

〈論 文〉

Sparse 行列을 利用한 增幅回路의 最適 設計에 關한 研究

(A Study on the Optimization Design for Amplification Circuit using Sparse Matrix)

姜 順 德* · 馬 敬 姬**
(Kang, Soon Duk) (Ma, Kyung Hee)

(접수일자 80. 12. 10)

要 約

크고 複雜한 線形回路方程式을 갖는 큰 계통의 回路를 解析하기 위해서는 매우 많은 記憶容量과 時間이 必要하다. 이러한 記憶容量과 계산 時間을 줄이기 위해서 본 論文에서는 Sparse 行列을 利用하여 增幅回路의 最適 設計을 하였다.

ABSTRACT

The computerized analysis of complicated circuits requires large memory capacity and considerable length of time.

In order to enhance the efficiency of memory capacity and the executing time, Sparse Matrix is applied to the solution of simultaneous equations required for the analysis of amplification circuit.

The optimization Subroutine, FMFP is utilized for the decision of optimum element parameters of an equalizer amplifier.

I. 序 論

큰규모의 系統이나 回路網을 解析하는 데 있어서 連立線形回路網方程式의 각 係數에 대한 行列의 逆行列을 구하지 않으면 안 된다.^{1),2)} 그러나 이 行列의 要素의 대부분이 zero로 되어 있을 때 行列을 反轉하는 것은 時間, 記憶容量, 사사오입(round-off)誤差 면에서 생각해 볼때 비능률적이다. 이것을 Sparse 行列法³⁾을 利用하여 돌면 計算時間을 줄이고, 記憶容量을 감소시키며, 사사오입誤차를 줄일 수 있다.^{2),9)}

本 研究에서는 Sparse 行列, 그 自體가 가지고 있는 뜻과 같이 行列을 이루고 있는 成分의 大部分이 zero

인 項과 zero가 아닌 項으로 이루어지고 있지만, 大部分의 成分, 即, 行列을 이루고 있는 成分들이 zero를 많이 포함하고 있는 형태로 이루어져 있기 때문에 이러한 行列을 計算하는데 있어 zero인 項과 zero가 아닌 項만 計算함으로써, 우리가 原하는 實行時間 및 記憶 容量을 最大限으로 줄여, 回路를 最適設計^{3),6),7)}하는 프로그램에 適用⁸⁾하였다.

II. Sparse 行列

크고 複雜한 回路를 해석하는 方法에는^{1),4)} 여러가지가 있으나, 그 方法들은 많은 實行 時間과 記憶 容量을 必要로 하고 번거롭고 많은 演算을 하고 또한 사사

* 慶南大學, 正會員

** 高大大學院 電子工學科, 正會員

오입誤差가 생기므로 이것을 Sparse 行列法을 利用하여 풀면 記憶容量이 줄어들고 時間을 節約할 수 있다.⁷⁾

가) Sparse 行列로 直接解를 求하는 方法;

行列을 Sparse 하게 만들기 爲해서는 ①, ②, ③과 같다.

① 任意的 回路의 마디數를 定할때; 마디數를 가장 適切하게 配列함으로써, 行列의 要素들이 對角線을 中心으로 그 주위에 zero가 아닌 값들이 많이 모여 있을수록 좋고, zero가 많이 있도록 배열하는 것이 좋다.

이러한 配列法²⁾은 마디와 마디 사이로 連結되는 가지數가 가장 적은 數를 갖는 것부터 마디 番號를 定해준다.

다음과 같은 그림 1의 回路網에 配列法을 適用하면 그림 2, 그림 3과 같이 된다.

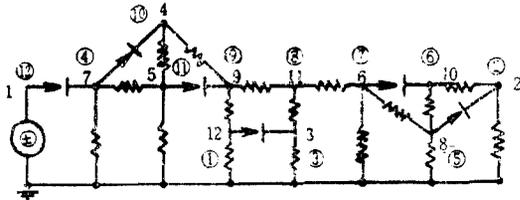


그림 1. 回路網

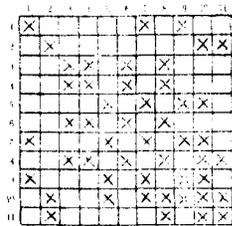


그림 2. 마디番號를 最適狀態로 定하지 않았을 때

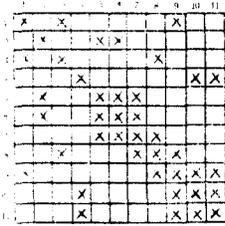


그림 3. 마디番號를 最適狀態로 定했을 때

② Sparse 行列 計算을 하기 爲하여; LU 因數分解 (Factorization) 方法^{8), 9)}

LU 因數分解의 一般 式은,

$$LUX = b \quad (1)$$

와 같다. 式(1)을 풀기 爲해서는, LY=b, UX=Y의 順序로 되는데, Y는 未知數 벡터이다.

