

論 文

軸과 垂直方向으로 運動하는 프라즈마円柱에  
의한 平面電磁波의 散亂

正會員 具 然 健\*

Electromagnetic Scattering by a Plasma Column  
Moving in the Perpendicular Direction to Its Axis

Yeon Geon KOO\*, Regular Member

**要 約** 等方性프라즈마円柱가 軸에 수직인 방향으로 일정한 속도로 운동할 때 Lorentz 변환식, 境界條件에 의해 임의의 角度로 入射하는 平面電磁波에 대한 散亂界, 全散亂斷面積, 散亂電力角度分布, 레이더斷面積을 프라즈마円柱의 운동속도, 平面波의 入射角의 關係를 數式으로 유도하고 入射波가 H波인 경우가 E波보다 散亂界에 영향이 많이 있음을 발견하였다.

**ABSTRACT** Scattering of obliquely incident plane electromagnetic waves by an isotropic plasma column which is moving uniformly in the perpendicular direction to its axis is treated analytically on the basis of Lorentz transform and boundary conditions. The scattered field, the total scattering cross-section, the radar cross-section, and the angular distribution of the scattered power for the incident plane waves polarized arbitrarily are derived to find the function of the moving velocity of the plasma column and of the angle of the incident plane waves and to find the scattered field of the H-waves more distinguishable than the E-waves.

1. 緒 論

電磁波의 散亂問題는 태양의 코로나現象, 은하계의 移動狀態등의 우주계의 연구 등 많은 應用分野에 이용되고 있기 때문에 근래에 많은 연구가 이루어지고 있다. 散亂體가 均質인 경우 球, 円柱, 楕圓體等 여러 가지 모형에 대해 靜止系에서 散亂界를 誘起된 表面電流에 대한 積分方程式<sup>(1)</sup>, Hankel함수의 無限級數<sup>(2)</sup>, Unitmoment法<sup>(3)</sup>에 의해 검토되었다. 運動系에서는 T. Shiozawa

가 Maxwell方程式의 公分散(covariance)과 位相의 不變性을 利用하여 球型 散亂體가 均質의 도체, 유전체, 프라즈마인 경우 入射波와 같은 方向으로 운동할 때 散亂電力의 角度分布를 검토하였고<sup>(4)</sup> 완전도체, 유전체円柱가 軸과 수직방향으로 운동할 때 Lorentz 변환식을 기초로 하여 散亂電力의 角度分布, 레이더斷面積<sup>(5)</sup>을, 프라즈마円柱가 軸방향으로 운동할 때 Maxwell-Minkowski方程式을 利用하여 平面波의 入射角, 散亂體의 운동속도의 변화에 대한 後方散亂斷面積을 해석하였다<sup>(7)</sup>. C. Yeh는 誘電體板이 板面에 수직, 평행으로 운동할 때 투과, 반사, 회절을 운동속도와 입사각에 따라 검토하고<sup>(8),(9)</sup> 軸방향으로 일정한 속도로 운동하고 있는 프라즈마円柱에 임의의 角으로 입사한 平面電磁波의 散亂을 Lorentz 변환식

\* 弘益大學校 電子工學科  
Dept. of Electronic Engineering Hongik University,  
Seoul, 121 Korea  
論文番號: 83-03 (接受 1983. 1. 19)

과 Maxwell方程式을 기초로 하여 境界條件에 의해 散亂電磁界의 振幅係數를 구하고 프라즈마円柱의 半徑를 波長에 比한 크기 ( $ka$ ), 運動速度, 微分散亂(differential scattering)에너지를 해석하였다<sup>10</sup>.

본 논문에서는 프라즈마円柱가 軸에 수직방향으로 일정한 速度로 運動할 때 Lorentz 변환식, 境界條件에 의해 임의의 角으로 입사하는 平面電磁波에 대한 散亂電磁界를 (1)프라즈마円柱가 運動할 때 프라즈마分布의 변화가 없고, (2)프라즈마円柱의 表面이 Rayleigh criterion<sup>10</sup>을 만족하고, (3)入射波의 波長에 비하여 프라즈마円柱의 半徑이 작다고 가정하여 冷프라즈마의 比誘電率  $\epsilon_r$ 이 Doppler周波數  $\omega'$  즉 運動速度와 電磁波의 入射角의 函數이므로 電磁波의 入射角, 散亂體의 運動速度에 대한 散亂電力角度分布, 全散亂斷面積, 레이더斷面積을 계산 고찰하였다.

