

안테나 당 전력 제한 조건을 갖는 다중-입력 단일-출력 브로드캐스트 채널에서의 저복잡도 제로포싱 프리코더 설계

박 흥 석*, 장 진 영*, 전 상 운**, 채 혁 진***, 차 현 수*, 김 동 현****, 김 동 구°

Low Complexity Zero-Forcing Precoder Design for MISO Broadcast Channels Under Per-Antenna Power Constraints

Hongseok Park*, Jinyoung Jang*, Sang-Woon Jeon**, Hyukjin Chae***,
 Hyun-Su Cha*, Donghyun Kim****, Dong Ku Kim°

요 약

안테나 당 전력 제한 조건을 갖는 K 사용자 다중-입력 단일-출력 브로드캐스트 채널을 고려한다. 즉, 각각의 송신 안테나가 개별적인 전력 제한 조건을 만족해야한다. 송신 안테나 수 M 이 K 보다 클 때의 저복잡도 제로포싱 프리코더를 제안한다. 제안하는 프리코더 설계기법은 최적 제로포싱 프리코더가 달성하는 합 전송률에 근접하는 전송률을 달성하며 동시에 프리코더 설계의 복잡도를 현저히 감소시킬 수 있다.

Key Words : computational complexity, multi-antenna, per-antenna power constraints, precoder design, zeroforcing

ABSTRACT

The K -user multiple-input single-output broadcast channel is considered under per-antenna power constraints, i. e., each transmit antenna must satisfy its own power constraints. A low complexity zeroforcing(ZF) precoder is proposed when the number of transmit antennas M is greater than K . The proposed precoder design significantly reduces computational complexity for the precoder construction while attaining the sum spectral efficiency close to that achievable by the optimal ZF precoder.

I. 서 론

다중-입력 다중-출력(multiple-input multiple-output, MIMO) 시스템은 무선 통신 시스템 분야에서 고용량

전송을 위한 주요 기술로 적용되고 있다. 이동 통신 규격인 LTE-Advanced(long term evolution- advanced)에는 전송률을 향상시키고 셀 간·사용자 간의 간섭을 제어하기 위해 MIMO 기술이 광범위하게 쓰이고

※ “이 논문은 2013년 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업 연구임”(NRF-2013R1A1A1064955)
 ※ 본 연구는 국방과학연구소 ‘T4급 고정밀 영상정보용 데이터링크 개발’ 시험개발과제(912431301)의 지원으로 수행되었습니다.
 • First Author : Yonsei University, School of Electrical and Electronic Engineering, phs0127@yonsei.ac.kr, 학생회원
 ° Corresponding Author : Yonsei University, School of Electrical and Electronic Engineering, dkkim@yonsei.ac.kr, 종신회원
 * Yonsei University, School of Electrical and Electronic Engineering, dreaming_hero@yonsei.ac.kr, dearboys@yonsei.ac.kr, 학생회원
 ** Andong National University, Department of Information and Communication Engineering, swjeon@anu.ac.kr
 *** Advanced Communication Technology R&D Laboratory, LG Electronics, hyukjinchae@gmail.com
 **** Agency for Defense Developent, The 2nd R&D Institute, dh-kim@add.re.kr, 정회원
 논문번호 : KICS2016-07-138, Received July 1, 2016; Revised September 8, 2016; Accepted September 8, 2016

있다¹¹. 최근에는 많은 수의 안테나를 사용하는 대용량 MIMO(massive MIMO) 기술이 미래의 무선 통신 기술 분야로써 산업적 학문적으로 많은 연구가 되고 있다^{2,31}.

또한, 첨단 군 통신에서도 영상정보용 공용 데이터 링크(common data link, CDL)는 전자 광학(electro-optical, EO) 장비나 합성개구레이더(synthetic aperture radar, SAR)로부터 획득된 대용량 영상신호 데이터를 비행체로부터 지상으로 전달할 때 사용되는 공용 통신시스템이다⁴¹. 공용 데이터링크가 대형 비행체에 적용될 경우 다중 송신 안테나를 탑재할 수 있을 것으로 예상되며 비행체에서 획득된 대용량 데이터를 여러 명의 원격영상수신 장치(remote video terminal, RVT) 사용자에게 효율적으로 전송하기 위해서는 프리코딩 기반 다중전송기술의 적용 필요성이 클 것으로 예상된다.

