

# 사전 정보를 이용한 다중경로 정합 추구

민병천\*, 박대영<sup>o</sup>

## Multipath Matching Pursuit Using Prior Information

Byeongcheon Min\*, Daeyoung Park<sup>o</sup>

### 요약

압축센싱은 성긴(sparse)신호에 대해서 적은 수의 샘플로 원래의 신호를 복원할 수 있다. 압축센싱의 성능은 복원하려는 신호의 non-zero 개수에 영향을 받는다. 신호의 non-zero 위치를 부분적으로 알면 압축센싱의 성능을 향상시킬 수 있다. 본 논문에서는 신호의 부분적인 non-zero 위치를 Multipath matching pursuit(MMP)에 적용한다. 실험을 통해서 신호복원이 개선되고 ITU-VB 채널 환경에서 채널추정 성능이 개선됨을 확인한다.

**Key Words** : Compressive sensing, channel estimation, multipath matching pursuit(MMP), orthogonal frequency division multiplexing (OFDM)

### ABSTRACT

Compressive sensing can recover an original sparse signal from a few measurements. Its performance is affected by the number of non-zero elements in the signal. The knowledge of partial locations of non-zero elements can improve the recovery performance. In this paper, we apply the partial location knowledge to the multipath matching pursuit. The numerical results show it improves the signal recovery performance and the channel estimation performance in the ITU-VB channel.

## I. 서론

짧은 펄스와 같은 성긴(sparse) 신호를 sub-Nyquist 샘플링 주파수로 샘플링하려면 적은수의 샘플로 신호를 복원하는 압축 센싱을 사용할 수 있다<sup>1)</sup>. 압축 센싱의 성능은 센싱행렬의 성질, 측정벡터의 길이, 그리고 복원하고자 하는 신호의 Non-zero 개수에 영향을 받는다. 만약, 복원하고자 하는 신호의 위치를 부분적으로 알 수 있다면 sparsity를 줄여 신호복원 정확도를 향상시킬 수 있다. 본 논문에서는 복원하고자 하는 신호의 부분적인 위치를 MMP 알고리즘에 적용해 신호복원 정확도를 향상시키고, 이를 OFDM 시스템에서 채널추정에 응용하여 채널추정 정확도를 향상시키고자 한다.

## II. 사전 정보를 이용한 압축센싱

MMP는 OMP, CoSaMP와 함께 대표적인 압축센싱 알고리즘 중의 하나이다<sup>2)</sup>. 압축센싱 알고리즘의 공통점은 반복적으로 센싱행렬과 residual 벡터의 correlation이 가장 큰 열을 찾아 해당 열에 대응하는 신호를 복원하는 알고리즘이다. MMP는 OMP를 확장하여 일반화시킨 알고리즘으로써, residual 벡터와 센싱 행렬의 열벡터들의 correlation이 큰  $L$ 개를 찾아 트리를 구성한다. MMP는 최종 후보들 중에서 residual이 가장 작은 집합을 선택해 신호를 복원한다. MMP의 과정은 알고리즘 1에 기술하였다. OMP는 correlation이 큰 열을 찾는 과정에서 진짜 열을 못찾을 경우, 신호복원에 실패하지만, MMP는 correlation이 큰  $L$ 개를 찾으므로 진짜 열을 못찾는 경우가 감소하므로 신호 복원 성능이 좋아진다. 하지만, 트리를 구성하기 때문에 동작시간이 오래 걸리는 단점이 있다. 복원하고자 하는 신호의 부분적인 non-zero 위치를 사전 정보(priori-aided information)로 MMP에 적용시켜 찾고자 하는 신호의 개수를 감소시킬 수 있다. 그 결과 알고리즘 수행과정에서 반복횟수가 줄어들고, MMP의 경우에는 반복과정에서 후보군이 크게 감소해 동작시간이 감소한다. 게다가 sparsity도 감소하는 효과로 인해 신호 복원 정확도가 향상된다. 앞으로 사전 정보를 이용해 신호를 복원하는 알고리즘을 PA-MMP라고 표기한다. 그림 1은 MMP 알고리즘과

\* 이 연구는 방위사업청 및 국방과학연구소의 재원에 의해 설립된 신호정보 특화연구센터 사업의 지원을 받아 수행되었음

• First Author : Department of Information and Communication, Inha University, bmin1218@gmail.com, 학생회원

o Corresponding Author : Department of Information and Communication, Inha University, dpark@inha.ac.kr, 종신회원

논문번호 : KICS2016-04-063, Received April 25, 2016; Revised May 31, 2016; Accepted June 17, 2016

**MMP algorithm**

**Input:**  
measurement  $\mathbf{y}$ , sensing matrix  $\Phi$ , sparsity  $K$ , number of path  $L$

**Initialize:**  
 $\mathbf{r}_0 := \mathbf{y}, S_0 := \{\emptyset\}$

**Step1** Find  $L$ -indices whose columns have largest correlation in magnitude  
 $\tilde{\pi} = \arg \max_{|\pi|=L} \|(\Phi^H \mathbf{r})_{\pi}\|_2^2$

