

論 文

PR Shape 된 SQAM의 誤率에 搬送波位相誤差가
미치는 影響에 대한 研究

正會員 朴 龍 雨* 正會員 李 亨 宰**

A Study on the PR shaped SQAM error rate
with carrier phase error

Yong Woo PARK* and Hyung Jae LEE**, *Regular Members*

要 約 本論文에서는 帶域幅效率를 높이기 위해서 Partial Response Signaling (PRS)을 利用한 PR shaped 된 SQAM (staggered quadrature amplitude modulation)에 대하여 研究하였다. 研究過程에 있어서 誤率의 上限值를 구하여 서로 比較하였으며 그 結果 誤差가 3° 보다 작으면 (Class I, II, IV) PR시스템을 使用目的에 따라 別差異없이 使用할 수 있지만 3° 이상이 되면 Class I을 使用해야 한다는 結論을 얻었다.

ABSTRACT A study is presented showing the effect of carrier phase error on the error-rate of a (Class I, II, IV) PR shaped SQAM digital communication system. A simple upper bound on the probability of error as a function of phase error is derived and compared to one another. The results show that the three system can be used appropriately if carrier phase error is less than 3°. However, if phase error is larger than 3°, the PR class I is the best choice.

1. 序 論

디지털 통신시스템에 있어서 限定된 帶域內에 傳送해야 할 情報量이 急増함에 따라 심각한 spectral congestion問題가 생기게 된다. 그러므로 이런 問題를 解決하기 위해서 高周波帶域內로 새로운 周波數를 割當한다든지 周波數를 再使用하거나 데이터縮小와 같은 情報源符號化등의 方案들이 提案되었다.

本論文에서는 帶域幅效率를 높이기 위하여 周波數的으로 效率的인 變調方式에 重點을 두어 그 方法으로 入力信號를 變調시키기 전에 制御된 符號間干涉을 갖는 partial-response (PR class I, II, IV) signaling^{(1),(6)}을 導入하여 Nyquist의 最小帶域幅을 갖도록 spectral shaping을 시켰으며 變調方式으로는 staggered quadrature amplitude modulation (SQAM)을 택하였다.

또한 受信端에서 完全한 同期의 어려움으로 생기게 되는 搬送波位相誤差가 誤率을 얼마나 劣化시키는가에 대하여 誤差가 3°, 6°, 9°, 12°, 15° 인 경우를 考察했다.

* 三星半導體通信(株)
Samsung Semiconductor & Telecommunications Co., LTD.
Seosomoon-Dong, Jung-Gu, 100 Korea.

** 韓國航空大學電子工學科
Dept. of Electronic Engineering, Hankuk Aviation College,
Kyung Ki-Do, 122 Korea.
論文番號 : 84 - 02 (接受 1983. 12. 3)

2. PRS

그림 1 은 PRS의 블럭圖를 나타낸다. 시스템 多項式은 式(1)과 같다.

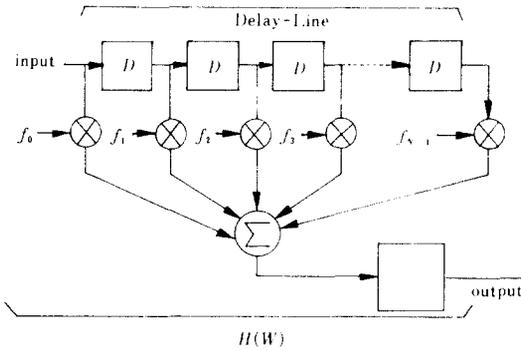


그림 1 일반적인 PR시스템의 블럭도
General partial-response system block diagram.

$$F(D) = f_0 + f_1 D + \dots + f_{N-1} D^{N-1} = \sum_{k=0}^{N-1} f_k D^k \quad (1)$$

여기서 D 는 한 심벌持續時間만큼의 遲延을, 그리고 $f_1 \sim f_{N-1}$ 은 符號間干渉係數를 나타낸다. 全 體 시스템 傳達函數는 다음과 같다.

$$H(W) = F(W) \cdot G(W) \quad (2)$$

式(2)에서 周波數特性은 $G(W)$ 을 어떻게 取하는 가에 따라서 달라지게 된다.