능동 안테나 시스템(active antenna system)은 송수신기와 안테나를 하나의 모듈로 통합하여 구성한 안테나 시스템이다³¹. 능동 안테나 시스템은 선 손실(cable loss)의 감소로 인한 낮은 전력 소모와 유연한 빔 제어 능력을 가지고 있으며, 최근에는 대용량 MIMO를 비롯한 다중 안테나 시스템에 많이 적용되고 있다. 각각의 송수신기는 개별적인 전력 증폭기를 갖고 있으며, 따라서 능동 안테나 시스템이 설치된 다중 안테나 시스템에서는 안테나 당 전력 제한 조건이 다중 안테나 전송 기술을 설계하는데 필수적인 요소가 된다.

안테나 당 전력 제한 조건에서 선형 프리코더를 설계하는 방식은 여러 가지가 있다. 최적의 제로포싱 프리코더를 설계하기 위한 최적화 문제는 [5]에서 안테나 당 전력 제한 조건일 때 K 명의 사용자 다중입력 단일-출력(multiple-input single-output, MISO) 브로드캐스트 채널의 합 전송률을 최대화하기 위해 제안되었다. [6]에서는 앞서 언급한 최적화 문제의 쌍대 최적화 문제(dual optimization problem)를 수립하였다.

이러한 상황을 고려하여 본 논문에서는 M 개의 송신 안테나를 갖는 송신기와 K 명의 사용자 사이의 MISO 브로드캐스트 채널에서 안테나 당 전력 제한 조건을 만족하는 저복잡도 제로포싱 프리코더 설계에 대해 다룬다⁷¹. [8]과 [9]에서 제안된 알고리즘이 최적의 제로포싱 프리코더에 관해 다루지만 최적의 제로포싱 프리코더는 M 이 K 보다 큰 경우에 높은 복잡도를 갖게 된다. 본 논문의 목적은 $M \geq K$ 일 때 [5]와 [6]에서 제안된 최적의 제로포싱 프리코더에 가까운

합 전송률 성능을 보이면서 복잡도를 효율적으로 낮추는 것이다.

본 논문에서 행렬 A 에 대해 위첨자 A^T , A^H , A^\dagger 는 각각 행렬 A 의 transpose, conjugate transpose, 의사 역행렬(pseudo-inverse)을 나타낸다. 연산자 $[A]_{m,n}$, $r(A,m)$, $c(A,n)$ 은 각각 행렬 A 의 (m,n) 번째 원소, m 번째 행벡터, n 번째 열벡터를 의미하고, 정사각 행렬 B 에 대해 $\text{tr}(B)$ 는 행렬 B 의 대각 성분을 모두 합한 것을 의미한다. I_n 은 $n \times n$ 단위행렬을 의미하고, $\text{diag}\{a_1, \dots, a_n\}$ 는 대각 성분 원소가 a_1 부터 a_n 인 $n \times n$ 대각 행렬을 의미하며, $A \geq 0$ 은 양의 준정부호행렬(positive semidefinite matrix)을 의미한다. 복소수 a 에 대해 $\text{re}(a)$ 는 a 의 실수부를 의미하며, 집합 A 에 대해서 $\text{card}(A)$ 는 A 의 원소 수를 의미한다.

II. 시스템 모델 및 선행 연구

본 논문에서는 M 개의 안테나를 사용하는 송신기 하나와 단일 안테나를 사용하는 K 명의 사용자로 구성된 MISO 하향링크 채널을 가정한다. 여기서 안테나 수는 $M \geq K$ 를 만족하며 k 번째 사용자의 수신 신호는 다음과 같다.