任意的 行列 A가 (2)의 形態를 가질 때 이의 逆行列 A⁻¹는 (3)와 같고 L과 U의 形態는 (4), (5)이다.

$$A = \begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} \quad (2) \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$L = \begin{bmatrix} \times & & & \\ \times & \times & & \\ \times & \times & \times & \\ \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} \quad (4) \quad U = \begin{bmatrix} 1 & \times & & \\ & 1 & \times & \\ & & 1 & \times \\ & & & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

以上에서 ×는 zero가 아닌 任意的 數를 나타낸다. U는 3 角形 行列(triangular matrix)中, 對角線을 中心으로 하여, 위쪽은 zero가 아닌項으로 이루어져 있고, 아래쪽은 모두 zero인 形態를 갖는다(upper triangular matrix).

L은 對角線을 基準으로 하여 위쪽은 zero인 項으로, 아래쪽은 zero가 아닌 項으로 이루어져서 (6)과 같은 形態로 된다(lower triangular matrix)

$$\begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} & \dots & l_{1n} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} & \dots & l_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(6)의 行列을 풀기 爲하여 必要한 統演算 施行數 Nf(n)은

$$Nf(n) = \frac{n^3}{3} + n^2 - \frac{n}{3}$$

이다.

③ Sparse 行列을 3 角形 行列로 만들어 計算; (CROUT'S ALGORITHM SHORT METHOD): 이 方法은 對角線을 基準으로 3 角形 行列모양을 이루고 있는 成分中, 윗 部分(upper)中, zero가 아닌 項만을 골라서 計算하므로 演算 時間을 많이 短縮할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} & 0 \\ 0 & a_{22}a_{23} & 0 \\ a_{31}a_{32}a_{33} & a_{34} \\ a_{41}a_{42}a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b \end{bmatrix} \quad (7)$$

A 行列의 모양을 3 角 行列의 形態로 바꾸는 法은 (8)과 ...

$$A = \begin{bmatrix} l_{11} & & & \\ (1) & & & \\ \vdots & & & \\ \text{成分값을 그대로 쓴다} & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (2) \ l_{11} \text{으로 나눈다} \\ (3) \ a_{i1} \text{로부터} \\ l_{i1}U_{i1} \text{를 뺀다.} \\ a_{22} \ l_{21}U_{12} \end{bmatrix} \quad (8)$$

그러므로 (7), (8)과 같은 過程을 거쳐

$$\begin{bmatrix} a'_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a'_{22} & 0 & 0 \\ a'_{31} & a'_{32} & a'_{33} & 0 \\ a'_{41} & a'_{42} & a'_{43} & a'_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & a'_{12} & a'_{13} & 0 \\ 0 & 1 & a'_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a'_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b'_1 \\ b'_2 \\ b'_3 \\ b'_4 \end{bmatrix}$$

(9)

이 된다. (9)에서 U 行列과 벡터 成分 X를 곱하여, b'의 값이 되므로, 여기서 X₄=b'₄이 된다. 이 값을 逆으로 代入해 나가면서 벡터 X값 모두를 求할 수 있다.

나) Sparse 行列의 프로그램 方法

本 論文에서는 直接解를 求하기 前까지의 過程이 프

로그래의 主프로그램이 되고, 直接解를 求하는 過程은 附錄 프로그램 中, Subroutine SHOME를 말한다. Sparse 行列의 處理 過程(Flowchart)은 그림 4과 같다.

Ⅲ. 最適 設計의 實際 例

最適 設計 프로그램의 過程(Flowchart)은 그림 5

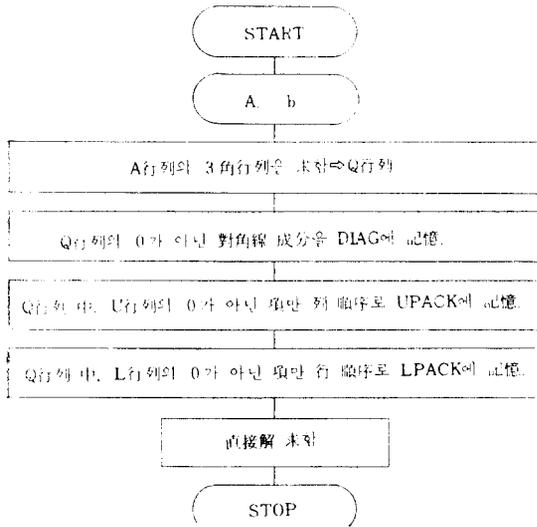


그림 4(Sparse 行列의 Flow Chart)