本論文에서는 帶域幅效率를 위해 Nyquist의 最 小帶域幅을 滿足하도록 $G(W)$ 를 式(3)과 같이 取 하면

$$G(W) = \begin{cases} T : |W| \leq \frac{\pi}{T} \\ 0 : |W| > \frac{\pi}{T} \end{cases} \quad (3)$$

參考的으로 本論文에서 使用한 (class I, II, IV)

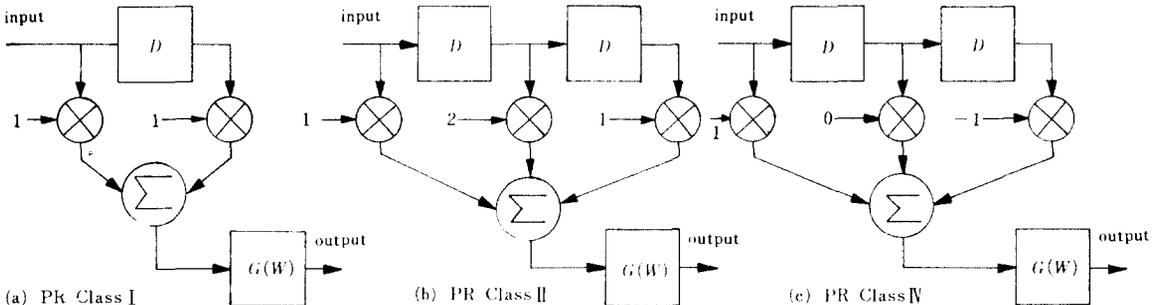


그림 2 PR(class I, II, IV)의 블럭도
Block diagram of the PR(class I, II, IV)

PR의 블럭도를 그림 2에 나타냈다.

PRS의 一般的인 特徵은 符號間干渉影響을 받 지 않으며 Nyquist rate로 傳送이 可能하다는 것 이다. 또한 受信端에서 餘分의 디지털없이도 誤 差檢出이 可能하며 相關間隔(correlation span)을 길게 함에 따라서 電力스펙트럼密度가 한쪽으로 集中하게 된다. 이 외에도 入力레벨數보다 出力 레벨數가 많아지게 되므로 雜音margin이 좋게 된 다.

3. PR shape된 SQAM의 performance

(1) 解析모델

그림 3 (a)에 있어서 符號率(symbol rate)이 T_s^{-1} 인 入力信號는 두 部分으로 나뉘어져서 보내며 이 때 sine 채널에 附加된 信號를 cosine 채널보다 $T_s/2$ 만큼 遲延시킨 후에 前端符號器(precoder)를 거치게 되는데 이 符號器의 目的은 誤差의 傳播을 防止하기 위한 것이다. 그런 후에 원하는 PR 信號를 通過시키지 않은 信號를 變調시켜 PR shape된 SQAM信號를 얻게 된다. 그림 3 (b)에서 受信된 信號로부터 원하는 情報를 얻게 되며 검 신으로 나타낸 變換器는 7-level class I의 경우 에 使用하게 된다.

(2) 誤率performance

1) 3-level class I PRS

Taylor와 Cheung의 檢과式 ([4]의 式(14)에 의하 면 class I PRS의 誤率 $P_e(\phi, A)$ 는 式(4)와 같다.

$$P_e(\phi, A) = \frac{1}{2} \left\{ Q\left(\frac{1-A \sin \phi}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{1+A \sin \phi}{\sigma}\right) \right\} + \frac{1}{4} \left\{ Q\left(\frac{2 \cos \phi - 1 + A \sin \phi}{\sigma}\right) \right\}$$

