

# 선형 최소제곱오차 알고리즘을 응용한 3차원 표적 위치 추정 기법

한정재\*, 정윤환\*, 노상욱\*\*, 박소령°, 강도근\*\*\*, 최원규\*\*\*

## Estimation Techniques for Three-Dimensional Target Location Based on Linear Least Squared Error Algorithm

Jeong Jae Han\*, Yoonhwan Jung\*, Sanguk Noh\*\*, So Ryoung Park°,  
Dokeun Kang\*\*\*, Wonkyu Choi\*\*\*

### 요약

이 논문에서는 하나의 표적을 다수의 레이더에서 감지하였을 때 3차원 선형 최소제곱오차 알고리즘을 활용하여 정보를 융합함으로써 표적의 위치를 추정하는 기법을 유도하고, 표적에 대한 GPS 측정 정보를 결합하는 기법과 정보에 가중치를 두어 결합하는 기법으로 확장하는 방법을 제안한다. 모의실험을 통하여 제안한 표적 위치 추정 기법들이 추정 오차를 줄일 수 있음을 확인하고, 가중치를 두어 정보를 결합하면 측정 정보가 부정확한 경우에도 표적 위치 추정 성능이 강인할 수 있음을 보인다.

**Key Words** : location estimation, multiple sensors, least squared error, angle of arrival, weighted algorithm

### ABSTRACT

In this paper, by applying the linear least squared error algorithm, we derive an estimation technique for three dimensional target location when a number of radars are used in detecting a target. The proposed technique is then enhanced by combining GPS information and by assigning variable weights to information sources. The enhanced performance of proposed techniques is confirmed via simulation. It is also observed from simulation results that the performance is robust to the uncertainty of information.

### I. 서론

이 논문에서는 이동하는 항공기, 대륙간 탄도미사일, 시험 중인 미사일 등을 여러 대의 레이더로 추적하며 얻은 방위각(azimuth)과 고도각(elevation), GPS 정보를 융합하여, 추적하고자 하는 대상의 위치를 결

정하는 기법에 대하여 제안한다.

그림 1은 지표면에서 세 대의 감지 센서  $R_i$ ,  $i=1,2,3$ 에서 측정된 하나의 표적에 대하여 나타내고 있다. 각 센서에서는 표적에 대한 방위각 정보  $\theta_i$ 를 얻을 수 있으므로, 센서에서 방위각 방향으로 그른 직

※ 본 연구는 국방과학연구소의 지원으로 이루어졌음.

• First Author : The Catholic University of Korea (CUK), School of Information, Communications, and Electronics Engineering (ICEE), Communication Signal Processing (CSP) Lab., DoubleJHan88@gmail.com, 학생회원

° Corresponding Author : CUK, School of ICEE, CSP Lab., srpark@catholic.ac.kr, 종신회원

\* 가톨릭대학교 정보통신전자공학부, 통신신호처리 연구실, 학생회원

\*\* 가톨릭대학교 컴퓨터정보공학부, 지능형시스템 연구센터, 정회원

\*\*\* 국방과학연구소 제 8 연구본부, 정회원

논문번호 : KICS2016-03-046, Received March 22, 2016; Revised June 9, 2016; Accepted June 28, 2016

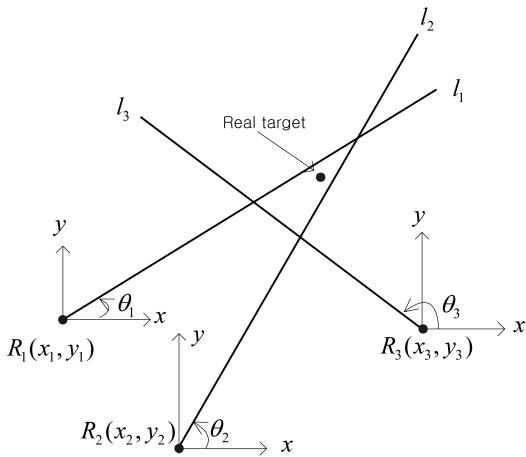


그림 1. 지표면에서 세 개의 감시 센서를 이용한 2차원 표적 위치 추정  
 Fig. 1. Estimation of a target location using three sensors in 2-dimensional environment

선  $l_i$  위에 표적이 존재한다고 판단한다. 그러나 센서의 각도 측정 오차로 인하여 세 대의 센서에서 얻은 직선이 한 점에서 만나지 않을 경우, 표적의 위치를 추정하는 방법을 결정해야만 한다. 가장 일반적인 추정 방법은 각 직선과의 거리 제곱 합이 최소가 되는 점을 찾는 선형 최소제곱오차(linear least squared error: LLSE) 기법이다<sup>11</sup>. 이와 같이 평면에서 여러 개 센서의 방위각 정보를 활용하여 표적이나 신호원의 위치를 추정하는 2차원 LLSE 기법은 행렬식으로 유도되어 여러 방면에서 쓰이고 있다<sup>12-41</sup>.