2. 理 論

(1) 運動系에서 프라즈마 円柱에 의한 散亂電磁界

그림 1과 같이 프라즈마円柱의 軸이 z軸 방향으로 놓여 있고 運動方向이 x軸方向이라 하면 靜止系 P에서 電界 E, 磁界 B, 四次元 波벡터  $(k_x, k_y, k_z, j\frac{\omega}{C})$ 와 運動系 P'에서 電界 E', 磁界 B', 四次元波벡터  $(k'_x, k'_y, k'_z, j\frac{\omega'}{C})$ 의 관계는 Lorentz 변환식에 의해<sup>(5)</sup>

$$\left. \begin{aligned} E'_x &= E_x & B'_x &= B_x \\ E'_y &= \gamma(E_y - vB_z) & B'_y &= \gamma\left(B_z + \frac{v}{C}E_x\right) \end{aligned} \right\} (1)$$

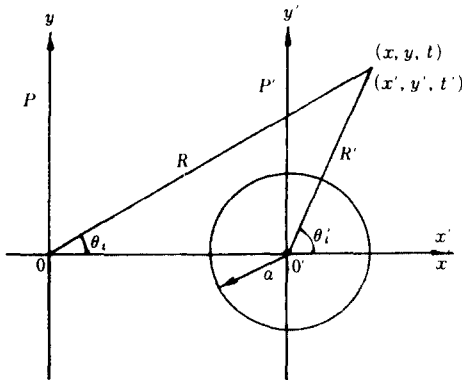


그림 1 좌표계 Geometry.

$$\left. \begin{aligned} E'_z &= \gamma(E_y + vB_x) & B'_z &= \gamma\left(B_y - \frac{v}{C}E_x\right) \\ k'_x &= \gamma\left(k_x - \beta\frac{\omega}{C}\right) \\ k'_y &= k_y \\ k'_z &= k_z \\ \omega' &= \gamma(\omega - \beta C k_x) \end{aligned} \right\} (2)$$

이다. 단,  $v$ 는 散亂體의 運動速度,  $C$ 는 光의 速度,  $\gamma = \left\{1 - \left(\frac{v}{C}\right)^2\right\}^{-\frac{1}{2}} = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$ 이다.

運動系 P'에서 入射波가 H波이면 円筒座標系에서 入射波는 波動方程式의 解이어야 하고  $\phi, z$  성분의 변화율은 값을 갖지 않는 二次元을 고려하면

$$\left. \begin{aligned} H'_{iz} &= H'_{i0} \exp\{-j(k'_x x' + k'_y y' - \omega' t')\} \\ &= H'_{i0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k'_o r') \exp(-j\omega' t') \end{aligned} \right\} (3)$$

$$E'_{iz} = 0$$

이다. 단  $J_n$ 은  $n$ 次Bessel함수이다. 散亂波는 境界조건에 의하여 구하면

$$\begin{aligned} H'_{sz} &= H'_{i0} \sum_{n=0}^{\infty} C'_n Z_n(k'_o R') \exp\{j n(\theta' - \theta'_i)\} \\ &\quad \exp\{j(\omega' t')\} \end{aligned} \quad (4)$$

이다. 단,

$$\begin{aligned} Z_n(k'_o R') &= A J_n(k'_o R') + B N_n(k'_o R') \\ \theta' - \theta'_i &= \phi' \end{aligned}$$