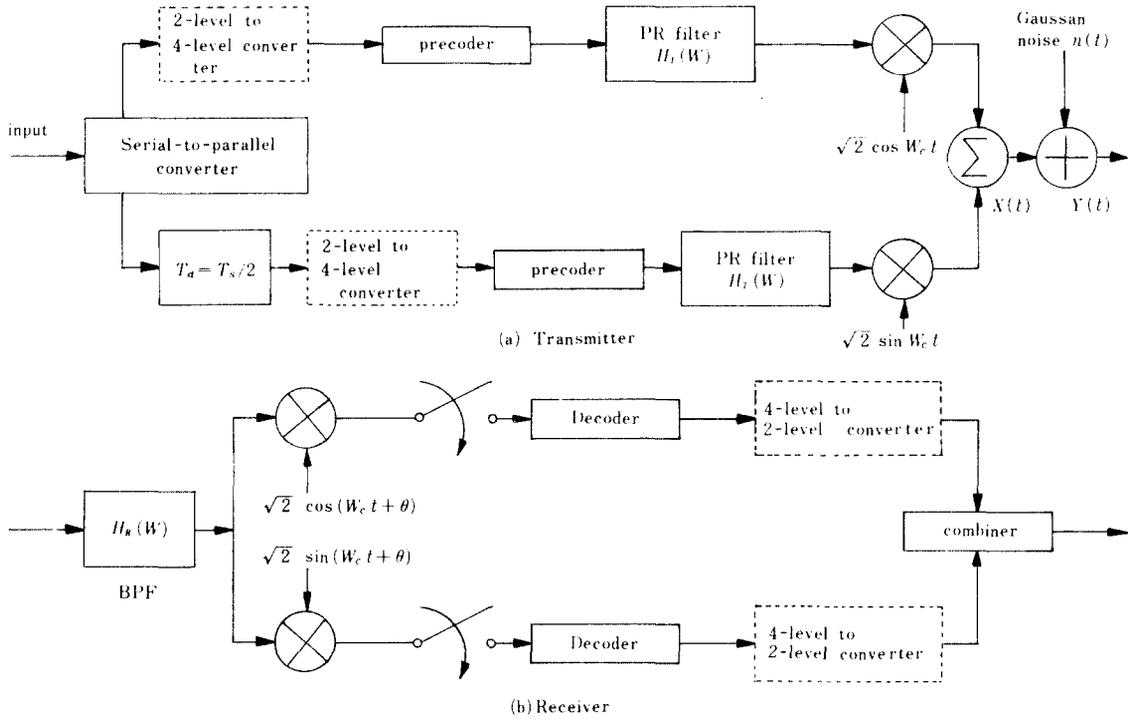


그림 3 PR(class I, II, IV)의 해석모델
Analysis model of the PR(class I, II, IV).

$$+ Q\left(\frac{2 \cos \phi - 1 - A \sin \phi}{\sigma}\right) \quad (4)$$

여기서 A 는

$$A = \frac{4}{\pi} \sum_n d_n \frac{(-1)^{k-n-1}}{1-4(k-n-1)^2} \quad (5)$$

가 되며 σ^2 은 雜音分散, ϕ 는 同期位相誤差, 그리고 $Q(x)$ 는 Gaussian 적분을 나타낸다.

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

2) 5-level class II PRS

그림 3 (a)에서 전송되어야 할 심벌률이 T_s^{-1} 인 s 데이터 $\{e_n, f_n\}$ 이 $\{e_n\}$ 은 cosine 채널로, $\{f_n\}$ 은 sine 채널로 나누어서 전송시키는데 $\{f_n\}$ 을 $\{e_n\}$ 보다 $T_s/2$ 만큼 지연시킨다.

이 나뉘어진 데이터를 아래와 같은 precoding 과정을 거치게 한다.

$$p_n = e_n \oplus z e_{n-1} \oplus e_{n-2} = e_n \oplus e_{n-2}$$

$$q_n = f_n \oplus z f_{n-1} \oplus f_{n-2} = f_n \oplus f_{n-2}$$

여기서 \oplus 는 modulo-2 연산을 나타낸다.