이제, 그림 2와 같이 3차원 공간에서 두 대의 레이더  $R_i, i=1,2$ 로 측정된 하나의 표적  $T$ 에 대하여 생각해 보자. 3차원 공간에서는 표적의 방위각 정보  $\theta_i$  뿐만 아니라 고도각 정보  $\phi_i$ 를 얻을 수 있으므로, 각 레이더에서는 그림의 3차원 직선  $l_i$  위에 표적이 존재한다고 판단한다. 그러나 3차원 공간에서는 레이더의 각도 측정 오차로 인하여 두 직선이 만나지 않을 수 있기 때문에, 두 레이더의 정보를 융합하기 위한 알고리즘이 필요하다. 각도 정보(angle of arrival: AoA)를 사용하여 정보원의 위치를 추정하는 방법은 무선 센서 네트워크 분야에서 활발히 연구되어왔다<sup>5-7</sup>. 대부분의 방법에서 받은 신호의 세기(received signal strength: RSS)로 얻은 대략적인 거리 정보를 추가로 활용하여 위치를 추정하거나, 방위각(azimuth)만을 활용하여 2차원 공간에서 위치를 추정하고 있지만<sup>15,61</sup>, 최근 이동 표적 분석에 쓰이는 기법을 응용하여 3차원에서 각도 정보만을 이용한 위치 추정 기법이 소개

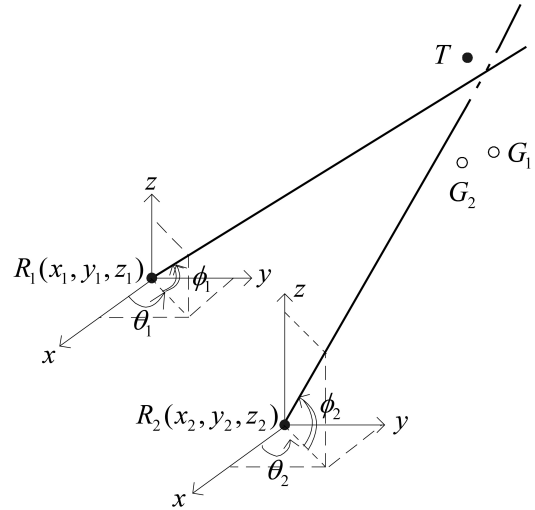


그림 2. 두 대의 레이더를 이용한 3차원 표적 위치 추정  
 Fig. 2. Estimation of a target location using two radars in 3-dimensional environment

되고 있다<sup>7,81</sup>. 그러나 다중 센서 획득 정보에 가중치를 부여할 때에는 여전히 거리 정보를 필요로 한다.

이 논문에서는 여러 대의 레이더와 표적에 부착된 GPS 장비로부터 얻은 텔레메트리 정보를 활용하여 표적의 위치를 추정하는 기법을 제안한다. 해상에서는 해수면 반사로 인해 레이더의 거리 정보가 부정확할 수 있고 GPS 정보는 고도 정보가 부정확할 수 있기 때문에 정보마다 가중치를 부여하여 표적의 위치를 추정하는 기법을 추가로 제안하고, 모의실험으로 제안한 기법들의 위치 추정 성능을 기존 기법의 성능과 비교한다.

논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 3차원 LLSE 기법과 GPS 정보 반영 기법, 가중치를 반영한 기법을 유도 및 제안하고, 3장에서 각 기법의 표적 위치 추정 성능을 모의실험으로 살펴보고, 4장에서 결론을 맺는다.

## II. 표적 위치 추정 알고리즘

이 장에서는 3차원 LLSE 기법을 유도하고 GPS 정보를 반영한 표적 위치 결정 방법을 제안한다. 또한 정보의 중요도 및 정확성에 따라 가중치를 두어 표적의 위치를 결정하는 방법을 제안한다.

### 2.1 3차원 LLSE 및 가중치 적용 기법

그림 2에서 나타난 3차원 표적 위치 추정 환경에서 직선과의 거리 제곱 합이 최소가 되는 점  $T(x_T, y_T, z_T)$ 를 표적의 추정 좌표로 얻어 보자.

레이더  $N_R$ 개로 표적을 탐지할 때,  $i$ 번째 레이더의 직각좌표계 좌표를  $R_i(x_i, y_i, z_i)$ 라 두고,  $i$ 번째 레이더가 관측한 표적의 방위각과 고도각을 각각  $\theta_i$ 과  $\phi_i$ 라 두자. 그러면 직선  $l_i$ 의 방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{x - x_i}{x_u^{(i)}} = \frac{y - y_i}{y_u^{(i)}} = \frac{z - z_i}{z_u^{(i)}} = l_i \quad (1)$$

여기서,  $\vec{u}_i = (x_u^{(i)}, y_u^{(i)}, z_u^{(i)})$ 는 직선  $l_i$ 의 방향벡터로서 각각의 성분이 다음과 같다<sup>9)</sup>.