이다.  $Z_n$ 은 일반적인 Bessel함수이고  $N_n$ 은 Neumann함수이다. 이를 Sommerfeld의 輻射條件<sup>(6), (11)</sup>을 적용하면  $A + jB = 0$ 이 얻어지므로 (4)는

$$\begin{aligned} H'_{sz} &= H'_{i0} \sum_{n=0}^{\infty} C'_n H_n^{(1)}(k'_o R') \exp\{j(n\phi' - \omega' t')\} \\ &= H'_{i0} \sum_{n=0}^{\infty} C'_n H_n^{(1)}(k'_o R') \cos n\phi' \\ &\quad \exp(-j\omega' t') \end{aligned} \quad (5)$$

$$E'_{sz} = 0$$

와 같이 된다. 단,  $H_n^{(1)}$ 은 제 1종Hankel함수  $\hat{n} \cdot \hat{x} = \cos \theta_i$

$$\left. \begin{aligned} H'_{i0} &= \gamma(1 - \beta \cos \theta_i) H_{i0} \quad (H_{i0} \text{는 靜止系에서 H波의 Z성분初期値}) \\ k'_{ix} &= \gamma(\cos \theta_i - \beta) k_o \\ k'_{iy} &= k_o \sin \theta_i \\ \omega' &= \gamma(1 - \beta \cos \theta_i) \omega \\ \cos \theta'_i &= (\cos \theta_i - \beta) / (1 - \beta \cos \theta_i) \\ \sin \theta'_i &= \sin \theta_i / \gamma(1 - \beta \cos \theta_i) \\ R' &= \gamma(1 - \beta \cos \theta) R \end{aligned} \right\} (6)$$

이고  $C_n'$ 을 프라즈마円柱의 表面( $r=a$ )에서 境界 條件을 이용하여 구하면<sup>(1)</sup>

$$C_n' = -\nu_n j^n \frac{J_n'(k_0 a) J_n(k_i a) - \left(\frac{\mu_r}{\epsilon_r}\right) J_n(k_i' a) H_n^{(1)}(k_0' a) - \left(\frac{\mu_r}{\epsilon_r}\right) J_n(k_0' a) J_n'(k_i' a)}{J_n(k_0' a) H_n^{(1)}(k_0' a) - \left(\frac{\mu_r}{\epsilon_r}\right) J_n(k_i' a) J_n'(k_i' a)} \quad (7)$$

$\nu_n$ : Neumann 인수  $\nu_0=1, \nu_n=2 (n \geq 1)$

이다. 단  $k_i' = k_0' (\epsilon_r \mu_r)^{\frac{1}{2}} = \omega' (\epsilon_0 \mu_0)^{\frac{1}{2}} (\epsilon_r \mu_r)^{\frac{1}{2}}$  이다.

計算을 쉽게 하기 위하여  $k_i' a \ll 1, k_0' a \ll 1$  이라 가정하면 식(5)를 静止系  $P$ 에서 散亂波로 환산하면

$$\begin{cases} H_{sz} = -H_{i0} \frac{(k_0 a)^2}{2} \gamma \left(\frac{j\pi}{2kR}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{(1-\beta \cos \theta_i)^{\frac{1}{2}}}{(1-\beta \cos \theta)^{\frac{1}{2}}} \\ * \exp |j(k_s R - w_s t)| \times \left(1 - u_r - 2D \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1}\right) \\ E_{sz} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

이고 雙對性에 의해 入射波가 E波인 경우는

$$\begin{cases} E_{sz} = -E_{i0} \frac{(k_0 a)^2}{2} \gamma \left(\frac{j\pi}{2k_0 R}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{(1-\beta \cos \theta_i)^{\frac{1}{2}}}{(1-\beta \cos \theta)^{\frac{1}{2}}} \\ \exp |j(k_s R - w_s t)| \times \left(1 - \epsilon_r - 2D \frac{u_r - 1}{u_r + 1}\right) \\ H_{sz} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

이다. 단,  $D = \cos \phi' = \frac{(\cos \theta_i - \beta)(\cos \theta - \beta) + \frac{r^2 \sin \theta_i \sin \theta}{(1-\beta \cos \theta)}}{(1-\beta \cos \theta_i)}$ ,  $k_s = \omega_s (u_0 \epsilon_0)^{\frac{1}{2}}$ ,  $\omega_s = \frac{1-\beta \cos \theta_i}{1-\beta \cos \theta}$

$\omega$ 이다.