이 $\{p_n, q_n\}$ 을 PR class II 필터를 거쳐서 변조시킨 후에 전송을 시키는데 PR class II 필터의 주파수 응답은

$$H(W) = \begin{cases} 8T \cos^2 WT; & |W| \leq \frac{\pi}{2T} \\ 0 & ; |W| > \frac{\pi}{2T} \end{cases}$$

이며 임펄스 응답은

$$h(t) = \frac{16 T^3}{\pi t} \frac{\sin \pi t/2T}{(2T)^2 - t^2}$$

이 된다. 또한 변조 결과적 $x(t)$ 는

$$x(t) = \sqrt{2} \sum_n e_n h(t-2nT) \cos W_c t + \sqrt{2} \sum_n f_n h(t-(2h+vT)) \sin W_c t$$

여기서 W_c 는 반송파 주파수를 나타낸다.

그림 3 (b)에서 수신된 신호 $y(t)$ 는

$$y(t) = \sqrt{2} [\sum_n e_n h(t-2nT) + n_1(t)] \cos$$

$$(W_c t + \theta_0) + \sqrt{2} \left[\sum_n f_n h(t - (2n+1)T) - n_2(t) \right] \sin(W_c t + \theta_0) \quad (6)$$

가 되며 여기서 θ_0 는 천천히 변화하는 랜덤 위상이동, $n_1(t)$ 와 $n_2(t)$ 는 inphase와 quadrature Gaussian 잡음성분이다.

이 $y(t)$ 를 복조한 結果式 $R_I(t)$ 와 $R_Q(t)$ 라 하면

$$R_I(t) = \sum_n e_n h(t-2nT) \cos \phi + \sum_n f_n h \{ t - (2n+1)T \} \sin \phi + n_1(t) \cos \phi - n_2(t) \sin \phi \quad (7)$$

$$R_Q(t) = \sum_n f_n h \{ t - (2n+1)T \} \cos \phi - \sum_n e_n h(t-2nT) \sin \phi - n_1(t) \sin \phi - n_2(t) \cos \phi \quad (8)$$

가 되며 式(7)과 (8)을 $t=2KT$ 와 $t=(2K+1)T$ 에서 각각 샘플링을 하면

$$R_I[(2K)T] = (e_{k+1} + 2e_k + e_{k-1}) \cos \phi + B \sin \phi + n_I[(2K)T] \quad (9)$$

$$R_Q[(2K+1)T] = (f_{k+1} + 2f_k + f_{k-1}) \cos \phi + C \sin \phi + n_Q[(2K+1)T] \quad (10)$$

가 되며 여기서 B, C 는

$$B = \frac{16}{\pi} \sum_n \frac{f_n}{2K-2n-1} \cdot \frac{(-1)^{k-n-1}}{4 - (2K-2n-1)^2} \quad (11)$$

$$C = \frac{16}{\pi} \sum_n \frac{e_n}{2K-2n-1} \cdot \frac{(-1)^{k-n}}{4 - (2K-2n+1)^2} \quad (12)$$

이며 $n_I[(2K)T]$ 와 $n_Q[(2K+1)T]$ 는 샘플된 잡음

표 1

Transmitted bits P_k	Received bits $e_{k+1} e_k e_{k-1}$	Class II value $e_{k+1} + 2e_k + e_{k-1}$	Error range R_I
1	1 1 -1	2	$R_I > 3$
1	-1 1 1	2	$R_I < 1$
1	1 -1 -1	-2	$R_I > -1$
1	-1 1 -1	-2	$R_I < -3$
-1	-1 1 -1	0	$ R_I > 1$
-1	1 1 1	4	$R_I < 3$
-1	-1 -1 -1	-4	$R_I > -3$
-1	1 -1 1	0	$ R_I > 1$

성분을 나타낸다.