$$\begin{aligned} x_u^{(i)} &= \cos \phi_i \cos \theta_i \\ y_u^{(i)} &= \cos \phi_i \sin \theta_i \\ z_u^{(i)} &= \sin \phi_i \end{aligned} \quad (2)$$

표적의 좌표  $T$ 에서 직선  $l_i$ 에 내린 수선의 발을  $H_i$ 라 하자. 각각의 직선으로 내린 수선의 발  $\overline{TH_i}$ 의 길이 제곱합인

$$D_1^2 = \sum_{i=1}^{N_R} \overline{TH_i}^2 \quad (3)$$

을 최소가 되게 하려면

$$\frac{\partial D_1^2}{\partial x_T} = \frac{\partial D_1^2}{\partial y_T} = \frac{\partial D_1^2}{\partial z_T} = 0 \quad (4)$$

를 만족하여야 한다.

식 (4)를 만족하는  $T(x_T, y_T, z_T)$ 를 구한 결과를 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$T = \left( \sum_{i=1}^{N_R} A_i' A_i \right)^{-1} \left( \sum_{i=1}^{N_R} A_i' A_i R_i \right) \quad (5)$$

여기서, 행렬  $A_i$ 는 직선  $l_i$ 의 방향벡터 성분을 바탕으로

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 - (x_u^{(i)})^2 & -x_u^{(i)} y_u^{(i)} & -x_u^{(i)} z_u^{(i)} \\ -x_u^{(i)} y_u^{(i)} & 1 - (y_u^{(i)})^2 & -y_u^{(i)} z_u^{(i)} \\ -x_u^{(i)} z_u^{(i)} & -y_u^{(i)} z_u^{(i)} & 1 - (z_u^{(i)})^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

과 같이 얻을 수 있고,  $A'$ 은  $A$ 의 전치(transpose) 행

렬이며,  $T = [x_T \ y_T \ z_T]'$ ,  $R_i = [x_i \ y_i \ z_i]'$ 은 각각 추정된 표적 좌표와  $i$ 번째 레이더의 좌표를 나타내는 열벡터이다. 부록에 식 (5)와 (6)에 대한 증명을 나타내었다.

정보의 정확도가 서로 다를 때, 정보에 가중치를 두어 추정하는 기법을 생각해보자. 2차원 추정 기법에서는 가중치 행렬을 한 번에 곱할 수 있으나<sup>12)</sup>, 3차원에서는 정보의 향마다 가중치를 설정하여 결합해야 한다. 가중치를 두지 않은 경우의 결과인 식 (5)를 합의 각 항마다 1인 가중치를 둔 경우로 생각하면, 식 (5)에서 합의  $i$ 번째 항에 가중치  $\alpha_i$ 를 두어

$$T = \left( \sum_{i=1}^{N_R} \alpha_i A_i' A_i \right)^{-1} \left( \sum_{i=1}^{N_R} \alpha_i A_i' A_i R_i \right) \quad (7)$$

과 같은 결과를 얻을 수 있다. 이때,  $\alpha_i > 0$ 이고, 전체 가중치의 합은  $\sum_{i=1}^{N_R} \alpha_i = N_R$ 이다.

### 2.2 GPS 좌표 결합 및 가중치 적용 기법

이제, 그림 2와 같이 3차원 레이더 관측 정보에 GPS 정보까지 더해진 환경을 생각해보자. 레이더  $N_R$ 개와 GPS 정보  $N_G$ 개로 표적을 탐지하는 경우, 2.1절에서 직선과의 거리 제곱 합  $D_1^2$ 이 최소가 되는 점을 얻었다면, 이 절에서는 직선과의 거리 제곱 합에 GPS 좌표와의 거리 제곱 합을 더한

$$D_2^2 = \sum_{i=1}^{N_R} \overline{TH_i}^2 + \sum_{j=1}^{N_G} \overline{TG_j}^2 \quad (8)$$

을 최소가 되게 하는 점  $T(x_T, y_T, z_T)$ 를 표적의 추정 좌표로 얻어 본다. 여기서,  $G_j(x_g^{(j)}, y_g^{(j)}, z_g^{(j)})$ 는 표적에 대한  $j$ 번째 GPS 좌표이다. 곧,

$$\frac{\partial D_2^2}{\partial x_T} = \frac{\partial D_2^2}{\partial y_T} = \frac{\partial D_2^2}{\partial z_T} = 0 \quad (9)$$

를 만족시키는 좌표  $T(x_T, y_T, z_T)$ 를 얻고자 하는 것이다.