### (2) 散亂斷面積, 레이다斷面積

全散亂斷面積  $\sigma_t$ 와 微分散亂角度分布(differential scattering width)  $\sigma(\theta)$ 는 運動系  $P'$ 에서

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \int \sigma(\theta) d\theta \\ &= \int \frac{|W_s|}{|W_i|} R (1-\beta \cos \theta) d\theta \end{aligned} \quad (10)$$

의 관계가 있다. 단,  $|\bar{W}_s| = \frac{1}{2} \eta_0 H_{sz}^2$ ,  $|\bar{W}_i| = \frac{1}{2} \eta_0$

$H_{i0}^2$ ,  $\eta_0 = (u_0 / \epsilon_0)^{\frac{1}{2}}$  이다. 따라서 H波, E波가 入射할 때 全散亂斷面積  $\sigma_{Ht}$ ,  $\sigma_{Et}$ 와 散亂電力角度分布  $\sigma_H(\theta)$ ,  $\sigma_E(\theta)$ , 레이다斷面積  $\sigma_{Hr}$ ,  $\sigma_{Er}$ 은 식(8), 식(9)을 식(10)에 代入하여 정리하면

$$\left(\frac{\sigma_{Ht}}{\sigma_{Et}}\right) = \frac{\pi^2}{4} (k_0 a)^2 \frac{(1-\beta \cos \theta_i)^5}{(1-\beta^2)} \left[ \left(\frac{1-u_r}{1-\epsilon_r}\right)^2 - 2$$

$$\begin{aligned} &\left(\frac{1-u_r}{1-\epsilon_r}\right) \left(\frac{\epsilon_r-1}{u_r-1}\right) \frac{\cos \theta_i - \beta}{1-\beta \cos \theta_i} \beta \\ &+ 2 \left(\frac{\epsilon_r-1}{u_r-1}\right) \left(\frac{\cos \theta_i - \beta}{1-\beta \cos \theta_i}\right)^2 + 2 \\ &\left(1-\beta^2\right) \left(\frac{\epsilon_r-1}{u_r-1}\right) \left.\right] \frac{\sin^2 \theta_i}{(1-\beta \cos \theta_i)^2} \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sigma_{Hr}}{\sigma_{Er}}\right) &= \frac{\pi}{8} (k_0 a)^2 a \gamma^2 \left[1 - \left(\frac{u_r}{\epsilon_r}\right) - 2D \right. \\ &\left. \left(\frac{\epsilon_r-1}{u_r-1}\right) \right]^2 \frac{(-\beta \cos \theta_i)^2}{(1-\beta \cos \theta)^2} \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sigma_{Hr}}{\sigma_{Er}}\right) &= \frac{\pi^2}{4} (k_0 a)^2 a \gamma^2 \left[1 - \left(\frac{u_r}{\epsilon_r}\right) - 2 \left(\frac{\epsilon_r-1}{u_r-1}\right) \right. \\ &\left. \left(\frac{\beta^2 \sin^2 \theta_i - \gamma^2}{\beta^2 \sin^2 \theta_i + \gamma^2}\right) \right]^2 \frac{(1-\beta \cos \theta_i)^5}{(1+\beta \cos \theta_i)^2} \quad (13) \end{aligned}$$

을 얻는다.

### 3. 計算檢討

等方性冷프라즈마媒質에서 比誘電率  $\epsilon_r$ , 比透磁率  $\mu_r$ 은

$$\begin{cases} \epsilon_r = 1 - (\omega_p / \omega')^2 \\ = 1 - \frac{\omega_p}{\gamma(1-\beta \cos \theta_i)\omega} \end{cases} \quad (14)$$

$\mu_r \approx 1$

이다. 단  $\omega_p$ 는 프라즈마周波數이다. 식(14)를 식(11), (12), (13)에 代入하고 Dipole형의 單一共振이 일

어날 수 있도록  $\omega_p / \omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$ <sup>(7), (10)</sup>로 하고 運動速度, 入射각에 의한 因子만을 고려하여 正規化하면

$$\sigma_{Ht} = \frac{2(1-\beta^2)^2 (1-\beta \cos \theta_i)^3}{|4(1-\beta \cos \theta_i)^2 - (1-\beta^2)|^2} \left\{ \frac{(\cos \theta_i - \beta)^2}{1-\beta^2} + \sin^2 \theta_i \right\} \quad (11' - a)$$

$$\sigma_{Et} = \frac{(1-\beta \cos \theta_i)}{4(1-\beta^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (11' - b)$$

$$\sigma_H(\theta) = \frac{4(1-\beta^2)(1-\beta \cos \theta_i)^2}{(1-\beta \cos \theta)^4}$$

$$\left\{ \frac{(\cos \theta_i - \beta)(\cos \theta - \beta) + (1 - \beta^2) \sin \theta \cos \theta_i}{4(1 - \beta \cos \theta_i)^2 - (1 - \beta^2)} \right.$$