$$y_k = \mathbf{h}_k^T \mathbf{x} + n_k \quad (1)$$

\mathbf{h}_k 는 M 차원 벡터로 송신기와 k 번째 사용자 간의 채널, \mathbf{x} 는 M 차원 송신 신호 벡터이며 n_k 는 평균이 0이고 분산이 1인 복소 가우시안 잡음이다. 송신기는 채널 정보를 정확히 알고 있다고 가정한다. $\mathbf{x} = [x_1 \dots x_M]^T$ 라고 할 때, 송신기는 안테나 당 전력 제한 조건(per antenna power constraints, PAPC)을 만족한다. 즉, 모든 $i = 1, \dots, M$ 에 대해 $E[|x_i|^2] \leq P/M$ 을 만족한다. 실제 다중 안테나 시스템에서 각각의 안테나는 개별 전력 증폭기를 가지고 있으며, 따라서 안테나 당 전력을 제한하는 것은 이러한 시스템을 반영한다^{5,6,81}.

본 논문에서는 선형 제로포싱 프리코더와 정규화 채널 역행렬(regularized channel inversion, RCI) 프리코더 및 안테나 그룹 당 송신 전력 제한 조건(per antenna-group power constraints, PGPC)을 만족하는 프리코더로의 확장에 관해 다룬다. 송신 신호 벡터는 $\mathbf{x} = \sum_{k=1}^K \mathbf{w}_k s_k$,와 같이 표현할 수 있으며, 여기서 \mathbf{w}_k 와 s_k 는 각각 k 번째 사용자의 프리코더와 송신 신호를 나타낸다. 송신 신호 전력 제한을 위해

$\mathbf{s} = [s_1 \cdots s_K]^T$ 는 $E[\mathbf{s}\mathbf{s}^H] = \mathbf{I}_K$ 를 만족한다.
 $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \cdots \mathbf{h}_K]^T$, $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1 \cdots \mathbf{w}_K]$ 일 때 \mathbf{W} 의 제로포싱 조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{cases} [\mathbf{H}\mathbf{W}]_{m,n} = 0 & \text{if } m \neq n \text{ for all } m, n = 1, \dots, K \\ [\mathbf{H}\mathbf{W}]_{m,n} \neq 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (2)$$

(2)의 제로포싱 조건은 모든 사용자의 원하는 신호가 0이 아님과 동시에 사용자 간 간섭 신호가 0임을 보장한다. [5]에서는 다음과 같은 합 전송률 최대화를 고려하였다.

$$\begin{aligned} & \max_{\{\mathbf{Q}_k \geq 0\}_{k=1}^K} \sum_{k=1}^K \log_2(1 + \mathbf{h}_k^H \mathbf{Q}_k \mathbf{h}_k) \\ & \text{subject to } \mathbf{h}_n^H \mathbf{Q}_k \mathbf{h}_n = 0 \quad \text{for } \forall n \neq k, \\ & \sum_{k=1}^K [\mathbf{Q}_k]_{m,m} \leq \frac{P}{M} \quad \text{for } \forall m \end{aligned} \quad (3)$$

(3)은 컨벡스 최적화(convex optimization) 문제로 (3)의 해는 전력 할당이 고려된 최적의 제로포싱 프리코더가 된다. [5]에서는 모든 $k=1, \dots, K$ 에 대해서 $\mathbf{Q}_k = \mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^H \geq \mathbf{0}$ 으로 표현될 수 있는 $\{\mathbf{Q}_k \geq 0\}_{k=1}^K$ 의 계수(rank)가 1인 해가 존재함을 보였다. 따라서 제로포싱 조건과 안테나 당 전력 제한 조건을 모두 만족하면서 합 전송률을 최대화하는 \mathbf{W} 는 (3)을 통해 구해진다. (3)은 $KM(M-1)/2$ 차원의 최적화 문제로, 일반적인 목적의 interior point 방법을 이용해 최적의 해를 찾을 수 있다⁹⁾.

