이 오차의 정도를 알지 못하면 적합하지 못하다<sup>(1, 2, 3)</sup>. 또 이 방법은 位相變化만 고려하므로 경계면이 완전도체가 아닌 경우 이 경계면의 物理的인 性

질을 탐지하는 방법으로 적합하지 않다. Maxwell Minkowski理論에 의한 加速座標系를 진동하는 경계면에서 散亂問題를 다루는데 적용할 수 있지만 이미 새로운 방법도 아니고 매우 복잡하다<sup>(4)</sup>.

본 논문에서는 誘電体圓柱가 축에 垂直한 방향으로 正弦的으로 振動할 때 임의의 각으로 入射하는 平面波의 散亂을 고찰한다. 경계면의 순간적인 진동속도  $v(t_i)$ 는 임의의 시간  $t_i$ 에서 일정하다고 가정할 수 있다. 즉 순간적인 등속(instantaneous uniform velocity)운동을 경계면이 한다고 가정하고 特殊相對性理論에 의하여 散亂界를 구하고 全体週期에 이를 확대하여 적용하여 한 주기 동안의 산란계를 구하였다. 산란파의 순간적인 진폭은 경계면의 진동진폭 및 진동각속도

\* \*\* 弘益大學校電子工學科  
Dept. of Electronic Engineering Hongik University,  
Seoul, 121 Korea  
論文番號 : 84 - 15 (接受 1984. 8. 1)

뿐만 아니라 比誘電率과 電磁波의 입사각을 변수로 하여 변화한다. 그래서 이들 변수가 平均散亂電力의 角度分布, 散亂斷面積과 레이더斷面積의 平均에 미치는 영향을 규명하였다.

또 冷플라즈마의 比誘電率을 誘電體의 比誘電率대신 대입하여 冷플라즈마圓柱가 正弦的으로 진동하는 경우도 아울러 검토하였다.

2. 理 論

(1) 概 要

그림 1과 같이 無限한 誘電體圓柱가 z軸 방향으로 놓여 있고 x軸上에서 正弦的으로 진동한다고 하면 變位  $r(t)$ 는

$$r(t) = d \sin \Omega t \tag{1}$$

로 표시할 수 있다. 여기서  $d$ 는 誘電體圓柱의 最大變位이고  $\Omega$ 는 振動角速度이다.  $r(t)$ 는 解析的이라 할 수 있으므로 振動速度  $\tilde{v}(t)$ 는

$$\begin{aligned} \tilde{v}(t) &= \dot{x} \Omega d \cos \Omega t \\ &= \dot{x} c \beta \cos \Omega t \end{aligned} \tag{2}$$

가 된다. 여기서  $c$ 는 光速度이고  $\beta = \frac{\Omega d}{c}$ 로써 상대적인 최대진동속도 (relative maximum oscillating velocity)이다. 電磁波의 角速度  $\omega$ 가 振動角速度  $\Omega$ 에 비하여 매우 크면 한 振動週期에서 변화하는 속도를 구간별로 量子化 (quantization)할 수 있다. 다시 말하면

$$\frac{\tilde{v}(t_i)}{c} = \dot{x} \beta \cos \Omega t_i \tag{3}$$

$$0 < \Omega t_i \leq 2\pi, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

이 되어 그림 1에서와 같이 임의의 순간  $t_i$ 에서 등속도  $\tilde{v}(t_i)$  즉 상대적 등속도  $\frac{\tilde{v}(t_i)}{c}$ 를 가정할 수 있다.