표적 추정 좌표와 표적에 대한  $j$ 번째 GPS 좌표와의 거리 제곱은

$$\overline{TG_j}^2 = (x_T - x_g^{(j)})^2 + (y_T - y_g^{(j)})^2 + (z_T - z_g^{(j)})^2 \quad (10)$$

이므로

$$\sum_{j=1}^{N_G} \frac{\partial \overline{T G_j^2}}{\partial x_T} = 2 \sum_{j=1}^{N_G} (x_T - x_g^{(j)}) \quad (11)$$

을 식 (A.9)와 결합하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$T = \left( \sum_{i=1}^{N_R} A_i' A_i + N_G I_3 \right)^{-1} \left( \sum_{i=1}^{N_R} A_i' A_i R_i + \sum_{j=1}^{N_G} G_j \right) \quad (12)$$

여기서,  $G_j = [x_g^{(j)} \ y_g^{(j)} \ z_g^{(j)}]'$ 는 표적에 대한  $j$ 번째 GPS 좌표를 나타내는 열벡터이고,  $I_3$ 은 크기가  $(3 \times 3)$ 인 단위행렬이다.

2.1절에서와 마찬가지로 방법으로,  $i$ 번째 레이더 정보에  $\alpha_i$ 의 가중치와  $j$ 번째 GPS 정보  $G_j = [x_g^{(j)} \ y_g^{(j)} \ z_g^{(j)}]'$ 에  $\beta_j = [\beta_{j1}, \beta_{j2}, \beta_{j3}]'$ 의 가중치를 둔다면, 식 (12)를 변형하여

$$T = \left( \sum_{i=1}^{N_R} \alpha_i A_i' A_i + \sum_{j=1}^{N_G} B_j \right)^{-1} \times \left( \sum_{i=1}^{N_R} \alpha_i A_i' A_i R_i + \sum_{j=1}^{N_G} B_j G_j \right) \quad (13)$$

과 같은 결과를 얻을 수 있다. 여기서,  $B_j = \text{diag}(\beta_j)$ 이고,  $\beta_{jk} > 0$ ,  $k = 1, 2, 3$ 이며, 전체 가중치의 합은  $\sum_{i=1}^{N_R} \alpha_i + \sum_{j=1}^{N_G} \sum_{k=1}^3 \beta_{jk} = N_R + N_G$ 이다.

### III. 모의실험

그림 3은 하나의 표적에 대하여 레이더 수  $N_R$ 가 2~4일 때 식 (5)의 결합 추정 기법으로 얻은 모의실험 결과(prop LLSE)를 나타낸다. 기존의 방법(conv LLSE)은 [7]에서 얻은 최소제곱오차의 해로 모의실험한 결과이다. 모의실험에 사용한 레이더 및 표적의 상대적 좌표는 표 1과 같고, 모든 레이더의 각도 측정오차의 표준편차를 동일하게  $0^\circ \sim 1^\circ$  사이에서 변화시켜 가면서 1만 번씩 반복 실험하여, 실제 표적 좌표와 추정 좌표의 rms(root mean square) 추정오차를 얻은 결과이다. 표 1에서 알 수 있듯이, 모의실험에서 레이더와 표적 간의 거리는 약 1.73km로 모두 동일하게 두었고, 거리가 충분히 멀기 때문에 레이더의 각도 측정

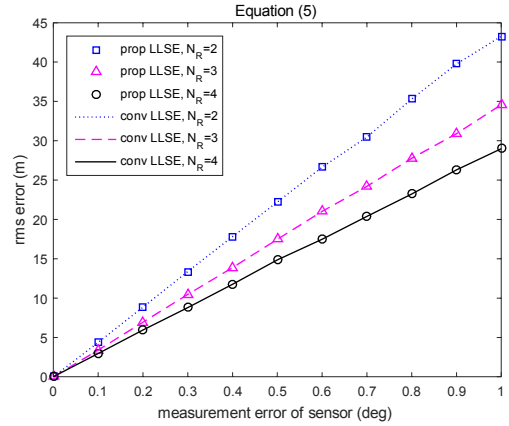


그림 3. 관측 레이더가 수가 변할 때, 식 (5)로 추정된 표적 위치의 rms 오차  
 Fig. 3. Rms error of Eq. (5) with various number of radars

표 1. 그림 3의 모의실험에 사용한 레이더 및 표적의 상대 좌표  
 Table 1. Relative coordinates of target and radars for Fig. 3

axis	x	y	z
target	0	0	1,000
radar 1	-1,000	-1,000	0
radar 2	1,000	1,000	0
radar 3	1,000	-1,000	0
radar 4	-1,000	1,000	0

오차에 비례하여 추정오차가 커지는 것을 그림 4에서 볼 수 있다. 또한 레이더의 측정오차가 동일한 조건에서는 레이더의 수가 많아질수록 획득 정보가 많아지기 때문에 추정오차가 줄어든다. 기존의 방법과 다른 형태의 수식으로 결과가 유도되었으나 동일한 추정 성능을 보이고 있고 전체 계산량도 동일하다. 따라서 식 (5)로 표현되는 결합 기법이 올바르게 유도된 것임을 이 모의실험 결과를 통하여 알 수 있다.