[6]에서는 라그랑지안 쌍대성(Lagrangian duality)을 이용하여 (3)을 M 차원의 최적화 문제로 재구성하였다. \mathbf{V}_k 의 열벡터가 $\mathbf{G}_k = [\mathbf{h}_1 \cdots \mathbf{h}_{k-1} \mathbf{h}_{k+1} \cdots \mathbf{h}_K]^T$ 의 영공간의 기저 벡터라고 할 때, \mathbf{w}_k 는 \mathbf{V}_k 에 의해 span되는 부분 공간에 존재하며 송신 공분산 행렬은 $\mathbf{Q}_k = \mathbf{V}_k \mathbf{T}_k \mathbf{V}_k^H$ 로 대체될 수 있다. 여기서 \mathbf{T}_k 는 $(M-K+1) \times (M-K+1)$ 크기의 행렬로 허미션(Hermitian) 행렬이다. m 번째 안테나의 전력 제한을 위한 쌍대변수(dual variable)를 μ_m 이라고 할 때, [6]에서는 주어진 $\boldsymbol{\mu} = [\mu_1 \cdots \mu_M]^T$ 에 대해 라그랑지안 함수의 최적의 \mathbf{T}_k^* 의 폐형(closed-form)을 유도하였다. 이를 $\mathbf{T}_k^*(\boldsymbol{\mu})$ 라고 할 때, (3)의 쌍대성 문제는 다음과 같다.

$$\min_{\{\mu_m \geq 0\}_{m=1}^M} \sum_{k=1}^K \log_2(1 + \mathbf{h}_k^H \mathbf{V}_k \mathbf{T}_k^*(\boldsymbol{\mu}) \mathbf{V}_k^H \mathbf{h}_k) - \sum_{m=1}^M \mu_m \left(\sum_{k=1}^K [\mathbf{V}_k \mathbf{T}_k^*(\boldsymbol{\mu}) \mathbf{V}_k^H]_{m,m} - \frac{P}{M} \right) \quad (4)$$

(3)과 (4)를 해결하는 데에 필요한 연산 복잡도는 IV장에서 다룬다.

III. 제안 기법

본 장에서는 저복잡도 제로포싱 프리코더 설계 기법을 제안한다. 제안하는 기법은 $M-K+1$ 번의 단계를 가지는 반복 알고리즘(iterative algorithm)을 통해 \mathbf{W} 를 계산한다. \mathbf{W}_{m-1} 을 $m-1$ 번째 단계에서 계산된 프리코더라고 할 때, \mathbf{W}_{m-1} 는 $\text{card}(S_{m-1}) = m-1$ 인 어떤 집합 $S_{m-1} \subseteq \{1, 2, \dots, M\}$ 에 대해서 다음과 같은 안테나 당 전력 제한 조건을 만족하는 제로포싱 프리코더로 가정한다.

$$\begin{cases} \|r(\mathbf{W}_{m-1}, n)\|^2 = \frac{P}{M} & \text{if } n \in S_{m-1} \\ \|r(\mathbf{W}_{m-1}, n)\|^2 \leq \frac{P}{M} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

그리고 이를 이용해 m 번째 단계에서는 프리코더 \mathbf{W}_m 을 다음과 같이 계산한다.

$$\mathbf{W}_m = \mathbf{W}_{m-1} + \alpha_m \mathbf{H}_m^* \quad (6)$$

여기서 \mathbf{W}_0 는 영행렬이고 $S_0 = \emptyset$ 이다. 이 후에 절에서 설명할 \mathbf{H}_m 과 α_m 에 의해, \mathbf{W}_m 은 $\text{card}(S_m) = m$ 인 어떤 집합 $S_m \subseteq \{1, 2, \dots, M\}$ 에 대해서 다음과 같은 안테나 당 전력 제한 조건을 만족하는 제로포싱 프리코더가 된다.

$$\begin{cases} \|r(\mathbf{W}_m, n)\|^2 = \frac{P}{M} & \text{if } n \in S_m \\ \|r(\mathbf{W}_m, n)\|^2 \leq \frac{P}{M} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

결과적으로 $(M-K+1)$ 번째 단계에서 계산된 \mathbf{W}_{M-K+1} 은 (2)와 안테나 당 전력 제한 조건을 만족한다. 즉, $n \in S_{M-K+1}$ 일 때 n 번째 안테나의 평균 송신 전력은 P/M 이 되며, 그 외의 안테나는 평균 송신

전력이 P/M 보다 작거나 같다. 여기서 $\text{card}(S_{M-K+1}) = M - K + 1$ 이다.

3.1 H_m 의 설계

본 절에서는 다음의 정리를 이용해 H_m 을 정의한다.