(2) 等速度運動系에서 散亂界

그림 1과 같은 運動系에서 散亂界는 Lorentz 변환과 境界條件에 의하여 구할 수 있다. 계산을 간단히 하기 위하여 운동계에서 유전체, 자유공간에서 波動數를  $k'_i$ ,  $k'_0$ 라 하고 유전체 원주의 반경을  $a$ 라 하면  $k'_i a \ll 1$ ,  $k'_0 a \ll 1$ 라 가정한다. H波가 入射角  $\theta_i$ 로 入射하면 散亂界는

$$H_{sz} = -H_{i0} \frac{(k_0 a)^2}{2} \gamma \left( \frac{j\pi}{2kR} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{(1 - \beta \cos \theta_i)^5}{(1 - \beta \cos \theta)^{\frac{3}{2}}}$$

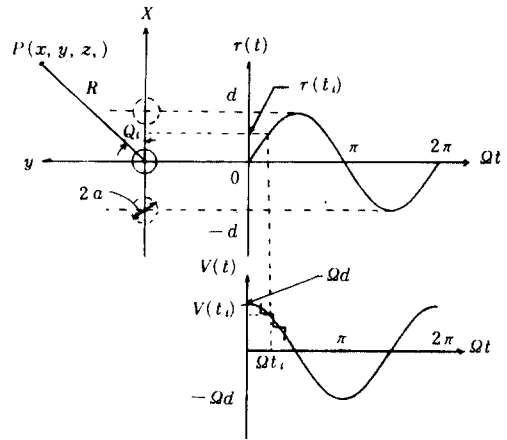


그림 1 座標系와 運動說明圖  
The geometry.

$$\cdot \left( 1 - \mu_r - 2D \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right) \times \exp j(k_s R - \omega_s t) \tag{4}$$

$$E_{sz} = 0$$

이다<sup>(5,6)</sup>. 여기서

$$D = \frac{(\cos \theta_i - \beta)(\cos \theta - \beta) + \gamma^2 \sin \theta_i \sin \theta}{(1 - \beta \cos \theta_i)(1 - \beta \cos \theta)}$$

$$k_s = \omega_s (\mu_0 \epsilon_0)^{\frac{1}{2}}$$

$$\omega_s = \frac{1 - \beta \cos \theta_i}{1 - \beta \cos \theta} \omega$$

$$\gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

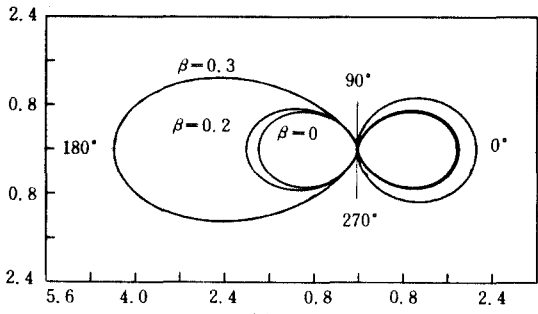
이다.

E波가 入射하는 경우도 電磁波의 雙對性理論에 의하여 쉽게 구할 수 있다.

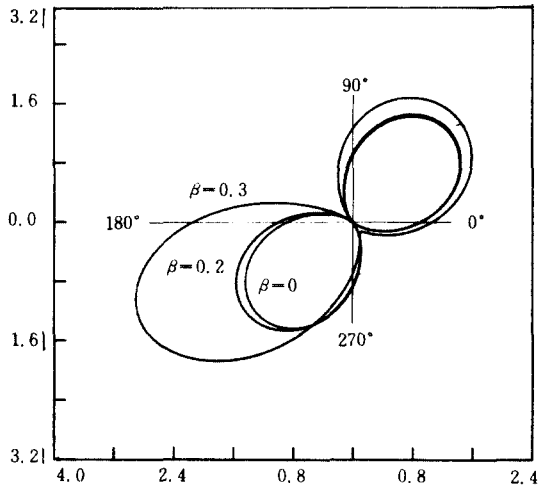
散亂電力角度分布 (angle distribution of the scattered radiation)은

$$\begin{aligned} \sigma(\theta) &= \frac{\pi (k_0 a)^3}{8} a \gamma^3 \left( 1 - \mu_r - 2D \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right)^2 \\ &\cdot \frac{(1 - \beta \cos \theta_i)^5}{(1 - \beta \cos \theta)^2} \end{aligned} \tag{5}$$