그림 4는 각도 측정오차가 서로 다른 네 대의 레이더를 사용하여 식 (7)의 가중 결합 기법으로 얻은 모의실험 결과(prop WLSE)를 나타낸다. 기존의 방법(conv WLSE)은 그림 3에서와 마찬가지로 [7]에서 얻은 해에서 가중치 행렬의 거리 정보를 모두 1로 두고 모의실험한 결과이다. 표 2의 위상 정보 표준편차  $\sigma_{r,i} = \sigma_{\theta_i} = \sigma_{\phi_i}$ 를 사용하였고, 제안한 기법의 가중치는

$$\alpha_i = \frac{N_R}{\sigma_{r,i}^2} \left/ \sum_{i=1}^{N_R} \frac{1}{\sigma_{r,i}^2} \right. \quad (14)$$

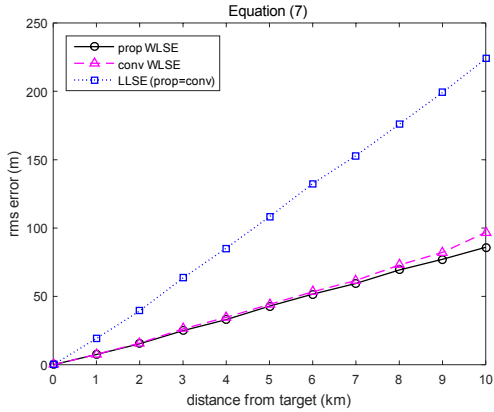


그림 4. 식 (14)의 가중치를 적용하여 식 (7)로 추정된 표적 위치의 rms 오차  
 Fig. 4. Rms error of Eq. (7) using the weight factors as Eq. (14)

표 2. 그림 4-6의 모의실험에 사용한 레이더 위상 정보의 표준편차  
 Table 2. Standard deviations of observed angles for Figs. 4-6

radar $i$	1	2	3	4
$\sigma_{r,i}$	$0.1^\circ$	$0.5^\circ$	$1^\circ$	$2^\circ$

로 설정하였다. 네 대의 레이더와 표적과의 거리는 모두 동일하게 설정하였고, 그 거리가 0~10km 사이에서 변할 때 실제 표적 좌표와 추정 좌표의 rms 추정오차를 얻은 결과이다. 제한한 가중 결합 기법이 기존의 기법보다 rms 추정오차가 적게 발생함을 볼 수 있다.

그림 5와 6은 하나의 표적에 대하여 레이더 3대와 GPS 측정 정보가 존재할 때, 식 (12)와 (13)의 결합 기법으로 얻은 모의실험 결과를 나타내고 있다. 모의 실험에 사용한 레이더 관련 사항은 모두 그림 4에서와 같고, 하나의 GPS 정보를 사용하였으며, GPS 측정오차 표준편차와 가중치는 표 3과 같이 설정하였다. GPS 정보의 특성상 경도와 위도의 정보는 비교적 정확하고 고도 정보가 부정확한 경우가 많기 때문에,  $x$  축과  $y$  축의 표준편차는 10m로 두고  $z$  축의 표준편차를 50m와 500m의 두 가지 경우로 설정하였다.

먼저, 그림 5는 가중치를 전혀 적용하지 않은 결과로서, GPS의 고도 정보 편차가 적은 경우( $\sigma_{g,3} = 50m$ )에는 GPS 좌표로만 추정하는 것이 가장 오차가 적지만, 고도 정보 편차가 큰 경우( $\sigma_{g,3} = 500m$ )에는 GPS 좌표로만 추정하는 것이 가장 오차가 크게 나타난다. 레이더 정보와 GPS 정보를 결합함으로써 부정확한 정보에 조금 덜 민감한 결과를 얻을 수 있다.

마지막으로 그림 6은 레이더 정보와 GPS 정보를

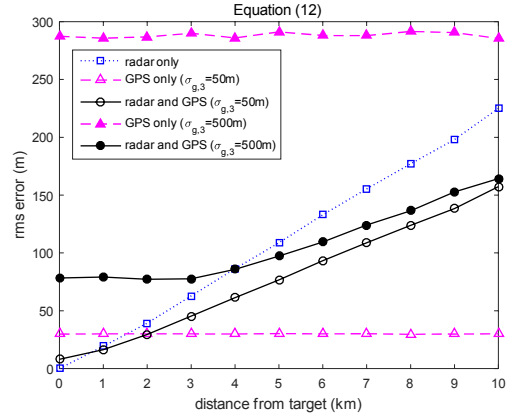


그림 5. 레이더와 GPS 정보를 결합하여 식 (12)로 추정된 표적 위치의 rms 오차  
 Fig. 5. Rms error of Eq. (12) with three radars and a GPS information