Lemma 1: $M \geq K$ 에 대해서 A 가 $K \times M$ 의 최대 행 계수 (full row rank) 행렬이라고 가정한다. B 가 A 의 일부 열벡터를 영벡터로 치환한 행렬이고, 동시에 최대 행 계수 행렬이라면 $AB^\dagger = I_K$ 이다.

증명: S 를 B 에서 영벡터로 치환된 열의 인덱스라고 한다면, B 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$B = A \text{diag}\{x_1, \dots, x_M\}, \quad (8)$$

여기서 $n \in S$ 일 때 $x_n = 0$ 이고 그 외의 경우에 $x_n = 1$ 이다. B 가 최대 행 계수 행렬이므로, $B^\dagger = B^H(BB^H)^{-1}$ 이 존재하고 $BB^\dagger = I_K$ 이다. 또한 $n \in S$ 일 때, $c(B, n)$ 이 영벡터이므로 $n \in S$ 에 대해서 $r(B^\dagger, n)$ 역시 영벡터가 된다. A 가 B^\dagger 의 왼쪽에 곱해진다고 가정 할 때 (AB^\dagger) , 임의의 정수 $a, b \in \{1, 2, \dots, K\}$ 에 대해서 다음의 등식을 만족한다.

$$\begin{aligned} [AB^\dagger]_{a,b} &= \sum_{n=1}^M [A]_{a,n} [B^\dagger]_{n,b} \\ &\stackrel{(a)}{=} \sum_{n=1, n \notin S}^M [A]_{a,n} [B^\dagger]_{n,b} \\ &\stackrel{(b)}{=} \sum_{n=1, n \notin S}^M [B]_{a,n} [B^\dagger]_{n,b} \\ &= [BB^\dagger]_{a,b} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 (a)는 $n \in S$ 에 대해서 $[B^\dagger]_{n,b} = 0$ 로부터 유도되고 (b)는 (8)에 의해서 $n \notin S$ 에 대하여 $[B]_{a,n} = [A]_{a,n}$ 으로부터 유도된다. 따라서 $[AB^\dagger]_{a,b} = [BB^\dagger]_{a,b}$ 는 $a = b$ 일 때 1이고 그 외에는 0이 된다. ■

Lemma 1에 기초해 아래의 방식으로 H 의 $m-1$ 번째 열벡터를 영벡터로 치환한 H_m 을 정의한다.

$$H_m = H \text{diag}\{x_1, \dots, x_M\} \quad (10)$$

여기서 $n \in S_{m-1}$ 일 때 $x_n = 0$ 이고 그 외의 경우 $x_n = 1$ 이다. H 의 원소가 연속 분포에서 독립적이고 동일한 분포를 갖는다면 H_m 은 모든 $m = 1, \dots, M - K + 1$ 에 대해서 최대 행 계수 행렬이다. 본 논문에서는 H 의 원소들이 독립적이고 동일한 분포를 갖는다고 가정한다. Lemma 1로부터 프리코더 W 를 H_m^\dagger 으로 사용한다면 (2)의 제로포싱 조건을 만족한다. 따라서 W_m 역시 (6)으로부터 모든 $m = 1, \dots, M - K + 1$ 에 대해서 (2)를 만족한다.

3.2 α_m 의 설계

(10)에 의해 $n \in S_{m-1}$ 인 $r(H_m^\dagger, n)$ 은 영벡터이므로, (6)에 의해 $r(W_m, n)$ 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$r(W_m, n) = \begin{cases} r(W_{m-1}, n) & \text{if } n \in S_{m-1} \\ r(W_{m-1}, n) + \alpha_m r(H_m^\dagger, n) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

따라서 (5)의 가정에 의해 $n \in S_{m-1}$ 에 대해서 $\|r(W_m, n)\|^2 = \|r(W_{m-1}, n)\|^2 = P/M$ 이다. 이 성질을 이용하면 $n \in S_{m-1}$ 에 속하는 $r(W_m, n)$ 을 바꾸지 않으면서, 임의의 $n^* \notin S_{m-1}$ 에 대해서 $\|r(W_m, n^*)\|^2 = P/M$ 이 되도록 하는 α_m 을 찾을 수 있다. $n = 1, \dots, M$ 에 대해서 다음과 같은 함수를 정의한다.