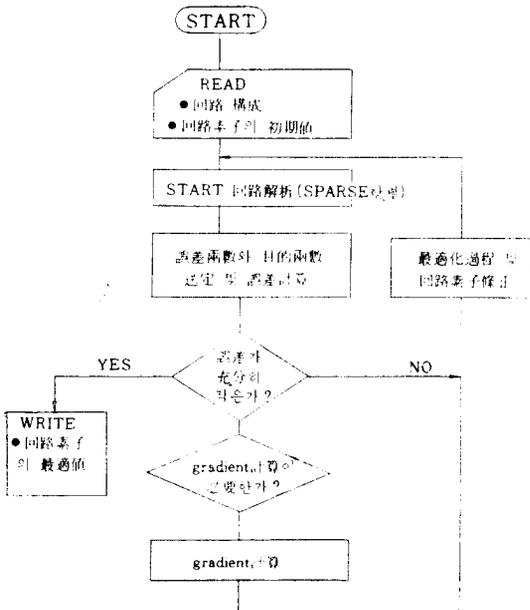


그림 5 最適設計 프로그램의 Flow Chart

Equalizer Amp 回路

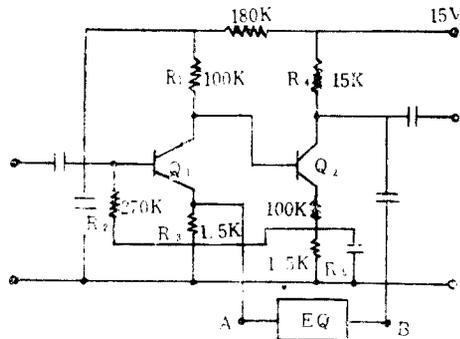


그림 6. Equalizer Amplifier

과 같고 이 프로그램은 Fletcher-Powell method를¹⁰⁾ 利用한 SUBROUTINE FMFP를 使用 하였다. 실제 設計의 對象으로 그림 6과 Equalizer Amplifier를 택하였다. 最適設計의 要求特性으로 표 1에 나타낸 바와 같이 Q₁, Q₂의 콜렉터 電壓과 電流 에미터 電壓을 定하였다. 初期의 抵抗値는 R₁~R₅의 값을 一律으로

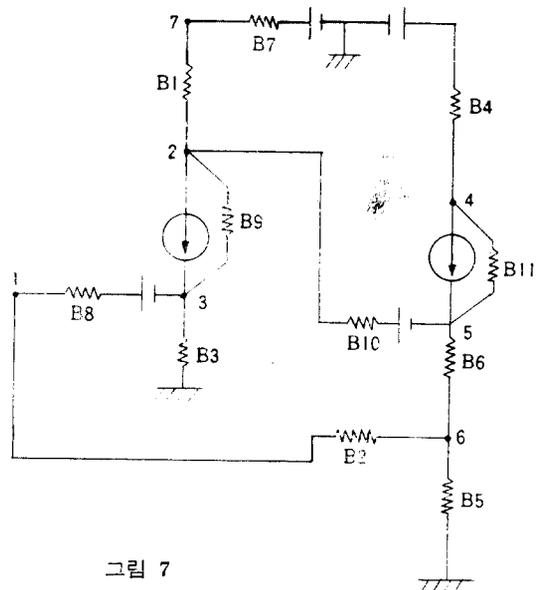


그림 7

표 1 EQ Amp의 초기치 및 최적치

	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅
초기치 (KΩ)	100	100	100	100	100
최적치 (KΩ)	94.24	393.5	1.47	16.8	1.42

100kΩ으로 定하고 電源電壓 Vcc는 15V로 하였다.

回路 解析을 위하여 電算機에 入出시키는 回路의 node와 branch 그리고 各各의 소자를 그림 7과 같은 等價 回路에 나타내었다.

61회의 反復을 거쳐서 收斂된 R₁~R₅의 各 抵抗值의 값은 표 2에 나타낸 바와 같다.

各 트랜지스터의 콜렉터와 에미터의 電壓, 電流의 初期值와 最終值를 표 1에 나타낸 바와 같다. 要求特性과 最終應答 特性 間의 偏差 中에서 가장 큰 것은

EQ Amp의 요구특성 및 應答특성

	要求特性	初期應答特性	最終應答特性	무게 函數
IC1(MA)	0.05	0.069	0.049	0.2 × 10 ⁴
IC2(//)	0.45	0.122	0.442	0.22 × 10 ³
VC2(V)	7.5	13.77	7.559	0.13 × 10 ²
VE2(//)	0.65	1.219	0.633	0.15 × 10 ³
VC1(//)	1.25	1.736	1.288	0.80 × 10 ²
VE1(//)	0.072	0.699	0.071	0.13 × 10 ⁴

Q₁의 콜렉터 電壓으로서 1.25V의 要求值에 對해서 1.288V라는 最終值를 얻었는데 그 誤差는 2.4%에 불과하다.