**Step2** Expand the paths by appending  $L$ -child candidates  
 $s_{temp} := s_i^{k-1} \cup \{\tilde{\pi}_j\}$   
 $T_i^k := T_i^{k-1} \cup \{s_{temp}\}$   
 $\hat{\mathbf{x}}_{T_i^k} := \Phi_{T_i^k}^\dagger \mathbf{y}$   
 $\mathbf{r}_{T_i^k} := \mathbf{y} - \Phi_{T_i^k} \hat{\mathbf{x}}_{T_i^k}$

Remove if the candidate is already existing

**Go to Step1**

**Final** Choose the candidate whose magnitude of the residual is minimal  
 $T^* := \arg \min \| \mathbf{r}_T \|_2^2$   
 $\mathbf{x}^* = \Phi_{T^*}^\dagger \mathbf{y}$

알고리즘 1. MMP 알고리즘<sup>[2]</sup>.  
Algorithm 1. MMP algorithm<sup>[2]</sup>.

PA-MMP 알고리즘을 비교한다.  $S_j^i$ 는  $i$ 번째 iteration에서 correlation이  $j$ 번째 큰 support set을 나타내고 있다. 복원하려는 신호의 non-zero 원소의 개수  $K=3$ , 미리 알고 있는 원소의 개수  $K_0=1$ 이며, 신호 1개를 미리 알았을 경우 최종적으로 생기는 후보의 개수는 절반으로 감소하게 되고, 그 결과 알고리즘 동작시간이 줄어든다. 게다가 찾고자 하는 원소의 sparsity가 감소하기 때문에 압축센싱의 신호 복원 성능은 향상된다. MMP 알고리즘의 초기화 단계는 residual  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{y}$ 이지만, 사전정보를 이용해 MMP에 적용한다면 초기값은 다음과 같이 변한다.

$$K_0 = |T_0| \tag{1}$$

$$S_0 = T_0, \mathbf{x}_0 = \Phi_{T_0}^\dagger \mathbf{y} \tag{2}$$

$$\mathbf{r}_{S_0} = \mathbf{y} - \Phi_{S_0} \mathbf{x}_0 \tag{3}$$

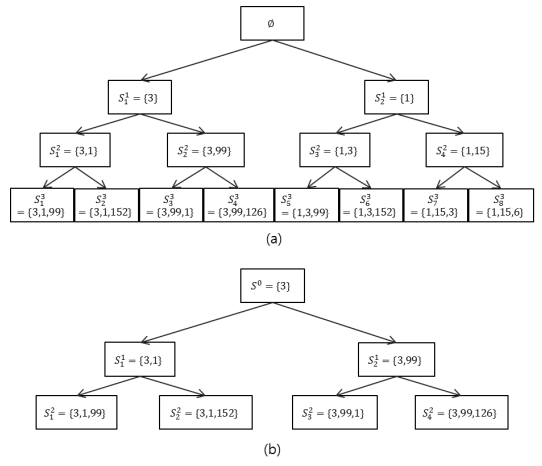


그림 1. MMP와 PA-MMP 알고리즘 비교( $L = 2, K = 3, K_0=1$ ). (a) MMP (b) PA-MMP.  
Fig. 1. Comparison between the MMP and PA-MMP algorithm( $L = 2, K = 3, K_0=1$ ). (a) MMP (b) PA-MMP.

여기서  $T_0$ 는 사전정보로 미리 알고 있는 non-zero 원소의 집합을 의미한다.

### III. 모의실험 결과

3장에서는 PA-MMP 알고리즘의 신호복원 성능을 확인한다. 그림 2는 Noiseless 조건에서 non-zero 원소의 개수에 따라 신호를 정확히 복원하는 비율을 나타낸다. 전체 원소의 개수  $N=256$ , 측정벡터의 길이  $M=50$ , 미리 알고 있는 원소의 개수  $K_0=3$ 으로 설정했다. 각 알고리즘 중에 PA-MMP의 성능이 가장 좋은 것을 확인 할 수 있다. 예를 들어  $S=14$ 일 때, PA-MMP의 신호복원 비율은 0.9지만, MMP의 신호복원 비율은 약 0.82를 나타내어 PA-MMP의 성능이 더 좋음을 알 수 있다. 신호의 위치를 부분적으로 알아내어 압축센싱으로 복원해야 하는 신호의 개수가 줄어들었기 때문에 신호복원 정확도가 향상된 것이다. OMP, CoSaMP도 사전정보를 적용했을 경우 기존의 방법보다 신호복원 성능이 향상된 것을 확인할 수 있다.

