

論 文

# 이산신호의 보간을 위한 혼성FIR/IIR필터에 의한 다상회로의 설계

正會員 朴 鍾 演\*

## Design of the Polyphase Network for the Interpolation of Discrete Signals with the Hybrid FIR/IIR Digital Filter

Chong Yeun PARK\*, *Regular Member*

**要 約** FIR필터와 IIR필터를 각각 독립적으로 설계하여 결합한 혼성FIR/IIR필터에 의하여 이산신호의 보간을 위한 다상회로를 설계하였다. 제안된 다상회로는 백색 가우시안 잡음을 이용한 평가방법을 통하여 이산신호의 보간 필터로서의 유용성이 확인되었다.

**ABSTRACT** The method of designing the polyphase network for the interpolation filter of the discrete signals is designed, the polyphase network consists of the hybrid FIR/IIR digital filter with the FIR filter and IIR filter which are designed by independent methods. It is showed that the proposed polyphase network is useful for the interpolation filter, by the estimation method using the white-gaussian noise.

### 1. 서 론

이산신호의 보간에 쓰이는 다상회로의 설계방법은 FIR필터를 이용하는 방법<sup>(1)</sup>, IIR필터를 이용하는 방법<sup>(2),(3),(4)</sup>이 있다.

혼성 IIR/FIR필터의 설계방식은 Remetz 알고리즘을 이용한 경우<sup>(5)</sup>가 있다.

이러한 방법과는 달리 G. Oetken은 보간에 적합한 필터의 설계방식<sup>(6)</sup>을 제시하였다.

본 연구에서는 G. Oetken이 제안한 필터의 설계방법<sup>(6)</sup>과 Elliptic필터를 쌍선형 Z-변환방법<sup>(2)</sup>에 의하여 혼성FIR/IIR필터를 설계하였다.

혼성FIR/IIR필터를 다상회로로 바꾸어 이산신호의 보간용 필터로서 취급하고 이에 대한 성능을 평가하였다.

### 2. 다상회로를 이용한 보간원리

다상회로는 phase shifters를 병렬로 하고 합소자를 종수접속하여 출력에서 원하는 신호성분만을 뽑아낸다.

phase shifters는 APF(All Pass Filter)로서 원하는 신호성분은 입출력의 위상을 동일하게 하여 진폭이 유지되도록 한다.

원하지 않는 신호성분은 위상을 달리하여 진폭이 서로 상쇄되어 다상회로의 출력에서는 제거된 형태로 나타나도록 한다.

다상회로의 위상특성<sup>(2)</sup>을 그림 1에 보이고 있다. 4차의 다상회로는 그림 2 (a)와 같이 APF 4개의 병렬로서 구성할 수 있는데 각각의 위상특

\* 蔚山工科大学電氣 및 電子工學科  
Dept. of Eelectrical and Electronic Eng, Ulsan Institute  
of Technology Kyungsangnam-Do, 690 Korea  
論文番號 : 83 - 07 (接受 1983. 3. 2)

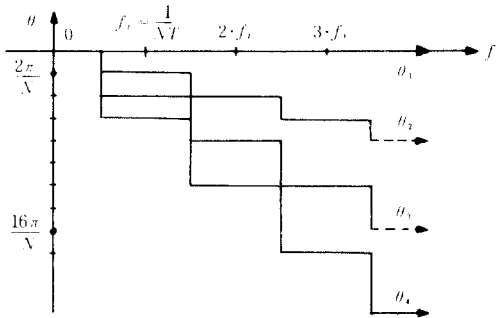


그림 1 다상회로의 위상특성  
Phase characteristic in a polyphase network.

성이 그림 1과 같다면 그 전체 특성은 그림 2(b)와 같이 표본화율이 4배로 증가된 LPF의 이차특성이 된다.