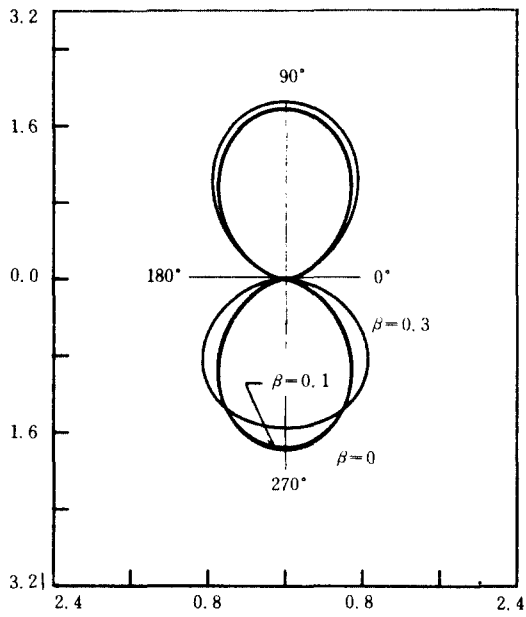
이고<sup>(5,6)</sup> 全散亂斷面積 (total scattering cross sections)은



(a)  $\theta_i=0^\circ$

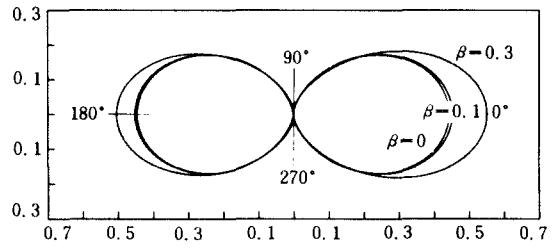


(b)  $\theta_i=45^\circ$

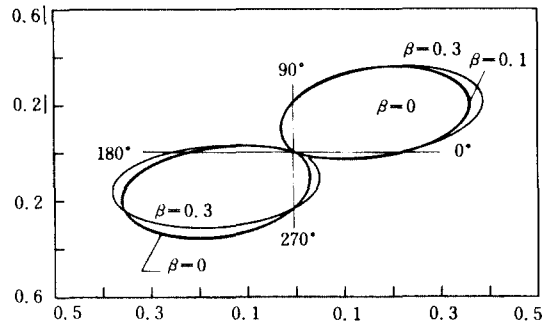


(c)  $\theta_i=90^\circ$

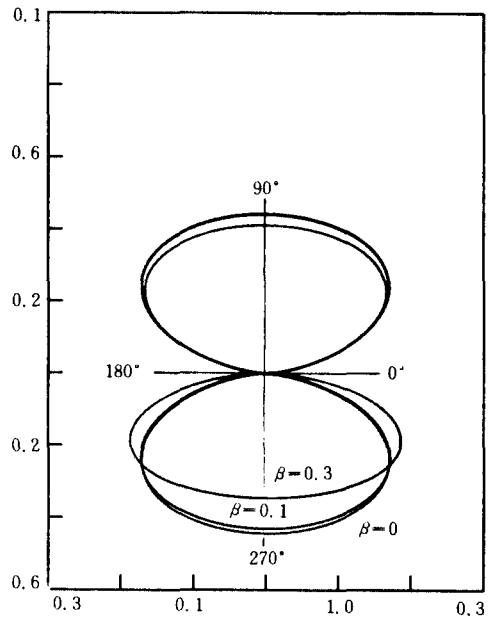
A. 誘電體圓柱 ( $\epsilon_r=5$ )



(a)  $\theta_i=0^\circ$



(b)  $\theta_i=45^\circ$



(c)  $\theta_i=90^\circ$

B. 플라즈마圓柱 ( $\frac{\omega_p}{\omega} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ )

그림 2 平均散亂電力의 角度分布 (H波)  
The angle distribution of the average scattered radiation.

$$\begin{aligned} \sigma_t = & \frac{\pi^2}{4} (k_0 a)^3 a \frac{(1-\beta \cos \theta_i)^5}{(1-\beta^2)^{3/2}} \left\{ (1-\mu_r)^2 \right. \\ & - 2(1-\mu_r) \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \frac{\cos \theta_i - \beta}{1 - \beta \cos \theta_i} \beta \\ & + 2 \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right)^2 \left( \frac{\cos \theta_i - \beta}{1 - \beta \cos \theta_i} \right)^2 + 2(1-\beta^2) \\ & \left. \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right)^2 \frac{\sin^2 \theta_i}{(1 - \beta \cos \theta_i)^2} \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