그림 3은 TDS-OFDM 시스템을 ITU-VB 채널에 적용했을 때 Mean Squared Error(MSE)를 나타낸다<sup>[3,4]</sup>. TDS-OFDM 시스템에서는 OFDM 심볼 앞의 PN 신호로부터 dominant한 경로의 path delay를 정확하게 알 수 있어서, 압축센싱 알고리즘의 사전 정보로 이용할 수 있다<sup>[3,4]</sup>. PA-MMP 알고리즘을 이용해 채널을 추정할 경우 그 정확도는 대표적인 압축센싱 알

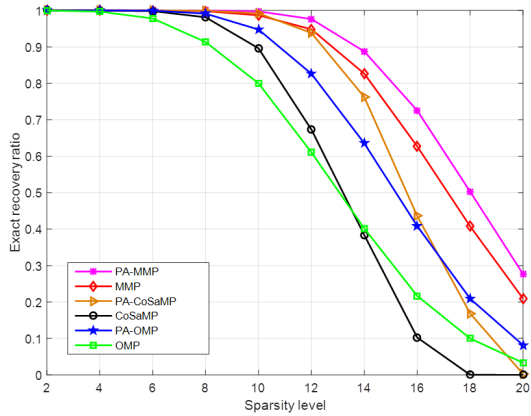


그림 2. Non-zero 원소 개수에 따른 알고리즘별 신호복원 비율.  
 Fig. 2. Comparison of signal recovery ratio with respect to the number of non-zero elements.

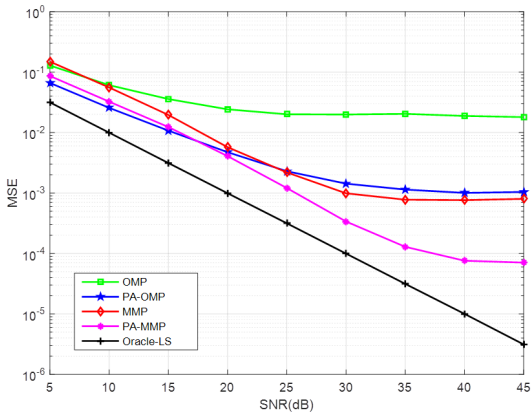


그림 3. ITU-VB 채널에서의 MSE 성능 비교.  
 Fig. 3. MSE performance comparison under the ITU-VB channel.

고리즘인 OMP 알고리즘보다 향상되었고, 기존의 MMP 알고리즘과 비교해도 40dB에서 약 1/10배로 감소했다. 타깃 MSE를  $10^{-3}$ 으로 했을 때, PA-OMP와 비교해 약 7.5dB의 SNR이득을 얻을수 있는 것을 확인할 수 있다. Oracle-LS는 non-zero의 위치를 모두 정확하게 아는 경우를 나타낸다. PA-MMP 알고리즘은 나머지 알고리즘보다 Oracle-LS에 더욱 가까운 것을 확인할 수 있는데, 이것은 경로 지연 집합을 모두 찾을 수 있는 확률이 높다는 것을 의미한다.

#### IV. 결론

본 논문은 신호의 부분적인 위치 정보를 MMP 알고리즘에 사전정보로 이용하여 복원하고자 하는 원소의 개수를 낮춤으로써 신호 복원 정확도를 향상시켰다. Non-zero 원소의 개수에 따라 신호 복원 정확도를 확인했고, non-zero 원소의 개수  $S=14$ 일 때, PA-MMP의 경우 신호를 복원하는 비율이 0.9지만 다른 알고리즘들은 그 이하를 나타냈다. 그리고 TDS-OFDM 시스템에 적용해 채널을 추정한 결과, PA-MMP 알고리즘이 다른 알고리즘보다 채널추정 정확도가 우수함을 확인했다. 뿐만 아니라 PA-MMP 알고리즘은 Massive MIMO 시스템이나 다른 OFDM 시스템에서도 채널 추정 및 신호 복원을 위해 적용할 수 있을 것이다<sup>5)</sup>.

#### References

- [1] E. Matusiak and Y. Eldar, "Sub-Nyquist sampling of short pulses," *IEEE Trans. Sig. Process.*, vol. 60, no. 3, pp. 1134-1148, Mar. 2012.
- [2] S. Kwon, J. Wang, and B. Shim, "Multipath matching pursuit," *IEEE. Trans. Inf. Theory*, vol. 60, no. 5, pp. 2986-3001, Nov. 2014.
- [3] L. Dai, Z. Wang, and Z. Yang, "Compressive sensing based time domain synchronous OFDM transmission for vehicular communications," *IEEE. J. Sel. Areas Commun.*, vol. 31, no. 9, pp. 460-469, Sept. 2013.
- [4] B. Min and D. Park, "Sparse channel estimation based on combined measurements in OFDM Systems," *J. KICS*, vol. 41, no. 1, pp. 1-11, Jan. 2016.
- [5] M. Sim and C. Chae, "Compressed channel feedback for correlated massive MIMO systems," *IEEE J. Commun.*, vol. 18, no. 1, pp. 95-104, Feb. 2016.