그런데 式(9)와 (10)의 샘플 시퀀스가 같은 형태이므로 式(9)와 표 1을 이용해서 BER(bit-error rate)performance를 구하면 式(13)이 된다.

$$P_e(\phi, B) = \frac{1}{4} \left\{ Q\left(\frac{1-B \sin \phi}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{1+B \sin \phi}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{3-2 \cos \phi + B \sin \phi}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{3-2 \cos \phi - B \sin \phi}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{2 \cos \phi - 1 + B \sin \phi}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{2 \cos \phi - 1 - B \sin \phi}{\sigma}\right) \right\} + \frac{1}{8} \left\{ Q\left(\frac{4 \cos \phi - 3 + B \sin \phi}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{4 \cos \phi - 3 - B \sin \phi}{\sigma}\right) \right\} \quad (13)$$

3) 3-level class IV PRS

class IV의 precoding 과정은 class II와 같으며 결국 $t=(2K-2)T$ 와 $t=(2K-1)T$ 에서 샘플링한 결과식은 式(14)와 같다.

$$R_I[(2K-2)T] = (e_k - e_{k-2}) \cos \phi + D \sin \phi + n_I[(2K-2)T]$$

$$R_Q[(2K-1)T] = (f_k - f_{k-2}) \cos \phi + E \sin \phi + n_Q[(2K-1)T] \quad (14)$$

여기서 D 와 E 는

$$D = \frac{8}{\pi} \sum_n f_n \frac{(-1)^{k-n-1}}{(2K-2n-1)^2 - 4} \quad (15)$$

$$E = \frac{8}{\pi} \sum_n e_n \frac{(-1)^{k-n-1}}{(2K-2n-1)^2 - 4} \quad (16)$$

표 2

Transmitted bits P_k	Received bits $e_k e_{k-1}$	Class IV value $e_k - e_{k-1}$	Error range R_I
1	1 -1	2	$R_I < 1$
1	-1 1	-2	$R_I > -1$
-1	1 1	0	$ R_I > 1$
-1	-1 -1	0	$ R_I > 1$

가 되며 앞의 경우와 같이 式(14)의 $R_i[(2K-2)T]$ 와 표 2를 이용한 결과 오류는 式(17)과 같다.

$$P_e(\phi, D) = \frac{1}{2} \left\{ Q\left(\frac{1+D \sin \phi}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{1-D \sin \phi}{\sigma}\right) \right\} + \frac{1}{4} \left\{ Q\left(\frac{2 \cos \phi - 1 + D \sin \phi}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{2 \cos \phi - 1 - D \sin \phi}{\sigma}\right) \right\} \quad (17)$$

4) 7-level class I PRS

대역폭 효율을 앞의 1), 2), 그리고 3)보다 2배로 하기 위해서 7-level class I을 확장 시켜서 해석을 했다.

precoding 과정은 式(18)과 같다.

$$\begin{aligned} a'_n &= g_n + g_{n-1} \pmod{4} \\ f'_n &= p_n + p_{n-1} \pmod{4} \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 g_n 과 p_n 은 각기 2개의 bit가 합쳐져 대변되는 값이다. 또한 앞과 같은 방식으로 式(19)와 표 3을 이용하여 구한 결과식은 式(20)과 같다.

표 3

Transmitted bits a_k	Received digit $g_k \ g_{k-1}$	Class I value $g_k + g_{k-1}$	Error Range
3	-3 3	0	$ R_i > 1$
3	-1 1	0	
3	1 -1	0	
3	3 -3	0	
1	3 3	6	$R_i < 5$
1	-3 1	-2	$R_i > -1$
1	-1 -1	-2	$R_i < -3$
1	1 -3	-2	
-1	1 3	4	$R_i > 5$
-1	3 1	4	$R_i < 3$
-1	-3 -1	-4	$R_i > -3$
-1	-1 -3	-4	$R_i < -5$
-3	-1 3	2	
-3	1 1	2	$R_i > 3$
-3	3 -1	2	$R_i < 1$
-3	-3 -3	-6	$R_i > -5$