이다<sup>(6)</sup>. 한편 레이더 단면적 (radar cross sections) 은

$$\begin{aligned} \chi = & \frac{\pi^2}{4} (k_0 a)^3 a \gamma^2 \left\{ 1 - \mu_r - 2 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right. \\ & \left. \cdot \frac{\beta^2 \sin^2 \theta_i - \gamma^{-2}}{\beta^2 \sin^2 \theta_i + \gamma^{-2}} \right\} \frac{(1 - \beta \cos \theta_i)^5}{(1 + \beta \cos \theta_i)^2} \quad (7) \end{aligned}$$

이다<sup>(5, 6)</sup>.

한편 냉플라즈마媒質에서 比誘電率  $\epsilon_r$ 은

$$\epsilon_r = 1 - \left\{ \frac{\omega_p}{\gamma(1 - \beta \cos \theta_i) \omega} \right\}^2 \quad (8)$$

이고 比透磁率  $\mu_r \approx 1$ 이다. 여기서  $\omega_p$ 는 플라즈마角速度이다. 식(5), (6), (7)의 비유전율  $\epsilon_r$  대신 식(8)의 관계를 대입하면 냉플라즈마圓柱에서의 散亂關係式을 얻을 수 있다.

### 3. 數值解析

等速度運動하는 誘電體圓柱에 의한 散亂에 比誘電率에 미치는 영향은 이미 연구되어 있으므로<sup>(5)</sup> 여기서는 電磁波의 入射角  $\theta_i$ 와 相對最大振動速度의 散亂에 미치는 영향만 고찰코자 한다.

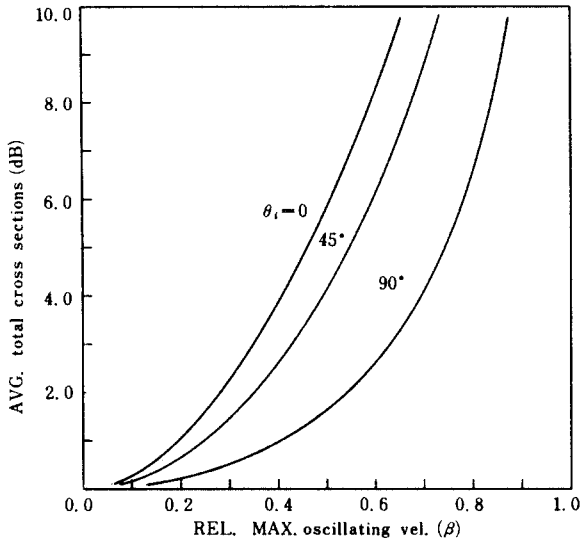
식(5), (6), (7)에서  $\beta$  대신 運動速度  $\frac{\tilde{v}(t_i)}{c}$ 를 대입하고 入射角  $\theta_i$ 에 관계된 因子만을 고려하여 正規化하고 한 週期동안의 평균을 취하면 散亂과 이들 변수와의 관계를 규명할 수 있다. 그림 2의

(A)는 식(5)에서  $\frac{\pi(k_0 a)^3 a}{8}$ 을 척도인자(scale factor : SF)로 하고  $\mu_r \approx 1$ ,  $\epsilon_r = 5$ 인 경우 상대 최대 진동속도  $\beta$ 와 入사각  $\theta_i$ 를 변수로 하여 평균산란전력의 각도분포를 수치계산하여 도시한 것이다. 산란전력의 각도분포는 等速運動하는 경우와 비슷하지만<sup>(5, 7)</sup> 진동하는 경우는  $\beta$ 가 증가하면 180°방향에서 증가한다. 등속운동의 경우는  $\beta$ 가 증가하면 180°방향에서 반대로 감소한다. 이와 같은 경향은 入사각  $\theta_i$ 가 증가하여도 같은 경