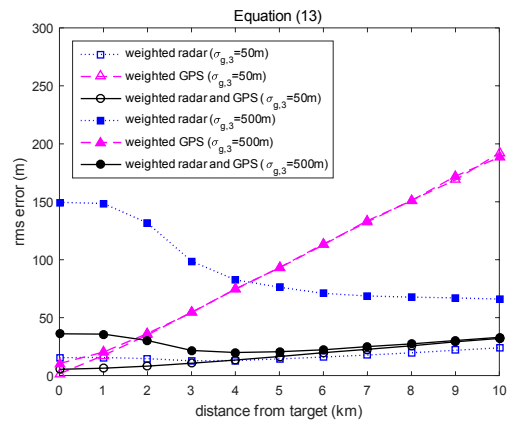


그림 6. 표 2의 가중치를 적용하여 식 (13)으로 추정된 표적 위치의 rms 오차  
 Fig. 6. Rms error of Eq. (13) using the weight factors on Table 3

모두 사용하고, 레이더에는 그림 4에서와 같은 가중치를, GPS 정보에는 표 3과 같은 가중치를 적용하여 얻은 결과이다. 레이더와 GPS 정보에 모두 가중치를 적용하면 고도 정보 편차가 큰 경우에도 추정오차가 40m를 넘지 않는 강인한 결과를 얻을 수 있다.

표 3. 그림 5와 6의 모의실험에 사용한 GPS 정보의 표준편차 및 가중치  
 Table 3. Standard deviations and weight factors of observed GPS data for Figs. 5 and 6

axis	$x$	$y$	$z$
index $k$	1	2	3
$\sigma_{g,k}$	10m	10m	50m or 500m
$\beta_{1,k}$	0.45	0.45	0.1

#### IV. 결 론

하나의 표적을 여러 대의 레이더와 GPS로 측정하였을 때, 측정오차로 인하여 서로 다른 위치에 표적이 존재하는 것으로 나타날 수 있다. 이 경우에 레이더 각도 측정 정보를 3차원 LLSE 방식으로 결합하여 표적의 위치를 결정하는 기법을 행렬식으로 유도하였다. 또한 레이더 측정 정보에 GPS 측정 정보가 추가되고 정보마다 정확도가 다를 경우, 정보에 가중치를 설정하여 표적의 위치를 결정하는 기법을 제안하였다.

제안한 3차원 표적 위치 추정 기법에서 레이더 위상 정보의 표준편차를 바탕으로 가중치를 두었을 때, 기존의 기법보다 추정오차가 줄어드는 것을 모의실험으로 확인하였다. 또한 레이더와 GPS 정보에 모두 가중치를 적용하는 기법을 사용하였을 때, 측정 정보의 부정확성이 큰 경우에도 추정오차가 일정 크기를 넘지 않는 강인한 성능을 얻을 수 있었다.

#### 부 록

표적의 좌표  $T$ 에서 직선  $l_i$ 에 내린 수선의 발  $H_i$ 의 좌표를  $H_i(x_u^{(i)}k + x_i, y_u^{(i)}k + y_i, z_u^{(i)}k + z_i)$  라고

두자. 여기서,  $k$ 는 임의의 실수이다. 그러면

$$\overrightarrow{TH_i} = \begin{pmatrix} x_u^{(i)}k + x_i - x_T, \\ y_u^{(i)}k + y_i - y_T, z_u^{(i)}k + z_i - z_T \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

이고,  $\overrightarrow{TH_i}$ 와  $\vec{u}_i$ 는 직교해야하므로 내적

$$\overrightarrow{TH_i} \cdot \vec{u}_i = \left\{ (x_u^{(i)})^2 + (y_u^{(i)})^2 + (z_u^{(i)})^2 \right\} k + x_u^{(i)}(x_i - x_T) + y_u^{(i)}(y_i - y_T) + z_u^{(i)}(z_i - z_T) \quad (\text{A.2})$$

가 0이다. 방향벡터  $\vec{u}_i$ 의 크기는 1이므로  $(x_u^{(i)})^2 + (y_u^{(i)})^2 + (z_u^{(i)})^2 = 1$ 이고, 따라서

$$k = x_u^{(i)}(x_T - x_i) + y_u^{(i)}(y_T - y_i) + z_u^{(i)}(z_T - z_i) \quad (\text{A.3})$$

을 얻어,  $T$ 와 직선  $l_i$ 의 거리 제곱을 (A.4)와 같이 나타낼 수 있다.