$$f_{m,n}(\alpha) = \|r(W_{m-1}, n) + \alpha r(H_m^\dagger, n)\|^2 - \frac{P}{M} \quad (12)$$

(12)의 결과로부터 모든 $n \in S_{m-1}$ 에 대해서 α 와 독립적으로 $f_{m,n}(\alpha) = 0$ 이다. 따라서 $n^* \notin S_{m-1}$ 에 대해서 $f_{m,n^*}(\alpha_m) = 0$ 을 만족하고 모든 $n \notin S_{m-1} \cup \{n^*\}$ 에 대해서 $f_{m,n}(\alpha_m) \leq 0$ 인 α_m 이 존재한다. 결과적으로 α_m 은 안테나 당 전력 제한 조건을 만족한다. $n \in S_{m-1} \cup \{n^*\}$ 일 때 n 번째 안테나의 송신 전력은 P/M 과 같고 그 외의 경우에는 P/M 보다 작거나 같다.

다음의 정리에서는 α_m 에 대응하는 n^* 가 존재함을 보인다. 먼저 $n \notin S_{m-1}$ 과 $i = 1, 2$ 에 대해 근의 공식을

$$\alpha_{m,n}^{[i]} = \frac{-\text{re}(r(W_{m-1}, n)r(H_m^\dagger, n)^H) + (-1)^i \sqrt{(\text{re}(r(W_{m-1}, n)r(H_m^\dagger, n)^H))^2 - \|r(H_m^\dagger, n)\|^2 \left(\|r(W_{m-1}, n)\|^2 - \frac{P}{M}\right)}}{\|r(H_m^\dagger, n)\|^2} \quad (13)$$

통해 페이지 하단에 있는 (13)을 정의한다. $\alpha_{m,n}^{[1]}$ 과 $\alpha_{m,n}^{[2]}$ 은 α 에 관한 $f_{m,n}(\alpha) = 0$ 의 해이다.

Lemma 2: $m = 1, \dots, M-K+1$ 에 대해서 다음을 만족하는 $n^* \notin S_{m-1}$ 이 존재한다.

$$\begin{cases} f_{m,n^*}(\alpha_m) = 0 & \text{for all } n \in S_{m-1} \cup \{n^*\} \\ f_{m,n}(\alpha_m) \leq 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (14)$$

여기서 α_m 은 아래와 같다.

$$\alpha_m = \underset{x \in \{\alpha_{m,n}^{[1]}, \alpha_{m,n}^{[2]}\}}{\operatorname{argmin}} |x|. \quad (15)$$

증명: $m = 1$ 인 경우에 \mathbf{W}_0 가 영행렬이고 $S_0 = \emptyset$ 이므로 $\mathbf{W}_1 = \mathbf{W}_0 + \alpha_1 \mathbf{H}_1^\dagger = \alpha_1 \mathbf{H}_1^\dagger$ 이고 $n \in \{1, \dots, M\}$ 이다. $n^* = \operatorname{argmax}_{n \in \{1, \dots, M\}} \|r(\mathbf{H}_1^\dagger, n)\|^2$ 로 설정하면, (15)로부터 $\alpha_1 = \sqrt{\frac{P}{M \|r(\mathbf{W}_1, n^*)\|^2}}$ 이 된다.

여기서 α_1 은 $\|r(\mathbf{W}_1, n^*)\|^2$ 를 P/M , $f_{1,n^*}(\alpha_1) = 0$ 으로 만들어주는 곱셈자다. 그러므로 Lemma 2는 $m = 1$ 에 대해서 성립한다.