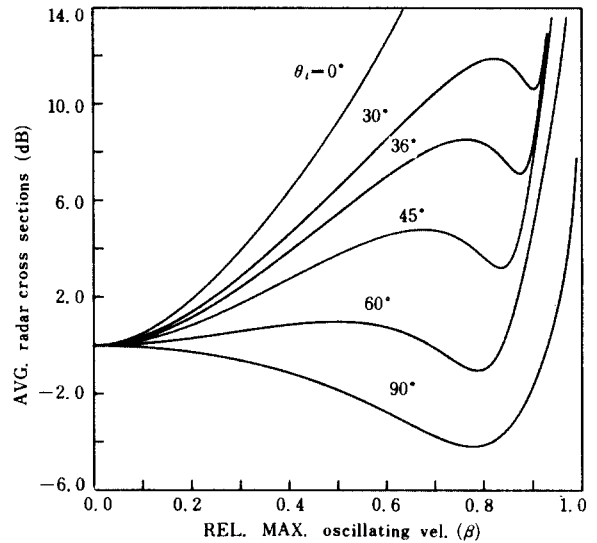
향이다. 이는 진동속도가 x軸방향에서 +를 취하는 경우보다 -를 취하는 경우가 산란전력 각도 분포에 영향이 큼을 알 수 있다<sup>(7)</sup>. 전자파의 入사각  $\theta_i = 90^\circ$ 이면 그 반대방향 즉  $\theta = 270^\circ$ 에서의 산란전력 각도분포는 유전체 원주가 정지한 경우  $\beta = 0$ 에서 보다  $\beta$ 가 증가하면 감소함을 알 수 있다. 또  $\theta_i$ 가 증가하면 평균산란전력 각도분포는 대칭성을 잃게 되는데 이는 유전체, 플라즈마圓柱가 等速運動하는 경우와 비슷한 현상이다. 그림 2의 (B)는 식(8)의 관계를 식(5)에 대입하여 도시한 것이다. 다이폴형의 單一共振이 일어날 수 있도록  $\frac{\omega_p}{\omega} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ <sup>(8)</sup>로 하고  $SF = \frac{\pi(k_0 a)^3 a}{8}$ 로 하였다. 入사각  $\theta_i = 0^\circ$ 인 경우는 誘電體圓柱와는 달리 산란전력 각도분포가 최대진동속도의 변화에 관계없이 대칭임을 보여주고 있다. 플라즈마圓柱가 等速運動하는 경우와도 다른 현상을 보여주고 있다.

즉 플라즈마圓柱가 等速運動하는 경우에는 入射角  $\theta_i$ 가  $0^\circ$ 에서  $90^\circ$ 로 변하면 入射角과 같은 방향에서 散亂電力은 감소하고 入射角과 반대방향에서는 서서히 증가하고 상대적인 운동속도가 증가하면 편이(shift)현상이 크게 일어남을 보여준다<sup>(6)</sup>. 그러나 플라즈마圓柱가 振動하는 경우에는 入射角  $\theta_i$ 의 변화가 散亂電力의 크기의 변화는 가져오지만 入射角  $\theta_i$ 와 같은 방향이나 반대방향에서 散亂電力의 크기가 거의 비슷하고  $\theta_i = 90^\circ$ 인 경우에는 振動速度가 증가하면 靜止한 경우에 비하여 平均散亂電力의 값이 약간 작아짐을 알 수 있다.