$$R_i[(2K-1)T] = (g_k + g_{k-1}) \cos \phi + G \sin \phi + n_i[(2K-1)T] \quad (19)$$

$$P_e(\phi, G) = \frac{4}{16} \left\{ Q\left(\frac{1+G \sin \phi}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{1-G \sin \phi}{\sigma}\right) \right\} + \frac{1}{16} \left\{ Q\left(\frac{6 \cos \phi - 5 + G \sin \phi}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{6 \cos \phi - 5 - G \sin \phi}{\sigma}\right) \right\} + \frac{3}{16} \left\{ Q\left(\frac{2 \cos \phi - 1 + G \sin \phi}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{2 \cos \phi - 1 - G \sin \phi}{\sigma}\right) \right\} + \frac{2}{16} \left\{ Q\left(\frac{5 - 4 \cos \phi + G \sin \phi}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{5 - 4 \cos \phi - G \sin \phi}{\sigma}\right) \right\} + \frac{3}{16} \left\{ Q\left(\frac{3 - 2 \cos \phi + G \sin \phi}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{3 - 2 \cos \phi - G \sin \phi}{\sigma}\right) \right\} + \frac{2}{16} \left\{ Q\left(\frac{4 \cos \phi - 3 + G \sin \phi}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{4 \cos \phi - 3 - G \sin \phi}{\sigma}\right) \right\} \quad (20)$$

여기서 G 는 式(20)과 같다.

$$G = \frac{4}{\pi} \sum_n g_n \frac{(-1)^{k-n-1}}{1-4(K-n-1)^2} \quad (21)$$

3. Performance의 上限值⁽⁵⁾

誤率式의 正確한 값을 구한다는 것은 어렵기 때문에 上限值를 式(5), (11), (15)의 最大值인 式(22)로부터 구한다.

$$\left. \begin{aligned} A_{\max} &= \frac{8}{\pi} \\ C_{\max} &= \frac{40}{3\pi} \\ D_{\max} &= \frac{32}{3\pi} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

또한 7-level class I의 경우에 있어서는 $P_n = \pm 1, \pm 3$ 의 값을 가지므로

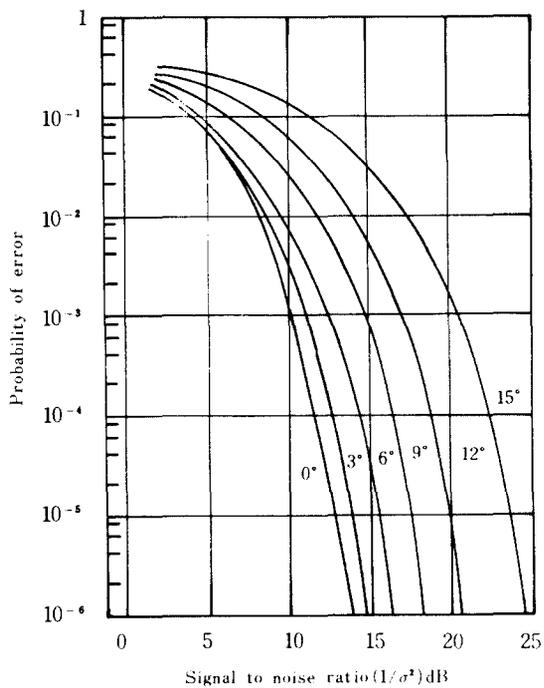


그림 4 PR class I의 오류
Error-rate of the PR class I (3-level).