IV. 結 論

回路 解析에 있어서 마디 方程式의 解는 大部分 Sparse한 行列이다. 이 行列을 利用해 프로그램하고 最適 設計을 위한 Subroutine인 FMFP를 利用 하여 Audio Amp의 Equalizer Amp의 指定된 個所의 電壓值를 指定值가 되도록 抵抗值를 決定하는 最適 設計에 應用을 하여 61회의 reiteration 끝에 最適值를 얻었는데 目標值와의 最大誤差는 2.4%에 불과하였다. Sparse 行列 方式을 利用 하였으므로 그렇지 않은 경우에 비해서 電子計算機의 實行時間은 16分 이었고 記憶容量도 節約 할 수 있었다.

프로그래밍을 作成하여 비단 回路 뿐만 아니라 大規模의 系統解析에도 利用 할 수 있다는 점이다.

REFERENCES

1. Calahan, D.A., "Computer-Aided Network Design", McGraw-Hill, 1972.
2. Dowell, R.I., & Rohrer, R.A., "Automated design of biasing circuit", IEEE, Trans., Vol. CT-18, Jan., 1971.
3. Berry, Robert D., "An Optimal Odering of Electronic Circuit Equation for a Sparse Matrix Solution", IEEE, Trans., Vol., CT-18, No.1, Jan., 1971.
4. Brameller, A. & Allan, R.N., "The Role of Sparsity in the Analysis of Large Systems," IEEE, Trans., Vol.6, No.3. July, 1974.
5. Welsman, Gottfrid., "Introduction to Optimization Theory", McGraw-Hill, Inc., 1966.
6. IBM, "System/360 Scientific Subroutine Package", 1970.
7. Kuester, James L., & Joeeh, Mize, "Optimization Techniques with FORTRAN", McGraw-Hill, 1973.
8. Tinney, W.F. & Walker, J.W., "Direct Solution of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorization", Proc. of the IEEE VOL. 55, No. 11, Nov. 1967.
9. Chua, Leon O. & Lin, Pen-Min, "Computer-Aided Analysis of Electronic Circuit: Algorithm & Computational Techniques", 1976.

〔프로그램 생략〕

FLETCHER POWEEL ALGORITHM

PARAMETERS

N=5 LIMIT=100 EST=0.6000000E 01 EPS=-0.99999973E-08
 B 1N(7, 2) R= 0.100000E 05
 B 2N(6, 1) R= 0.100000E 05
 B 3N(3, 0) R= 0.100000E 05
 B 4N(0, 4) R= 0.100000E 05 V=15.000
 B 5N(6, 0) R= 0.100000E 05
 B 6N(5, 6) R= 0.100000E 03
 B 7N(0, 7) R= 0.180000E 06 V=15.000
 B 8N(1, 3) R= 0.860000E 05 V=-0.500
 B 9N(2, 3) R= 0.120000E 06
 B10N(2, 5) R= 0.860000E 05 V=-0.500
 B11N(4, 5) R= 0.120000E 06
 D 1B(8, 9) BETA=300.
 D 2B(10,11) BETA=300.

	OMEGA	DISIRED RESPONSE	RESPONSE	WEIGHTING
1	IC1	0.500000E-01 0.0	0.698107E-01 0.0	0.200000E 04
2	IC2	0.450000E 00 0.0	0.122069E 00 0.0	0.222223E 03
3	VC2	0.750000E 01 0.0	0.137793E 02 0.0	0.133334E 02
4	VE2	0.650000E 00 0.0	0.121908E 01 0.0	0.153846E 03
5	VC1	0.125000E 01 0.0	0.173629E 01 0.0	0.800000E 02
6	VE1	0.720000E-01 0.0	0.699529E 00 0.0	0.138889E 04