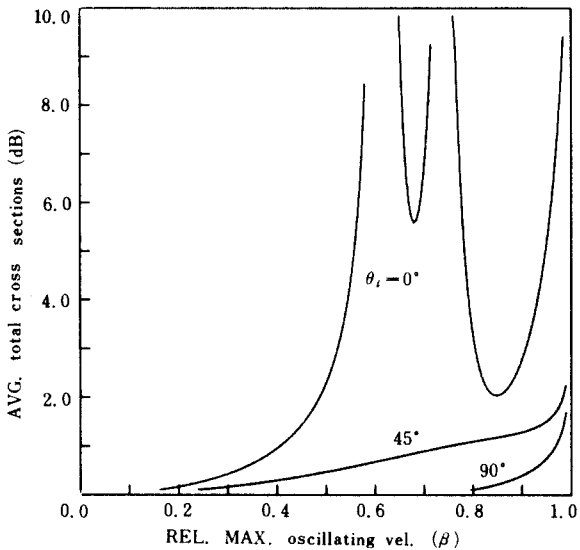
그림 3의 (A)는 식(6)으로 표시되는 全散亂斷面積을 한 振動週期에서 평균한 것을 도시한 것이다. 靜止한 때의 값에 正規化하고  $\epsilon_r = 5$ ,  $\mu_r \approx 1$ 인 때  $\theta_i$ 를 매개변수, 最大振動速度를 변수로 平均全散亂斷面積의 변화를 설명하고 있다. 유전체圓柱가 正弦的으로 진동하는 경우는 等速度運動에서 알 수 있는 바와 같이<sup>(7)</sup> 유전체가 入射波와 반대방향으로 운동하는 동안에 全散亂斷面積에 미치는 영향이 入射波와 같은 방향으로 운동하는 동안에 미치는 영향보다 큼을 알 수 있다. 최대진동진폭  $\frac{\Omega d}{c} = \beta$ 가 증가하면 平均全散亂斷面積은 증가하고 이는 等速運動하는 유전체에서 全散亂斷面積과 반대현상이 됨을 알 수 있다. 電磁波의 入射角이 증가하면 平均全散亂斷面積은 감소한다. 이는 等速運動하는 유전체圓柱는  $\theta_i = 0^\circ$



(a) 유전체圓柱 ( $\epsilon_r=5$ )

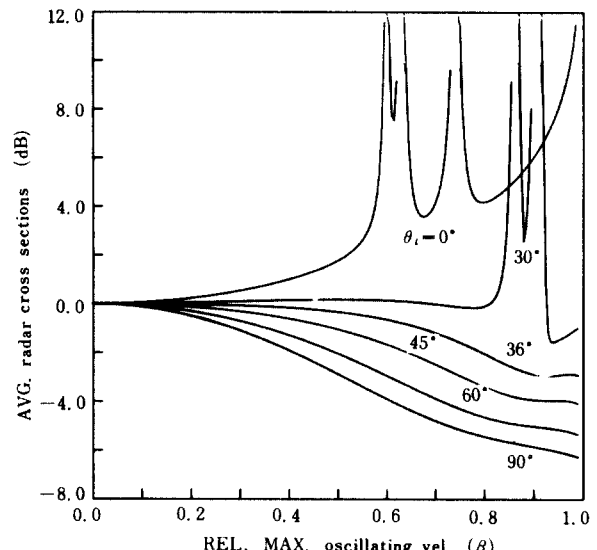


(a) 유전체圓柱 ( $\epsilon_r=5$ )



(b) 플라즈마圓柱 ( $\frac{\omega_p}{\omega} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ )

그림 3 平均全散亂斷面積  
The average total cross sections.



(b) 플라즈마圓柱 ( $\frac{\omega_p}{\omega} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ )

그림 4 平均레이더斷面積  
The average radar cross sections.

에서 감소하고  $\theta_i$ 가 증가하면 증감이  $\theta_i$ 의 영향을 받아 감소하다가 다시 증가하는 현상과는 대조적이다<sup>(7)</sup>. 그림 3의 (B)는 식(6)에 식(8)의 관계를

를 대입하고  $\frac{\omega_p}{\omega} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 의 경우 상대적인 최대진동진폭  $\beta = \frac{\Omega d}{c}$ , 입사각  $\theta_i$ 를 변수로 한 주기에

서의 평균 전산란 단면적의 변화를 도사한 것이다. 플라즈마圓柱가 等速運動하는 경우에는 상대적으로 운동속도가 증가하면 全散亂斷面積은 감소하지만<sup>(6)</sup> 진동하는 플라즈마圓柱의 경우에는 반대로 증가함을 알 수 있다. 전자파의 입사각  $\theta_i = 0^\circ$ 인 경우 極大現象이 일어나는 운동속도가 있는 것은 等速運動, 振動의 경우에 같은 것을 알 수 있다. 입사각  $\theta_i$ 가 증가하면 兩者의 경우 같

이 全散亂斷面積의 변화가 상대적인 운동속도의 영향을 적게 받음을 알 수 있다.