이제, 식 (4)를 만족시키는  $T$ 를 얻기 위해, (A.4)를  $x_T, y_T, z_T$ 로 각각 편미분하면 (A.5)~(A.7)을 얻을

$$\begin{aligned} \overline{TH_i}^2 = & \left[ (x_T - x_i) - \left\{ (x_u^{(i)})^2(x_T - x_i) + x_u^{(i)}y_u^{(i)}(y_T - y_i) + x_u^{(i)}z_u^{(i)}(z_T - z_i) \right\} \right]^2 \\ & + \left[ (y_T - y_i) - \left\{ x_u^{(i)}y_u^{(i)}(x_T - x_i) + (y_u^{(i)})^2(y_T - y_i) + y_u^{(i)}z_u^{(i)}(z_T - z_i) \right\} \right]^2 \\ & + \left[ (z_T - z_i) - \left\{ z_u^{(i)}x_u^{(i)}(x_T - x_i) + y_u^{(i)}z_u^{(i)}(y_T - y_i) + (z_u^{(i)})^2(z_T - z_i) \right\} \right]^2 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{TH_i}^2}{\partial x_T} = & 2 \left[ \left\{ 1 - (x_u^{(i)})^2 \right\}^2 + \left\{ x_u^{(i)}y_u^{(i)} \right\}^2 + \left\{ z_u^{(i)}x_u^{(i)} \right\}^2 \right] (x_T - x_i) \\ & - 2 \left[ \left\{ 1 - (x_u^{(i)})^2 \right\} \left\{ x_u^{(i)}y_u^{(i)} \right\} + \left\{ 1 - (y_u^{(i)})^2 \right\} \left\{ x_u^{(i)}y_u^{(i)} \right\} - \left\{ z_u^{(i)}x_u^{(i)} \right\} \left\{ y_u^{(i)}z_u^{(i)} \right\} \right] (y_T - y_i) \\ & - 2 \left[ \left\{ 1 - (x_u^{(i)})^2 \right\} \left\{ z_u^{(i)}x_u^{(i)} \right\} - \left\{ x_u^{(i)}y_u^{(i)} \right\} \left\{ y_u^{(i)}z_u^{(i)} \right\} + \left\{ 1 - (z_u^{(i)})^2 \right\} \left\{ z_u^{(i)}x_u^{(i)} \right\} \right] (z_T - z_i) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{TH_i}^2}{\partial y_T} = & -2 \left[ \left\{ 1 - (x_u^{(i)})^2 \right\} \left\{ x_u^{(i)}y_u^{(i)} \right\} + \left\{ 1 - (y_u^{(i)})^2 \right\} \left\{ x_u^{(i)}y_u^{(i)} \right\} - \left\{ z_u^{(i)}x_u^{(i)} \right\} \left\{ y_u^{(i)}z_u^{(i)} \right\} \right] (x_T - x_i) \\ & + 2 \left[ \left\{ 1 - (y_u^{(i)})^2 \right\}^2 + \left\{ x_u^{(i)}y_u^{(i)} \right\}^2 + \left\{ y_u^{(i)}z_u^{(i)} \right\}^2 \right] (y_T - y_i) \\ & - 2 \left[ \left\{ 1 - (y_u^{(i)})^2 \right\} \left\{ y_u^{(i)}z_u^{(i)} \right\} - \left\{ x_u^{(i)}y_u^{(i)} \right\} \left\{ z_u^{(i)}x_u^{(i)} \right\} + \left\{ 1 - (z_u^{(i)})^2 \right\} \left\{ y_u^{(i)}z_u^{(i)} \right\} \right] (z_T - z_i) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{TH_i}^2}{\partial z_T} = & -2 \left[ \left\{ 1 - (x_u^{(i)})^2 \right\} \left\{ x_u^{(i)}z_u^{(i)} \right\} - \left\{ x_u^{(i)}y_u^{(i)} \right\} \left\{ y_u^{(i)}z_u^{(i)} \right\} + \left\{ 1 - (z_u^{(i)})^2 \right\} \left\{ x_u^{(i)}z_u^{(i)} \right\} \right] (x_T - x_i) \\ & - 2 \left[ \left\{ 1 - (y_u^{(i)})^2 \right\} \left\{ y_u^{(i)}z_u^{(i)} \right\} - \left\{ x_u^{(i)}y_u^{(i)} \right\} \left\{ z_u^{(i)}x_u^{(i)} \right\} + \left\{ 1 - (z_u^{(i)})^2 \right\} \left\{ y_u^{(i)}z_u^{(i)} \right\} \right] (y_T - y_i) \\ & + 2 \left[ \left\{ 1 - (z_u^{(i)})^2 \right\}^2 + \left\{ z_u^{(i)}x_u^{(i)} \right\}^2 + \left\{ y_u^{(i)}z_u^{(i)} \right\}^2 \right] (z_T - z_i) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

수 있다. 행렬  $A_i$ 를 식 (6)처럼 정의하면 (A.5)~(A.7)의 결과를

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \overline{TH}_i^2}{\partial x_T} \\ \frac{\partial \overline{TH}_i^2}{\partial y_T} \\ \frac{\partial \overline{TH}_i^2}{\partial z_T} \end{bmatrix} = 2A_i' A_i \begin{bmatrix} x_T - x_i \\ y_T - y_i \\ z_T - z_i \end{bmatrix} \quad (A.8)$$

과 같이 간단히 정리할 수 있고,  $i$ 에 대한 합을 구하여 모든 항이 0이 되도록 만들면

$$\sum_{i=1}^{N_R} \begin{bmatrix} \frac{\partial \overline{TH}_i^2}{\partial x_T} \\ \frac{\partial \overline{TH}_i^2}{\partial y_T} \\ \frac{\partial \overline{TH}_i^2}{\partial z_T} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{N_R} 2A_i' A_i (T - R_i) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (A.9)$$

가 된다. 마지막으로, (A.9)의 오른쪽 등호 관계에서

$$\sum_{i=1}^{N_R} A_i' A_i T = \sum_{i=1}^{N_R} A_i' A_i R_i \quad (A.10)$$

을 얻고, 표적의 추정 좌표  $T$ 는  $i$ 과 관계가 없으므로 최종 결과인 식 (5)를 얻을 수 있다.