INITIAL VALUE OF F=-0.57718060E 12

ITERATION=1 IER=0 F=0.577181E 12
 X = 0.100000E 02 0.100000E 02 0.100000E 02 0.100000E 02 0.100000E 02
 R = 0.698087E-01 0.123296E 00 0.137670E 02 0.121902E 01 0.173673E 01 0.699471E 00
 ITERATION=2 IER=0 F=0.131854E 09
 X = 0.104643E 02 0.100047E 02 0.136922E 01 0.100056E 02 0.991187E 01
 R = 0.729122E-01 0.636786E-01 0.143629E 02 0.621014E 00 0.111283E 01 0.100358E 00
 ITERATION=3 IER=0 F=0.637172E 08
 X = 0.100057E 02 0.100028E 02 0.140240E 01 0.123846E 02 0.438202E 01
 R = 0.729004E-01 0.143673E 00 0.132207E 02 0.622353E 00 0.114837E 01 0.102356E 00
 ITERATION=4 IER=0 F=0.496001E 08
 X = 0.627391E 01 0.970460E 01 0.120003E 01 0.342618E 02 0.590883E 01
 R = 0.744864E-01 0.104552E 00 0.114179E 02 0.610583E 00 0.112522E 01 0.895898E-01
 ITERATION=5 IER=0 F=0.488057E 08
 X = 0.653682E 01 0.967497E 01 0.121420E 01 0.343904E 02 0.591194E 01

```

R = 0.743759E-01 0.104641E 00 0.114014E 02 0.611465E 00 0.112618E 01 0.905136E-01
ITERATION=6 IER=0 F=0.485345E 08
X = 0.692651E 01 0.899364E 01 0.123490E 01 0.345921E 02 0.591442E 01
R = 0.742136E-01 0.104798E 00 0.113748E 02 0.612602E 00 0.112744E 01 0.918522E-01
ITERATION=7 IER=0 F=0.270900E 08
X = 0.861142E 01 0.220977E 02 0.159883E 01 0.298485E 02 0.301055E 01
R = 0.731485E-01 0.214253E 00 0.860487E 01 0.639418E 00 0.120334E 01 0.116502E 00
ITERATION=8 IER=0 F=0.180944E 08
X = 0.104245E 02 0.196699E 02 0.162182E 01 0.268934E 02 0.177813E 01
R = 0.721222E-01 0.361108E 00 0.528856E 01 0.637209E 00 0.126592E 01 0.115559E 00
ITERATION=9 IER=0 F=0.544962E 07
X = 0.140261E 02 -0.387052E 01 0.127361E 01 0.257405E 02 0.213631E 01
R = 0.711210E-01 0.286262E 00 0.763145E 01 0.606599E 00 0.120064E 01 0.898713E-01
ITERATION=10 IER=0 F=0.316476E 07
X = 0.157340E 02 -0.902580E 01 0.124727E 01 0.241139E 02 0.159795E 01
R = 0.703180E-01 0.379522E 00 0.584825E 01 0.601850E 00 0.123626E 01 0.865542E-01
ITERATION=11 IER=0 F=0.137765E 07
X = 0.294593E 02 -0.629815E 02 0.909143E 00 0.207513E 02 0.158833E 01
R = 0.659547E-01 0.357559E 00 0.758018E 01 0.563486E 00 0.118513E 01 0.592221E-01
ITERATION=12 IER=0 F=0.118245E 07
X = 0.320919E 02 -0.723789E 02 0.863815E 00 0.198199E 02 0.142234E 01
R = 0.650896E-01 0.394750E 00 0.717612E 01 0.557871E 00 0.119506E 01 0.553978E-01
ITERATION=13 IER=0 F=0.105051E 07
X = 0.311114E 02 -0.673856E 02 0.916433E 00 0.200053E 02 0.132754E 01
R = 0.653058E-01 0.426659E 00 0.646457E 01 0.562234E 00 0.121333E 01 0.588566E-01
ITERATION=14 IER=0 F=0.417177E 06
X = 0.564571E 02 -0.143906E 03 0.971040E 00 0.178568E 02 0.122151E 01
R = 0.583388E-01 0.450649E 00 0.695285E 01 0.546358E 00 0.120557E 01 0.555132E-01
ITERATION=15 IER=0 F=0.822636E 05
X = 0.693568E 02 -0.173023E 03 0.129370E 01 0.186767E 02 0.122525E 01
R = 0.552603E-01 0.458073E 00 0.644472E 01 0.557064E 00 0.122039E 01 0.699168E-01
ITERATION=16 IER=0 F=0.545175E 05
X = 0.711995E 02 -0.178494E 03 0.130609E 01 0.187646E 02 0.131498E 01
R = 0.549111E-01 0.426411E 00 0.699858E 01 0.556659E 00 0.120638E 01 0.702868E-01
ITERATION=17 IER=0 F=0.428191E 05
X = 0.847513E 02 -0.214327E 03 0.148892E 01 0.185659E 02 0.130510E 01
R = 0.520880E-01 0.431023E 00 0.699765E 01 0.558185E 00 0.120966E 01 0.758870E-01
ITERATION=18 IER=0 F=0.423972E 05
X = 0.823582E 02 -0.207344E 03 0.147698E 01 0.187090E 02 0.132212E 01
R = 0.525674E-01 0.426045E 00 0.702910E 01 0.559070E 00 0.120860E 01 0.760125E-01
ITERATION=19 IER=0 F=0.421267E 05
X = 0.806453E 02 -0.202085E 03 0.147588E 01 0.188224E 02 0.132915E 01
R = 0.529106E-01 0.424677E 01 0.706058E 01 0.560128E 00 0.120913E 01 0.764714E-01