그림 4의 (A)는 식(7)을  $0 < \Omega t_i \leq 2\pi$ 에서  $\epsilon_r = 5$ ,  $\mu \approx 1$ 인 경우 平均한 것을 전자파의 입사각  $\theta_i$ , 상대적인 진동속도  $\beta = \frac{\Omega d}{c}$ 를 변수로 도시한 것이다. 유전체圓柱가 等速運動하는 경우 레이더斷面積은 상대운동속도, 입사각이 증가하면 감소하지만 靜止한 경우의 값보다는 항상 크다. 또 상대운동속도가 어느 정도 이상이 되면 입사각의 변화는 레이더斷面積에 미치는 영향은 작다<sup>7)</sup>. 正弦的으로 유전체圓柱가 진동하면 상대운동속도가 증가할 때 平均레이더斷面積도 증가한다. 그러나 입사각이 어느 정도 커지면 平均레이더斷面積은 誘電체圓柱가 정지( $\beta=0$ )한 경우에서 보다 작아짐을 보여주고 최소로 하는 진동속도  $\beta_{\min} = \left(\frac{\Omega d}{c}\right)_{\min}$ 가 존재함을 알 수 있다.

그림 4의 (B)는 식(7)에 식(8)의 관계를 대입하고  $\frac{\omega_p}{\omega} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\mu_r \approx 1$ 인 때  $0 < \Omega t_i \leq 2\pi$ 에서 平均한 것을 입사각  $\theta_i$ , 상대적 진동속도  $\beta$ 를 변수로 平均레이더斷面積을 도시한 것이다. 전자파의 입사각  $\theta_i$ 가 작으면 平均레이더斷面積이 갑자기 변하는 진동속도가 존재하지만 입사각  $\theta_i$ 가 어느 정도 커지면 플라즈마圓柱가 정지한 경우의 레이더斷面積보다 작은 값을 가지고 진동속도가 증가하면 平均 레이더斷面積은 감소한다. 等速運動하는 플라즈마圓柱에서는  $\theta_i = 0^\circ$  또는 작은 값이면 레이더斷面積은 운동속도가 증가하면 동시에 증가하는 것과는 대조적이다<sup>6)</sup>.

#### 4. 結 論

本論文에서는 誘電체圓柱가 境界面에 수직인 방향으로 正弦的으로 振動할 때 境界面에 임의의 入射角으로 入射한 平面波의 散亂을 理論的으로 해석하였다. 즉 境界面의 振動速度(진동각속도  $\Omega$ 와 진동진폭  $d$ 의 곱)와 입사각이 산란전계의 평균에 미치는 영향을 규명하였다.

임의의 시간  $t_i$ 에서 순간적인 진동속도  $\tilde{v}(t_i) = \dot{x}\Omega d \cos \Omega t_i$ 로 경계면이 等速運動한다고 가정하고 이 때의 散亂界를  $0 < \Omega t_i \leq 2\pi$ 구간의 모든 순간속도에 확대 적용하여 구하고 平均散亂電力角度分布, 全散亂斷面積과 레이더斷面積의 平均이 전자파의 입사각, 振動速度의 最大値의 영향을

어떻게 받는가를 고찰하였다.

平均散亂電力角度分布는 等速運動의 경우와는 반대현상이 振動의 경우에 일어난다. 즉 최대진동속도가 증가하면 정지한 경우에서 보다 散亂電力角度分布는 증가하고 入射角이 작으면 入射방향에서의 값이 반대방향에서 보다 平均散亂電力은 작다. 플라즈마圓柱의 경우는 誘電체圓柱에 비교하여 변수의 영향이 작은 것을 알 수 있다.