(12' - a)

$$\sigma_E(\theta) = \frac{(1 - \beta \cos \theta_i)}{4(1 - \beta \cos \theta)^2}$$

(12' - b)

$$\sigma_{Hr} = \frac{(1 - \beta \cos \theta_i)^5}{(1 + \beta \cos \theta_i)^2} \left\{ \frac{-(1 - \beta^2)}{2(1 - \beta \cos \theta_i)^2 - (1 - \beta^2)} \right.$$

$$\left. \cdot \frac{\beta^2 \sin^2 \theta_i - (1 - \beta^2)}{\beta^2 \sin^2 \theta_i + (1 + \beta^2)} \right\}^2$$

(13' - a)

$$\sigma_{Er} = \frac{(1 - \beta^2)(1 - \beta \cos \theta_i)}{4(1 + \beta \cos \theta_i)^2}$$

(13' - b)

와 같이 표시할 수 있고 각각을 도시하면 다음과 같다.

그림 2는 相對速度의 변화에 대한 全散亂斷面積을 도시한 것으로 波의 入射角이 0이면 H波의 경우는 12dB, E波는 5dB의 변화가 있지만 入射角이  $\pi/2$ 이면 1dB, 2dB의 변화가 있어 프라즈마柱의 運動速度가 변화하여도 入射角이  $\pi/2$  이면 큰 변화가 없음을 보여 주고 있다. 가장 큰 변화는 入射波벡터와 運動方向이 일치할 때임을 알 수 있다. 그림 3은 H波의 入射角의 변화에 대한 散亂電力角度分布를 도시한 것으로 프라즈마柱가 運動하는 방향과 入射波의 入射方向이 같은 경우 相對速度가 0에서 0.3으로 증가하면 對稱的인 Dipole형의 電力分布는 非對稱的이 되며 運動방향에서 7dB의 증가가 생기고 運動 반대방향에서는 1dB의 감소가 생긴다. 프라즈마柱의 運動방향과 수직방향에서 波가 入射하면 Dipole형의 電力分布는 波의 入射方向에서는 약간 감소하며 運動방향으로 약간 傾斜가 생기고 入射反對方向에서는 電力分布는 증가하며 運動방향으로 더 큰 傾斜가 생기는 것을 알 수 있다. 그림 4는 E波가 入射한 경우 散亂電力角度分布를 相對速度, 入射角에 대하여 도시한 것으로 電力分布는 円形이고 프라즈마柱의 運動방향으로 中心의 위치가 변하며 入射角이 변하면 散亂電力分布가 靜止狀態에서 보다 작은 円形에서 큰 円形으로 변함을 보여주고 있다. 그림 5는 레이더斷面積을 相對速度, 入射波의 入射角의 變化를 도시한 것으로 H波의 경우는 入射角이 0이면 單一共振形이 되지만  $\pi/2$ 로 증가시키면 複共振이 일어나고 E波는 入射角이 0이면 相對速度가 負이면 正지하였을 때에 비하여 7dB 정도 감소하고 相對速度가 正이면 2.5dB 정도 증가하지만 入射角이 변하면 正지하였을 경우

#### 4. 結 論

벡터電磁界, 波의 四次元벡터 등에 대한 Lorentz 변환을 하여 等方性프라즈마円柱가 軸에 수직인 방향으로 運動할 때 散亂電磁界, 散亂電力角度分布, 全散亂斷面積, 레이더斷面積을 數式化하고 數值計算을 하였다. 그런데 프라즈마柱에 의한 散亂이 산란체의 運動速度, 平面波의 入射角에 따라 크게 변화함을 이용하여 프라즈