```

```

ITERATION=20      IER=0      F=0.419453E 05
  X =  0.797273E 02  -0.199277E 03  0.147458E 01  0.188531E 02  0.132473E 01
  R =  0.530920E-01  0.426077E 00  0.695959E 01  0.560652E 00  0.141049E 01  0.766619E-01
ITERATION=21      IER=0      F=0.418397E 05
  X =  0.804239E 02  -0.201393E 03  0.147553E 01  0.187896E 02  0.131835E 01
  R =  0.529492E-01  0.428195E 00  0.695436E 01  0.560241E 00  0.121078E 01  0.764900E-01
ITERATION=22      IER=0      F=0.417931E 05
  X =  0.810649E 02  -0.203344E 03  0.147633E 01  0.187184E 02  0.131211E 01
  R =  0.528182E-01  0.429801E 00  0.695479E 01  0.559859E 00  0.121104E 01  0.763284E-01
ITERATION=23      IER=0      F=0.410973E 05
  X =  0.771259E 02  -0.191918E 03  0.145374E 01  0.186315E 02  0.131008E 01
  R =  0.536197E-01  0.431506E 00  0.696040E 01  0.561181E 00  0.121301E 01  0.763224E-01
ITERATION=24      IER=-1     F=0.411030E 05
  X =  0.771259E 02  -0.191918E 03  0.145374E 01  0.186315E 02  0.131008E 01
  R =  0.536197E-01  0.431603E 00  0.695860E 01  0.561182E 00  0.121301E 01  0.763233E-01
ITERATION=25      IER=0      F=0.409944E 05
  X =  0.771259E 02  -0.191918E 03  0.145505E 01  0.186309E 02  0.131289E 01
  R =  0.536214E-01  0.430443E 00  0.698047E 01  0.561255E 00  0.121261E 01  0.763995E-01
ITERATION=26      IER=0      F=0.409610E 05
  X =  0.771261E 02  -0.191918E 03  0.145957E 01  0.186286E 02  0.131289E 01
  R =  0.536196E-01  0.430938E 00  0.697224E 01  0.561488E 00  0.121303E 01  0.766308E-01
ITERATION=27      IER=0      F=0.384107E 05
  X =  0.775198E 02  -0.191802E 03  0.146025E 01  0.160568E 02  0.122351E 01
  R =  0.534935E-01  0.462225E 00  0.730083E 01  0.561329E 00  0.122423E 01  0.763437E-01
ITERATION=28      IER=0      F=0.321310E 05
  X =  0.109381E 03  -0.181397E 03  0.166866E 01  0.172363E 02  0.127417E 01
  R =  0.476084E-01  0.447417E 00  0.728321E 01  0.565777E 00  0.122302E 01  0.774649E-01
ITERATION=29      IER=0      F=0.223152E 04
  X =  0.816616E 02  0.189598E 03  0.143368E 01  0.166432E 02  0.130639E 01
  R =  0.524425E-01  0.471262E 00  0.715669E 01  0.611064E 00  0.127783E 01  0.733868E-01
ITERATION=30      IER=0      F=0.171615E 04
  X =  0.882180E 02  0.197509E 03  0.146117E 01  0.168662E 02  0.131669E 01
  R =  0.511679E-01  0.467120E 00  0.712146E 01  0.610523E 00  0.127585E 01  0.729440E-01
ITERATION=31      IER=0      F=0.169565E 04
  X =  0.884987E 02  0.205613E 03  0.146004E 01  0.168100E 02  0.131225E 01
  R =  0.511080E-01  0.469354E 00  0.711017E 01  0.611364E 00  0.127758E 01  0.727895E-01
ITERATION=32      IER=0      F=0.632722E 03
  X =  0.888569E 02  0.301675E 03  0.148775E 01  0.158389E 02  0.133327E 01
  R =  0.509886E-01  0.472259E 00  0.751993E 01  0.624988E 00  0.129138E 01  0.739953E-01
ITERATION=33      IER=0      F=0.191746E 03
  X =  0.890363E 02  0.358868E 03  0.147941E 01  0.169713E 02  0.143128E 01
  R =  0.509656E-01  0.445073E 00  0.744653E 01  0.632326E 00  0.128839E 01  0.736777E-01
ITERATION=34      IER=0      F=0.150874E 03