平均全散亂斷面積은 誘電체圓柱의 경우 振動速度가 증가하면 같은 비례로 증가하여 등속운동의 경우와 반대현상이 일어난다. 入射角이 증가하면 平均全散亂斷面積은 감소하지만 진동하는 플라즈마圓柱에서는 입사각의 변화가 平均전산란 단면적에 미치는 영향은 단순하지가 않다. 즉 입사각이 작은 경우 振動速度가 증가하면 特異現象이 일어나며 等速運動할 때와 비슷한 현상이다. 그러나 입사각이 증가하면 平均全散亂斷面積의 변화는 단순하고 변화율도 둔화된다.

平均레이더斷面積은 誘電체, 플라즈마圓柱의 경우 모두가 입사각이 작으면 진동속도가 증가할 때 증가하지만 입사각이 어느 정도 이상으로 증가하면 상대 진동속도가 증가하여도 平均레이더斷面積은 감소하여 靜止한 경우의 값보다 작아진다. 그리고 입사각이 약간 크면(약  $30^\circ$  정도) 平均레이더斷面積을 최소로 하는 최대진동속도가 유전체 원수의 경우에는 존재한다.

E波가 입사하는 경우도 雙對性理論에 의하여 해석할 수 있다.

平均레이더斷面積은 誘電체, 플라즈마圓柱의 경우 모두가 입사각이 작으면 진동속도의 증가에 따라 급격한 증가를 나타내고 입사각이 크면 진동속도의 증가에 대하여 감소현상이 나타난다.

#### 参 考 文 献

- (1) S. R. Borkar and R. F. H. Yang, "Reflection of electromagnetic waves from oscillating surface," IEEE Trans. Ant. and Propagat., vol. AP-23, 1975.
- (2) D. D. Zutter, "Scattering by a rotating dielectric sphere," IEEE Trans. Ant. and Propagat., vol. AP-28, no. 5, 1980.
- (3) J. V. Bladel and D. D. Zutter, "Reflection from linearly vibrating objects, plane mirrors at normal incident," IEEE Trans. Ant. and Propagat., vol. AP-29, 1981.
- (4) K. Tanaka, "Relativistic study of electromagnetic waves in the accelerated dielectric medium," J. Appl. physics, vol.

49, no. 8, Aug. 1978.

- (5) T. Shiozawa, "Electromagnetic scattering by a moving circular cylinder," 日本電子通信學會誌, 昭43-69.
- (6) 具然健, "軸과 垂直方向으로 運動하는 플라즈마圓柱에 의한 平面電磁波의 散亂," 韓國通信學會誌, 第8卷, 第1號, 1983.
- (7) 金斗根, 具然健, "軸과 垂直方向으로 運動하는 誘電体圓柱에 의한 임의의 각으로 入射한 平面波의 散亂," 弘大論叢 第17輯, 1984. (계재예정)
- (8) C. Yeh, "Scattering obliquely incident microwaves by a moving plasma column," J. of Appl. Physics vol. 40, no. 13, Dec. 1969.



具 然 健 (Yeon Geon KOO) 正會員  
1939年 3月29日生  
1965年 2月: 서울大學校電氣工學科卒業  
1967年 2月: 서울大學校電子工學科卒業  
1976年 2月: 建國大學校大學院卒業  
1967年 6月~1973年 8月: 電波管理局,  
韓國電氣通信  
研究所勤務  
1974年 9月~1979年 2月: 檀國大學校電  
子工學科

1979年 3月~現在: 弘益大學校電子工學科 教授



金 斗 根 (Doo Keun KIM) 正會員  
1952年 10月 1日生  
1971. 3~75. 2: 서울大學校工科大學工業  
教育科(工學士)  
1979. 9~81. 8: 弘益大學校大學院電子工  
學科(工學碩士)  
1982. 3~現在: 弘益大學校大學院電氣工  
學科(博士課程)  
1975. 3~現在: 흥능기계공업회사  
(선임연구원)