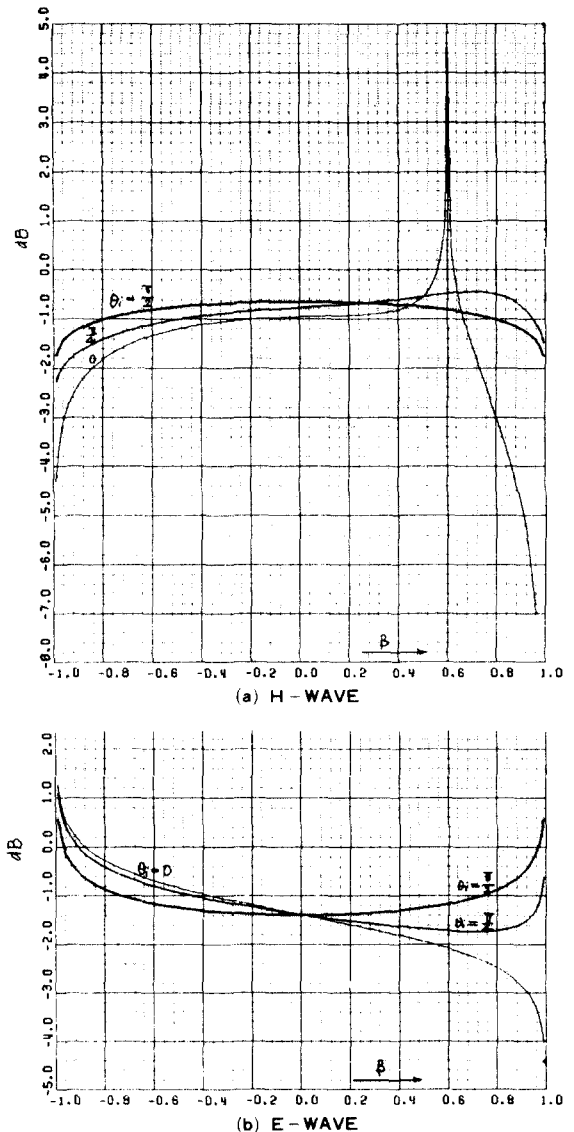


그림 2 全散亂斷面積 - 相對速度  
Scattering cross-section.