입력신호  $x(n)$  가운데  $f=f_r$  성분이 제거되는 것

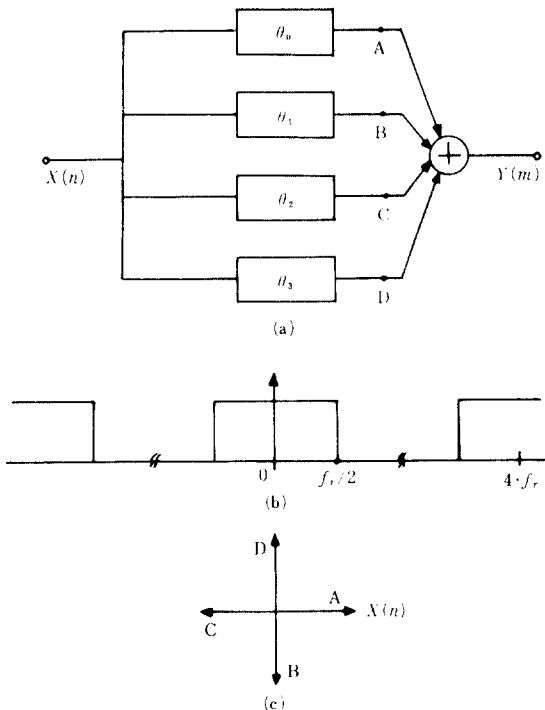


그림 2 (a) 4차 다상회로의 구성  
(b) 다상회로와 동가인 LPF의 주파수 특성  
(c)  $f=f_r$  [Hz]인 신호성분의 벡터도  
(a) The structure of 4-order polyphase network.  
(b) L.P.F freq. characteristics equivalent to poly-phase network  
(c) Vector diagram of signal component ( $f=f_r$  [Hz]).

을 벡터도 그림 2(c)에서 나타내고 있다.

그림 1과 같은 위상 특성 갖는 APF를 설계하는 것은 중요한 일이며 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\theta_n(f) = -\frac{2\pi}{N} n \cdot \frac{f}{f_r} + \frac{2\pi}{N} n \left( \frac{f}{f_r} - \left( \frac{f}{f_r} + \frac{1}{2} \right) \right) \quad (1)$$

식(1)에서 첫째 항은 주파수에 대한 1차함수이고 둘째 항은 뉴턴파의 위상특성을 갖는다.

그림 3은 4차의 다상회로에 대하여  $\theta_2(f)$ 를 나타내고 있다.

또한 그림 2(c)에서 다상회로는 표본화율이  $N \cdot f_r = 1/T$ 이고 차단 주파수가  $f_r/2$ 인 LPF의 특성을 가져야 하며  $Z = e^{j2\pi f T}$  라면 그림 2(c)의 진폭특성을 갖는 필터는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$H(Z) = \sum_{n=0}^{N-1} Z^{-n} H_n(Z^N) \quad (2)$$

식(2)를 그림 4에 표시하고 있으며  $H_n(Z^N)$ 을 구하는 방법은 다음과 같다.

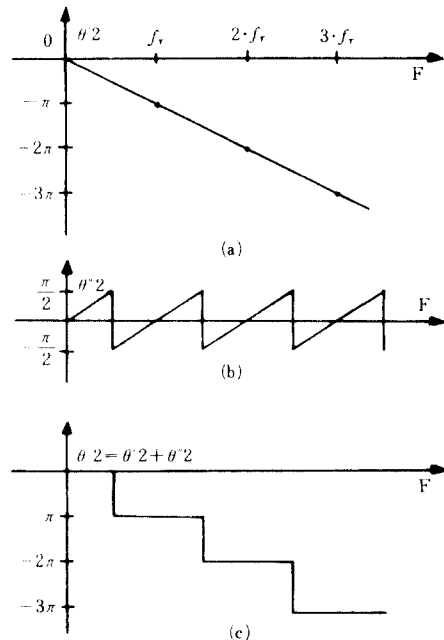


그림 3 (a) 지연소자의 위상특성,  
(b) 뉴턴파형의 위상 특성,  
(c)  $\theta_2(f)$ 의 위상 특성  
(a) The phase characteristic of delay element  
(b) The sawtooth waveform of the phase characteristic  
(c) The phase characteristic of  $\theta_2(f)$ .

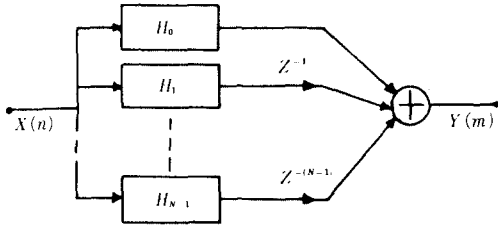


그림 4 N차 다상회로의 구조  
The structure of the polyphase network of order N.