### References

[1] M. Gavish and A. J. Weiss, "Performance analysis of bearing-only target location algorithms," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 28, no. 3, pp. 817-828, Jul. 1992.

[2] J. H. Lee, M. C. Kim, S. W. Cho, Y. Jin, and D. Lee, "Performance comparison of LOB-based emitter localization algorithms," *J. KIMST*, vol. 12, no. 4, pp. 437-445, Aug. 2009.

[3] S. R. Park and S. Noh, "Location estimation for multiple targets using expanded DFS algorithm," *J. KICS*, vol. 38, no. 12, pp. 1207-1215, Dec. 2013.

[4] S. R. Park and S. Noh, "Location estimation for multiple targets using tree search algorithms under cooperative surveillance of multiple robots," *J. KICS*, vol. 38, no. 9, pp. 782-791, Sept. 2013.

[5] H. J. Shao, X. P. Zhang, and Z. Wang,

"Efficient closed-form algorithms for AOA based self-localization of sensor nodes using auxiliary variables," *IEEE Trans. Sign. Process.*, vol. 62, no. 10, pp. 2580-2594, May 2014.

[6] S. Tomic, M. Beko, R. Dinis, and L. Berbakov, "Cooperative localization in wireless sensor networks using combined measurements," in *Proc. 23<sup>rd</sup> IEEE TELFOR*, pp. 488-491, Belgrade, Serbia, Nov. 2015.

[7] Y. Wang and K. C. Ho, "An asymptotically efficient estimator in closed-form for 3-D AOA localization using a sensor network," *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, vol. 14, no. 12, pp. 6524-6535, Dec. 2015.

[8] K. Dogancay, "3D Pseudolinear target motion analysis from angle measurements," *IEEE Trans. Sign. Process.*, vol. 63, no. 6, pp. 1570-1580, Mar. 2015.

[9] E. Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics*, 10<sup>th</sup> Ed., John Wiley and Sons, Inc., New York, 2012.

### 한 정 재 (Jeong Jae Han)



2014년 2월 : 가톨릭대학교  
보통신전자공학 공학사  
2016년 2월 : 가톨릭대학교  
보통신전자공학 공학석사  
<관심분야> 통신신호처리, 무  
선통신, 전력선통신

### 정 윤 환 (Yoonhwan Jung)



2011년 3월~현재 : 가톨릭대학교  
정보통신전자공학부 학사  
과정  
<관심분야> 통신신호처리, 무  
선통신

**노 상 욱 (Sanguk Noh)**



1987년 2월 : 서강대학교 생명  
과학 이학사  
1989년 2월 : 서강대학교 컴퓨  
터공학 공학석사  
1999년 8월 : 텍사스주립대학교  
컴퓨터공학 공학박사  
1989년 2월~1995년 7월 : 국방  
과학연구소 연구원

2000년 8월~2002년 2월 : 미조리주립대학교 컴퓨터  
학과 교수

2002년 3월~현재 : 가톨릭대학교 컴퓨터정보공학부  
교수

<관심분야> 지능형 분산 시스템, 지식관리, 결정이  
론, 기계학습 등

**박 소 령 (So Ryoung Park)**



1997년 2월 : 연세대학교 전자  
공학 공학사  
1999년 2월 : 한국과학기술원 전  
기 및 전자공학 공학석사  
2002년 2월 : 한국과학기술원 전  
기 및 전자공학 공학박사  
2003년 3월~현재 : 가톨릭대학

교 정보통신전자공학부 교수  
<관심분야> 통계학적 신호처리, 무선통신, 다중접속  
등

**강 도 근 (Dokeun Kang)**



2000년 2월 : 충남대학교 컴퓨  
터공학 공학석사  
2002년 8월~현재 : 국방과학연  
구소 제 8 연구본부 선임연  
구원  
<관심분야> 비행시험 시스템  
및 S/W 개발 관리

**최 원 규 (Wonkyu Choi)**



2012년 10월 ~현재 : 국방과학연  
구소 제 8 연구본부 연구원  
2016년 8월 : 아주대학교 정보  
통신대학원 공학석사  
<관심분야> 빅데이터 처리, 비  
행시험 시스템 및 S/W 개발  
관리