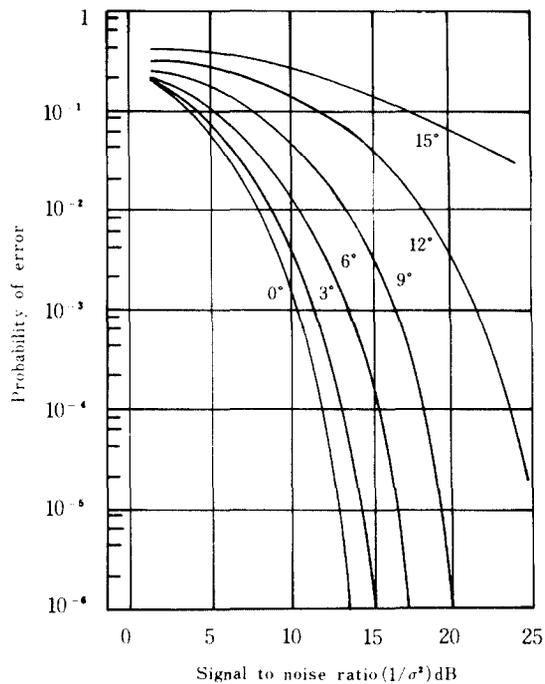


그림 6 PR class IV (3-레벨)의 오류
Error-rate of the PR class IV (3-level).

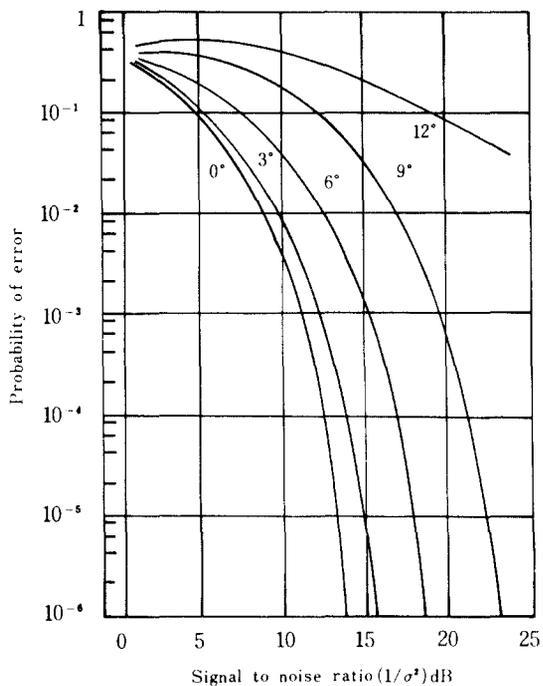


그림 5 PR class II의 오류
Error-rate of the PR class II (5-level).

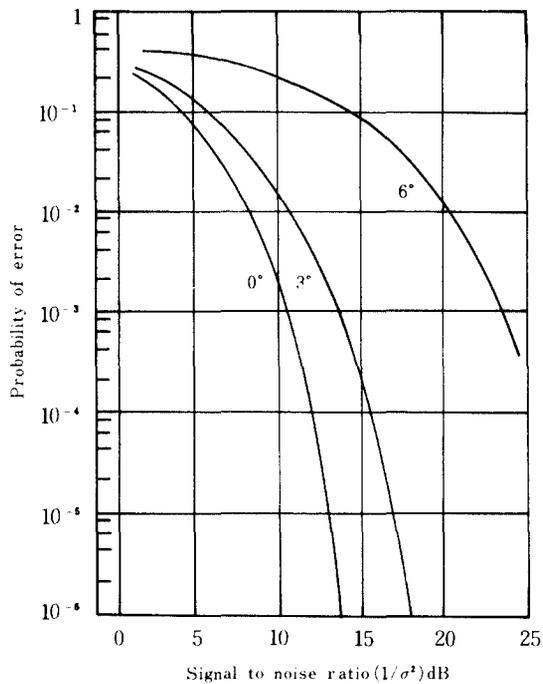


그림 7 PR class I (7-레벨)의 오류
Error-rate of the PR class I (7-level).

$$\begin{aligned}
 \text{i) } P_n = \pm 1 \text{ 일 때는 } G_{\max} &= \frac{8}{\pi} \\
 \text{ii) } P_n = \pm 3 \text{ 일 때는 } G_{\max} &= \frac{24}{\pi}
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