```

```

X = 0.905561E 02 0.367411E 03 0.147299E 01 0.168521E 02 0.141626E 01
R = 0.506731E-01 0.449686E 00 0.742188E 01 0.632173E 00 0.129008E 01 0.728998E-01
ITERATION=35 IER=0 F=0.141104E 03
X = 0.921589E 02 0.393941E 03 0.146647E 01 0.169614E 02 0.142592E 01
R = 0.503685E-01 0.448210E 00 0.739771E 01 0.634365E 00 0.129176E 01 0.721353E-01
ITERATION=36 IER=0 F=0.140592E 03
X = 0.919162E 02 0.387565E 03 0.146791E 01 0.169459E 02 0.142420E 01
R = 0.504155E-01 0.448309E 00 0.740300E 01 0.633763E 00 0.129118E 01 0.722761E-01
ITERATION=37 IER=0 F=0.140280E 03
X = 0.918769E 02 0.383702E 03 0.146883E 01 0.169429E 02 0.142382E 01
R = 0.504247E-01 0.448146E 00 0.740712E 01 0.633342E 00 0.129069E 01 0.723364E-01
ITERATION=38 IER=0 F=0.139187E 03
X = 0.924345E 02 0.385733E 03 0.146861E 01 0.169558E 02 0.142576E 01
R = 0.503227E-01 0.447491E 00 0.741245E 01 0.633294E 00 0.129037E 01 0.721775E-01
ITERATION=39 IER=0 F=0.138822E 03
X = 0.943716E 02 0.395494E 03 0.146731E 01 0.168855E 02 0.142463E 01
R = 0.499666E-01 0.447914E 00 0.743675E 01 0.633387E 00 0.129057E 01 0.715888E-01
ITERATION=40 IER=0 F=0.138791E 03
X = 0.941028E 02 0.393567E 03 0.146773E 01 0.168911E 02 0.142457E 01
R = 0.500160E-01 0.447878E 00 0.743486E 01 0.633313E 00 0.129049E 01 0.716810E-01
ITERATION=41 IER=0 F=0.138777E 03
X = 0.941027E 02 0.393564E 03 0.146772E 01 0.168909E 02 0.142456E 01
R = 0.500160E-01 0.447863E 00 0.743520E 01 0.633312E 00 0.129049E 01 0.716807E-01
ITERATION=42 IER=-1 F=0.138813E 03
X = 0.941026E 02 0.393564E 03 0.146772E 01 0.168909E 02 0.142456E 01
R = 0.500160E-01 0.447877E 00 0.743497E 01 0.633311E 00 0.129049E 01 0.716805E-01
ITERATION=43 IER=0 F=0.138468E 03
X = 0.941025E 02 0.393562E 03 0.148392E 01 0.168897E 02 0.143038E 01
R = 0.500150E-01 0.446606E 00 0.745697E 01 0.634123E 00 0.129076E 01 0.724781E-01
ITERATION=44 IER=-1 F=0.138519E 03
X = 0.941025E 02 0.393562E 03 0.148392E 01 0.168896E 02 0.143038E 01
R = 0.500150E-01 0.446610E 00 0.745692E 01 0.634122E 00 0.129076E 01 0.724779E-01
ITERATION=45 IER=0 F=0.138368E 03
X = 0.941023E 02 0.393560E 03 0.148335E 01 0.168894E 02 0.142915E 01
R = 0.500146E-01 0.446971E 00 0.745093E 01 0.634087E 00 0.129088E 01 0.724474E-01
ITERATION=46 IER=0 F=0.138111E 03
X = 0.941022E 02 0.393558E 03 0.147488E 01 0.168891E 02 0.142934E 01
R = 0.500166E-01 0.446659E 00 0.745634E 01 0.633686E 00 0.129034E 01 0.720394E-01
ITERATION=47 IER=0 F=0.137779E 03
X = 0.941097E 02 0.393554E 03 0.147492E 01 0.167811E 02 0.142810E 01
R = 0.500151E-01 0.447044E 00 0.749812E 01 0.633680E 00 0.129038E 01 0.720394E-01
ITERATION=48 IER=0 F=0.137581E 03
X = 0.942314E 02 0.393520E 03 0.147488E 01 0.167991E 02 0.142728E 01