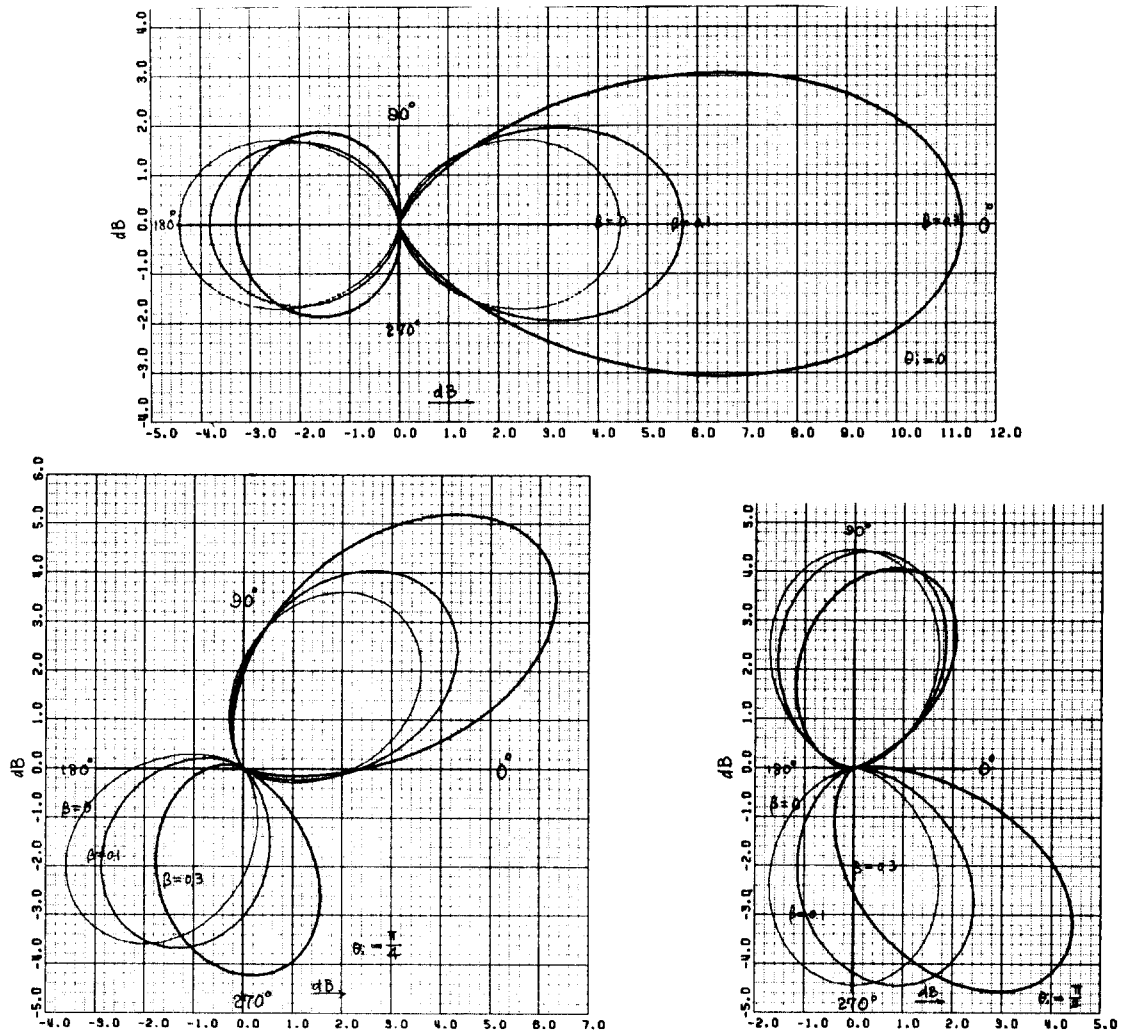


그림 3 散亂電力角度分布 (H-波)  
Power angle distribution (H-wave).

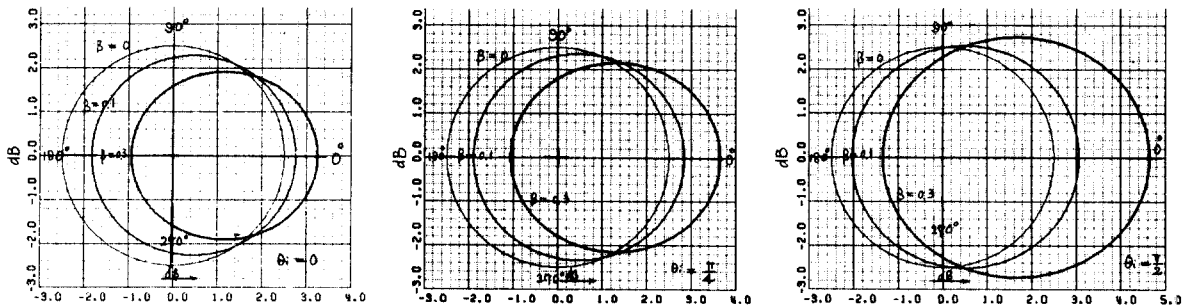


그림 4 散亂電力角度分布 (E-波)  
Power angle distribution (E-wave).

매질 的 運動 狀態 를 E 波 에 의 한 散亂 界 보 다 H 波 에 의 한 散亂 界 가 變 化 율 이 크 므 로 H 波 를 이 용 하 여 觀 察 할 수 있 다 고 생 각 된 다.

謝 辭

값 진 助 言 과 指 導 를 하 여 주 신 仁 荷 大 學 校 崔 炳 河 教 授 께 감 사 를 드 립 니 다.