### 3. 다상회로의 설계

식(2)의  $H(Z)$ 의 분자는  $Z$ 의 함수이고 분모는  $Z^L$ 의 전달함수로서 실현할 수 있다.

$$H(Z) = \frac{\sum_{k=0}^m a(k)Z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^n b(k)Z^{-Lk}} \quad (3)$$

식(3)에서  $a(k)$ 와  $b(k)$ 를 결정하는 방법에 따라 다상회로의 설계방법이 달라진다.

Bellanger<sup>(2),(3)</sup>는 기존의 Elliptic 필터를 변환하여 식(3)의  $a(k)$ ,  $b(k)$ 를 구하였다.

Ramstao<sup>(5)</sup>는 Remetz 및 고리즘에 의하여  $a(k)$ ,  $b(k)$ 를 구하였고 Martinetz<sup>(4)</sup>는 또 다른 방법으로  $a(k)$ ,  $b(k)$ 를 구하였다.

그러나 이러한 방법들은 필터의 차수와 특성에 따라 계산과정에서 발산하는 경우가 발생한다.

본 연구에서는 G. Detken<sup>(6)</sup>에 의하여 제안된 방법으로  $a(k)$ 를 얻고  $b(k)$ 는 기존의 Elliptic 필터를 변환하여 얻었다.

#### 3-1 $a(k)$ 를 구하는 방법

표본화율을 1:  $L$ 로 증가시키는 경우 식(3)의  $m$ 이 결정되면 참고문헌(4)를 이용하여  $a(k)$ 를 구하는 절차는 다음과 같다.

(i) 다음 식에서 함수  $A(K)$ 와  $r$ 을 구한다.

$$r = \frac{m}{2L} \quad (4)$$

$$A(k) = \frac{2}{K} \sin\left(\frac{\alpha\pi}{r}k\right) \quad \left. \begin{array}{l} \text{단, } 0 < \alpha < 1 \\ k = 0, 1, \dots, m \end{array} \right\} \quad (5)$$

$$(ii) \left. \begin{array}{l} \sum_{i=-L}^L h(ir+j)A((i-i_1)r) = A(i \cdot r + j) \\ \text{단, } j = 1, 2, \dots, r-1 \\ i_1 = -L, \dots, 0, 1, \dots, L-1 \end{array} \right\} \quad (6)$$

표 1 임펄스 응답  
Impulse response.

$k$	$H(k)$	$k$	$H(k)$	$k$	$H(k)$
1	-0.000001	20	0.060393	39	-0.158263
2	-0.005113	21	0.066882	40	-0.133913
3	-0.010053	22	0.070333	41	-0.099322
4	-0.014585	23	0.070430	42	-0.054562
5	-0.018491	24	0.066980	43	-0.000005
6	-0.021575	25	0.059928	44	0.076252
7	-0.023670	26	0.049375	45	0.160085
8	-0.024650	27	0.035571	46	0.249674
9	-0.024435	28	0.018928	47	0.342981
10	-0.022993	29	0.000000	48	0.437821
11	-0.020346	30	-0.030869	49	0.531900
12	-0.016570	31	-0.062057	50	0.622891
13	-0.011794	32	-0.092175	51	0.708502
14	-0.006197	33	-0.119783	52	0.786532

을 풀어서 임펄스 응답  $h(k)$ 를 구한다.

$$(iii) ER = A(o) - \sum_{j=-L}^L h(ir+j)A(ir+j) \quad (7)$$

에서 오차  $ER$ 을 구하고 이 값이 최소가 되도록 식(5)에서  $\alpha$ 값을 선택하여 식(6)에서 구한  $h(k)$ 를 식(3)의  $a(k)$ 로 취한다.

$L=14$ 의 경우에 식(3)에  $m=103$ 으로 위의 (i) (ii) (iii)에서 구한  $h(k)$ 의 값을 표 1과 같다.

$h(105-k) = h(k)$ 이므로  $h(53) \sim h(104)$ 는 생략하였고 식(5)에서  $\alpha=0.75$ 이었다.

이와 같은 방법에 의하여 구한  $h(k)$ 를 식(2)의  $H_n(Z^N)$ 의 분자의 계수로서 취할 수 있다.