```

```

R = 0.499923E-10 0.447194E 00 0.748753E 01 0.633602E 00 0.129040E 01 0.720015E-01
ITERATION =49 IER=0 F=0.137543E 03
X = 0.942314E 02 0.393518E 03 0.147437E 01 0.167990E 02 0.142727E 01
R = 0.499928E-01 0.447250E 00 0.748666E 01 0.633602E 00 0.129041E 01 0.720025E-01
ITERATION =50 IER=0 F=0.137539E 03
X = 0.942326E 02 0.393516E 03 0.147437E 01 0.167989E 02 0.142726E 01
R = 0.499926E-01 0.447250E 00 0.748671E 01 0.633602E 00 0.129041E 01 0.720021E-01
ITERATION =51 IER=0 F=0.137534E 03
X = 0.942325E 02 0.393514E 03 0.147436E 01 0.167987E 02 0.142725E 01
R = 0.499926E-01 0.447247E 00 0.748682E 01 0.633600E 00 0.129041E 01 0.720006E-01
ITERATION =52 IER=0 F=0.137486E 03
X = 0.942465E 02 0.393518E 03 0.147475E 01 0.167987E 02 0.142718E 01
R = 0.499901E-01 0.447232E 00 0.748708E 01 0.633588E 00 0.129040E 01 0.719926E-01
ITERATION =53 IER=-1 F=0.137612E 03
X = 0.942465E 02 0.393518E 03 0.147475E 01 0.167987E 02 0.142718E 01
R = 0.499901E-01 0.447235E 00 0.748703E 01 0.633588E 00 0.129040E 01 0.719926E-01
ITERATION =54 IER=0 F=0.137599E 03
X = 0.942463E 02 0.393516E 03 0.147473E 01 0.167985E 02 0.142710E 01
R = 0.499900E-01 0.447231E 00 0.748636E 01 0.633588E 00 0.129041E 01 0.719917E-01
ITERATION =55 IER=0 F=0.137527E 03
X = 0.942461E 02 0.393513E 03 0.147380E 01 0.167982E 02 0.142693E 01
R = 0.499902E-01 0.447329E 00 0.748569E 01 0.633540E 00 0.129038E 01 0.719458E-01
ITERATION =56 IER=-1 F=0.137560E 03
X = 0.942461E 02 0.393512E 03 0.147380E 01 0.167982E 02 0.142693E 01
R = 0.499902E-01 0.447289E 00 0.748637E 01 0.633539E 00 0.129037E 01 0.719448E-01
ITERATION =57 IER=0 F=0.137544E 03
X = 0.942460E 02 0.393509E 03 0.147378E 01 0.167978E 02 0.142691E 01
R = 0.499903E-01 0.447305E 00 0.748628E 01 0.633539E 00 0.129037E 01 0.719454E-01
ITERATION =58 IER=-1 F=0.137641E 03
X = 0.942460E 02 0.393509E 03 0.147377E 01 0.167977E 02 0.142691E 01
R = 0.499902E-01 0.447295E 00 0.748645E 01 0.633540E 00 0.129037E 01 0.719451E-01
ITERATION =59 IER=0 F=0.137581E 03
X = 0.942457E 02 0.393507E 03 0.147376E 01 0.167975E 02 0.142683E 01
R = 0.499903E-01 0.447354E 00 0.748555E 01 0.633538E 00 0.129039E 01 0.719443E-01
ITERATION =60 IER=0 F=0.137511E 03
X = 0.942453E 02 0.393502E 03 0.147374E 01 0.167973E 02 0.142681E 01
R = 0.499904E-01 0.447340E 00 0.748592E 01 0.633538E 00 0.129038E 01 0.719436E-01
ITERATION =61 IER=-1 F=0.137531E 03
X = 0.942453E 02 0.393501E 03 0.147374E 01 0.167973E 02 0.142681E 01
R = 0.499903E-01 0.447363E 00 0.748552E 01 0.633538E 00 0.129039E 01 0.719432E-01

```

MINIMIZATION PROOEDURE OOMPLETED

IER=-1 NUMBER OF ITERATIONS=61

MINIMUM VALUE OF F=0.13753189E 03

FINAL VALUES OF X

X(1)=0.94245270E 02

X(2)=0.39350098E 03

X(3)=0.14737425E 01

X(4)=0.16797241E 02

X(5)=0.14268084E 01

	OMEGA	DISIRED RESOPNSE	RESPONSE	WEIGHTING
1	IC1	0.500000E-01 0.0	0.499969E-01 0.0	0.200000E 04
2	IC2	0.450000E 00 0.0	0.442935E 00 0.0	0.222223E 03
3	VC2	0.750000E 01 0.0	0.755991E 01 0.0	0.133334E 02
4	VE2	0.650000E 00 0.0	0.633632E 00 0.0	0.153846E 03
5	VC1	0.125000E 01 0.0	0.128860E 01 0.0	0.800000E 02
6	VE1	0.720000E-01 0.0	0.719782E-01 0.0	0.138889E 04

** NDDE VOLTAGE **

NODE

MAG	FRCM 1 TO 4	0.583036E 00	0.128860E 01	0.719781E-01	0.755991E 01
PHA	FRCM 1 TO 4	0.0	0.0	0.0	0.0
MAG	FROM 5 TO 7	0.678055E 00	0.633632E 00	0.600057E 01	
PHA	FROM 5 TO 7	0.0	0.0	0.0	

** BRANOH CURRENT **

BRANOH

MAG	FROM 1 TO 4	0.499969E-01	0.128581E-03	0.488404E-01	0.442935E 00
PHA	FROM 1 TO 4	0.0	0.0	0.0	0.0
MAG	FROM 5 TO 8	0.444091E 00	0.444223E 00	0.499968E-01	0.128576E-03
PHA	FROM 5 TO 8	0.0	0.0	0.0	0.0
MAG	FROM 9 TO11	0.487114E-01	0.128539E-02	0.442965E 00	
PHA	FROM 9 TO11	0.0	0.0	0.0	