結果的으로 式(22), (23)을 式(4), (13), (17), (20)에 代入하면 上限值를 구하게 된다. 만약에 受信端에서 完全히 同期가 되었다고 하면 아래와 같은 performance를 얻게 된다.

$$\begin{aligned}
 \text{(3-level) class I; } P_e &= \frac{3}{2} Q\left(\frac{1}{\sigma}\right) \\
 \text{(5-level) class II; } P_e &= \frac{7}{4} Q\left(\frac{1}{\sigma}\right) \\
 \text{(3-level) class IV; } P_e &= \frac{3}{2} Q\left(\frac{1}{\sigma}\right) \\
 \text{(7-level) class I; } P_e &= \frac{15}{8} Q\left(\frac{1}{\sigma}\right)
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

4. 檢討 및 結論

本論文에서 考察한 세 가지의 PRS 方式을 利用한 結果를 SNR對誤率 $P_e(\phi)$ 로 나타내면 그림 4~7과 같다.

그림 4 class I의 경우에서 $P_e(\phi) = 10^{-6}$ 일 때 $\phi = 3^\circ, 6^\circ$ 에서 각각 1.21dB, 2.5dB만큼 劣化되게 된다.

그림 5 class II의 경우에는 $P_e(\phi) = 10^{-6}$ 일 때 $\phi = 3^\circ, 6^\circ$ 에서 각각 1.69dB, 4.75dB만큼 劣化되게 된다.

그림 6 class IV의 경우에는 같은 performance

에 대해서 $\phi = 3^\circ, 6^\circ$ 일 때는 각각 1.31dB, 3.6dB만큼 劣化되게 된다. 결국 그림 4~6의 경우에 있어서 誤差를 3° 보다 작게 同期시키면 performance가 별로 심하게 劣化되지 않고 별 차이가 없으므로 세 가지 方式中 使用目的에 따라서 어느 것을 使用해도 좋지만 誤差가 3° 以上되면 class I을 써야 한다는 結論을 얻었다.

또한 그림 7의 7-level class I의 경우에는 performance가 誤差에 상당히 敏感하기 때문에 同期를 얼마나 잘 시킬 수 있는냐에 使用與否가 決定되어지게 된다.

參 考 文 獻

- (1) P. Kabal and S. Pasupathy, "Partial-response signaling," IEEE Trans. on comm., vol. COM-23-9, Sep. 1975.
- (2) S. Pasupathy, M. A. Yongacglu, and J. B. Taller, "Carrier phase error in single sideband-partial response systems," IEEE Trans. on comm., vol. COM-28-12, Dec. 1980.
- (3) B. M. Smith, "Results for the eye patterns of class 4 partial response data signals," IEEE Trans. on comm., May. 1974.
- (4) D. P. Taylor and D. Cheung, "The effect of carrier phase error on the performance of a duobinary shaped QPSK signal," IEEE Trans. on comm., vol. COM-25-7, July 1977.
- (5) I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, Table of integrals, series, and products, Academic Press, New York, 1965.
- (6) K. Feher, Digital communication microwave applications Prentice-Hall, New York, 1981.



朴 龍 雨 (Yong Woo PARK) 正會員
 1959年 9月 18日 生
 1982年 2月 : 韓國航空大學電子工學科卒業
 1984年 2月 : 韓國航空大學學院卒業 (工學碩士)
 1983年 12月 ~ 現在 : 三星半導體通信(株) 勤務



李 亨 宰 (Hyung Jae LEE) 正會員
 1933年 3月 20日 生
 1958年 3月 : 韓國航空大學電子工學科卒業
 1961年 3月 : 漢陽大學校工科學科電氣工學科卒業
 1972年 2月 : 漢陽大學院修了
 1964年 10月 : 韓國航空大學助教授
 1971年 7月 : 韓國航空大學副教授
 1978年 1月 : 韓國航空大學教授, 本學會副會長