#### 3-2 $b(k)$ 를 구하는 방법

기존의 Elliptic IIR 필터의 설계방법에서 결정된 극점을  $P_k$ 라고 하면 다음과 같은 항등식에 의하여 식(3)의  $b(k)$ 를 구할 수 있다<sup>(2)</sup>

$$\frac{1}{1 - Z^{-1}P_k} = \frac{Z^{-1} + P_k Z^{-2} + \dots + P_k^{N-1} Z^{-(N-1)}}{1 - Z^{-N}P_k^N} \quad (8)$$

여기서 통과대역 리플의 최대치  $\leq 0.1$ dB 3dB 차단주파수 3,400Hz, 차단영역 ( $\geq 3,600$ Hz) 리플은 최대 -64dB, 표본화율 112kHz인 Elliptic 필터는 8차 이상이어야 하며 쌍선형  $Z$ 변환에 의하여 구하고 식(8)에서  $P_k^{14}$ 을 표시하면 다음과 같다.

$$\left. \begin{array}{l} P_1^{14} = (P_2^*)^{14} = -0.0000005 - j0.0000001 \\ P_3^{14} = (P_4^*)^{14} = -0.0011 - j0.0129 \\ P_5^{14} = (P_6^*)^{14} = 0.2315 + j0.1147 \\ P_7^{14} = (P_8^*)^{14} = 0.3291 + j0.6551 \end{array} \right\} \quad (9)$$

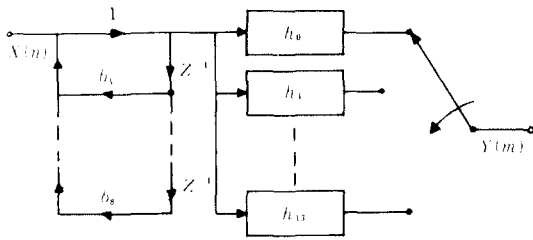


그림 5 14차 다상회로의 구조  
The structure of the polyphase network of the order 14.

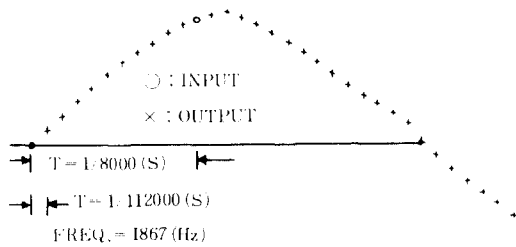


그림 6 정현파 입력(○)의 보간된 출력파형(×)  
Plots of the interpolated output(×) of a sinusoidal input(○).

4. 컴퓨터 시뮬레이션

다상회로의 구조는 그림 5와 같은  $b(k)$ 의 값은 식(3),(9)에 의하여 다음과 같이 결정된다.

$$\left. \begin{aligned} b(1) &= -1.119053 & b(2) &= -0.906742 \\ b(3) &= -0.291003 & b(4) &= 0.035379 \\ b(4) &= 0.000034 & b(6) &= 0.000006 \\ b(7) &= b(8) & &= 0. \end{aligned} \right\} (10)$$

그림 5의  $a_k$ 와  $b_k$ 는 표 1과 식(10)에서 구한 값을 넣고 8kHz의 표본화율을 갖는 정현파  $\sin(2\pi \cdot 1867 \cdot n/8000)$ 을 입력신호  $x(n)$ 으로 하여 출력  $y(m)$ 을 구한 것이 그림 6이다.

출력은 112kHz의 표본화율을 갖는 것으로  $\sin(2\pi \cdot 1867 \cdot t)$ 을 112kHz의 표본화율로 샘플링한 값과 1%이내의 오차를 나타내었다.

5. 다상회로의 보간성능에 대한 평가

다상회로의 보간성능을 평가하기 위하여 그림 7과 같은 시스템을 가정하여 오차신호를 다음 식으로 표시한다.

$$e(m) = y(m) - x(m) \quad (11)$$

식(11)에서  $x(m)$ 의 보간을 행하지 않은 원래의

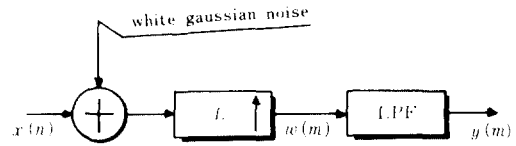


그림 7 보간성능 평가 시스템  
Evaluating system of interpolating characteristics.

```

SUBROUTINE GAUSS(JY,S,AM,V)
A=0.
DO 50 J=1,12
JY=-12*(JY-1)-J
SP=RND(JY)
50 A=A+SP
V=(A-6.4)*S+AM
V=V/0.420230865
RETURN
END
    
```

그림 8 백색 가우시안 잡음 발생을 위한 부 프로그램  
Subroutine program for white gaussian noise generator.