參 考 文 獻

- (1) K. K. Mei and I. G. van Bladel, "Scattering by perfectly-conducting rectangular cylinders," IEEE Trans. Ant. Propagat., vol. AP-11, pp. 185-192 Mar. 1963.
- (2) P. C. Waterman, "Matrix formulation of electromagnetic scattering," Proc. IEEE, vol. 53, pp. 805-812, Aug. 1965.
- (3) K. K. Mei, "Application of the unimoment method to electromagnetic scattering of dielectric cylinders," IEEE Trans. Ant. Propagat. vol. AP-24, no. 1, Jan. 1976.
- (4) T. Shiozawa, "Electromagnetic scattering by a moving small particles," J. of Applied physics, vol. 39, no. 7, June 1968.
- (5) T. Shiozawa, "Electromagnetic scattering by a moving circular cylinder," 日本電子通信學會誌, pp. 141-147, 昭43-69 [B-26]
- (6) L. B. Felsen and N. Marcuvitz, "Radiation and scattering of waves," Prentice-Hall, 1973.
- (7) T. Shiozawa, "Electromagnetic scattering by an infinitely long cylinder moving along its axis," 日本電子通信學會誌, pp. 361-367, 昭 45-851(B-321)
- (8) C. Yeh, "Reflection and transmission of electromagnetic waves by a moving plasma medium," J. of Applied Phys, vol. 37, no. 8, July. 1966.
- (9) C. Yeh, "Reflection and transmission of electromagnetic waves by a moving dielectric medium," J. of Applied Phys. vol. 36, no. 11, Nov. 1965.
- (10) C. Yeh, "Scattering obliquely incident microwaves by a moving plasma column," J. of Applied phys. vol. 40, no. 13, Dec. 1969.
- (11) J. R. Mentzer, "Scattering and diffraction of radio waves," Pergamon Press, 1955.

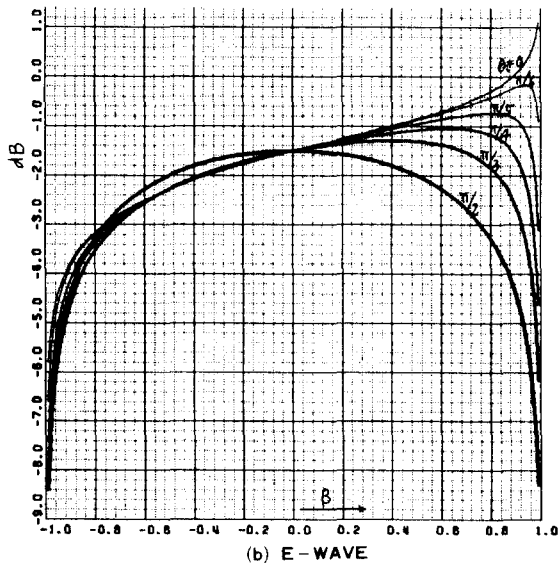
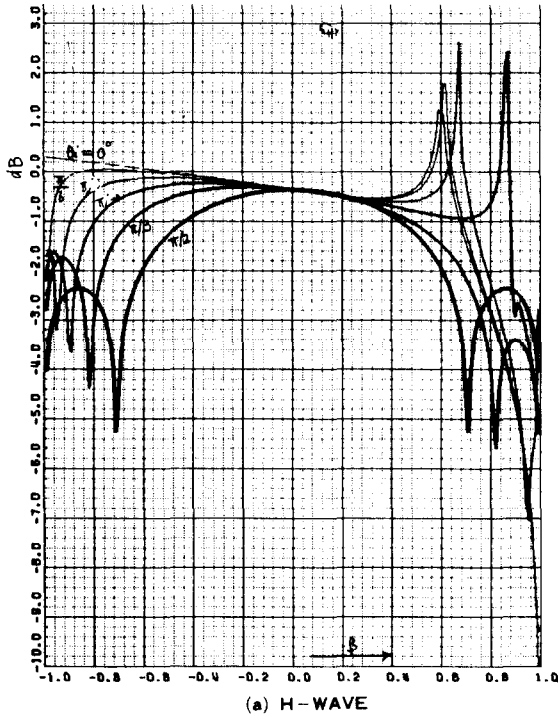


그림 5 레이더斷面積  
Radar cross-section.



具 然 健 (Yeon Geon KOO) 正 會 員  
1939年 3月 29日 生  
1965年 2月 : 서울 大 學 校 電 氣 工 學 科 卒 業  
1967年 2月 : 서울 大 學 校 電 子 工 學 科 卒 業  
1976年 2月 : 建 國 大 學 校 大 學 院 卒 業  
1967年 6月 ~ 1973年 8月 : 電 波 管 理 局,  
韓 國 電 氣 通 信  
研 究 所 勤 務  
1974年 9月 ~ 1979年 2月 : 檀 國 大 學 校 電  
子 工 學 科

1979年 3月 ~ 現 在 : 弘 益 大 學 校 電 子 工 學 科 副 教 授