아날로그 신호의 표본화율을  $y(m)$ 과 같도록 한 것이다.

그림 7에서 white gaussian generator는 표본화율이 0.05, 자기상관계수가 최대  $0.8 \times 10^{-5}$ , 평균이  $0.7 \times 10^{-6}$ 인 부 프로그램(그림 8)을 이용하였다.

식(11)에서 구한  $e(m)$ 을 개공의 평균치  $E[e^2(m)]$ 으로 하여 보간의 성능평가기준을 다음과 같이 식으로 잡음비로서 취할 수 있다.

$$SNR = 10 \log_{10} \{ E[x^2(m)] / E[e^2(m)] \} \quad (12)$$

표 2는 Elliptic 8차 IIR 필터를 Oetken의 103차 FIR 필터를 각각 그림 7에 의하여 그림 5의 다상회로에 대하여 2,500개의 표본치로서 식

표 2 보간과정에서 발생한 SNR  
SNR generated in interpolation process.

Noise power	IIR interpolator	Oetken's interpolator	IIR/FIR interpolator
0.0	23.626862	28.685966	30.367378
0.01	23.466076	28.006779	29.375553
0.03	22.289875	24.62064	25.795361
0.05	20.588161	22.426659	22.632591
0.07	18.862189	18.917896	20.169041
0.09	17.284313	16.916584	18.203049
	(dB)	(dB)	(dB)

(12)에 대한 컴퓨터의 계산결과이다.

표 1의 계산에 사용한 그림 5와 그림 7의 입력 신호는  $\sin(2\pi \cdot 1867t)$ 에 대한 표본치이며 사용한 컴퓨터는 PRIME이다.

## 6. 결 론

이산신호의 보간방법으로 FIR필터와 IIR필터를 독립적으로 설계하여 결합한 다상회로를 설계하였다.

여기서 설계된 다상회로는 보간과정에서 발생하는 오차로 인한 SNR값이 FIR보간 필터 방법과 IIR보간 필터 방법보다 큰 값을 가짐이 확인되었다.

## 参 考 文 献

(1) R. E. Crochiere and L. R. Rabiner, "Interpolation and decimation of digital signals-A tutorial review," *Proc. IEEE*,

vol. 69, no. 3, pp. 300-331, Mar. 1981.

- (2) M. G. Bellanger and J. L. Daguët, "TDM/FDM transmultiplexer: Digital polyphase and FFT," *IEEE Trans. Comm.*, vol. COM-22, no. 9, pp. 1199-1205, 1974.
- (3) M. G. Bellanger, G. Bonnert, and M. Coudreuse, "Digital filtering by polyphase network: Application to sample-rate alteration and filter banks," *IEEE Trans. Acou., Speech, and Sig. Proc.*, vol. ASSP-24, no. 2, pp. 109-114, April 1976.
- (4) H. G. Martinez and T. W. Parks, "A class of infinite-duration impulse response digital filters for sampling rate reduction," *IEEE Trans. Acou., Speech and Sig.*, vol. ASSP-27, no. 2, pp. 154-162, April 1979.
- (5) T. A. Ramstao, "Digital two-rate IIR and hybrid IIR/FIR filters for sampling rate conversion," *IEEE Trans. Comm.*, vol. COM-30, no. 7, pp. 1446-1476, July 1982.
- (6) G. Detken, T. W. Parks, and H. W. Schussler, "New results in the design of digital interpolators," *IEEE Trans. on Acou., Speech, and Sig.*, vol. ASSP-23, no. 3, pp. 301-309, June 1975.



朴鍾演 (Chong yeun PARK) 正會員  
1951年 2月23日生  
1969年 3月~1973年 2月: 高麗大學校電  
子工學科  
1978年 3月~1980年 2月: 慶北大學校大  
學院電子工學  
科(工學碩士)  
1980年 3月~現在: 慶北大學校大學院電  
子工學科博士課程在  
學中

1974年 4月~1977年 2月: 韓國科學技術研究所電子工學部  
1980年 3月~現在: 蔚山工科大学電氣및電子工學科助教授