다음으로 (5)를 만족하는 \mathbf{W}_{m-1} 이 존재한다고 가정한다. 즉, Lemma 2가 $(m-1)$ 번째 단계에서 성립한다고 가정한다. m 번째 단계를 고려해보면 $\mathbf{W}_m = \mathbf{W}_{m-1} + \alpha_m \mathbf{H}_m^\dagger$ 이다. α 와 독립적으로 모든 $n \in S_{m-1}$ 에 대해서 $f_{m,n}(\alpha) = 0$ 이기에 $n \notin S_{m-1}$ 일 때의 $f_{m,n}(\alpha)$ 만 고려한다. α 에 관해 $f_{m,n}(\alpha)$ 의 볼록한 성질(convexity)에 의해서 모든 $n \notin S_{m-1}$ 과 $\alpha_{m,n}^{[1]} \leq \alpha \leq \alpha_{m,n}^{[2]}$ 에 대해서 $f_{m,n}(\alpha) \leq 0$ 이다. 그러므로 $n^* \notin S_{m-1}$ 에 대해서 $f_{m,n^*}(\alpha_m) = 0$ 이고 모든 $n \notin S_{m-1} \cup \{n^*\}$ 에 대해서 $f_{m,n}(\alpha_m) \leq 0$ 인 α_m 을 다음과 설정 할 수 있다.

$$\alpha_m = \underset{x \in \{\alpha_{m,n}^{[1]}, \alpha_{m,n}^{[2]}\}_{n \in \{1, \dots, M\} \setminus S_{m-1}}}{\operatorname{argmin}} |x|, \quad (16)$$

그러므로 Lemma 2는 m 번째 단계에서 성립하고 귀납법에 의해 증명을 완료할 수 있다. ■

Lemma 1과 2는 모든 $m = 1, \dots, M-K+1$ 에 대해서 (2)와 (7)을 만족하는 \mathbf{W}_m 이 존재한다는 것을 보장한다. 제안하는 방식은 표 1에 의사코드(pseudocode)

로 정리하였다. m 번째 단계에서 표 1의 4번째 줄에서 n^* 는 $\{1, \dots, M\} \setminus S_{m-1}$ 의 가능한 선택지들을 전수 조사함으로써 계산할 수 있다.

3.3 정규화 채널 역행렬 프리코더 설계

제안하는 알고리즘은 안테나 당 전력 제한 조건에서 RCI 프리코더를 설계하는 방법으로 확장할 수 있다. \mathbf{H}_m^\dagger 을 실수 값 $\beta > 0$ 에 대해 $\mathbf{F}_m = \mathbf{H}_m^\dagger (\mathbf{H}_m \mathbf{H}_m^\dagger + \beta \mathbf{I}_K)^{-1}$ 으로 대체함으로써 m 번째 단계의 제안하는 RCI 프리코

더는 $\mathbf{W}_m = \mathbf{W}_{m-1} + \alpha_m \mathbf{F}_m$ 이 된다. $n \in S_{m-1}$ 에 대해서 $r(\mathbf{F}_m, n) = \mathbf{0}$ 이기 때문에 제안하는 RCI 프리코더 역시 안테나 당 전력 제한 조건을 만족한다.

3.4 안테나 그룹 당 송신 전력 제한 조건을 만족하는 제로포싱 프리코더 설계

본 절에서는 표 1의 알고리즘을 바탕으로 안테나 그룹 당 송신 전력이 제한된 시스템의 제로포싱 프리코더를 설계한다¹⁰⁾. M 개의 송신 안테나는 안테나의 인덱스가 겹치지 않는 2개의 안테나 그룹으로 구성되며, $g \in \{1, 2\}$ 에 대해 g 번째 안테나 그룹은 M_g 개의 안테나로 구성된다고 가정한다. 또한 $M_1 + M_2 = M$ 을 만족하며, $K \leq \min(M_1, M_2)$ 를 만족한다고 가정한다. 일반성을 잃지 않고 첫 번째 안테나 그룹은 $1, \dots, M_1$ 번째 안테나로 구성되며, 두 번째 안테나 그룹은 $M_1 + 1, \dots, M$ 로 구성된다. g 번째 안테나 그룹의 최대 송신 전력을 P_g 라고 할 때, $P_1 + P_2 = P$ 이며, 송신 신호는 안테나 그룹 당 송신 전력, 즉 $E[\sum_{i=1}^{M_1} |x_i|^2] \leq P_1$ 과 $E[\sum_{i=M_1+1}^M |x_i|^2] \leq P_2$ 을

표 1. 제안하는 제로포싱 프리코더 설계 과정
Table 1. PROPOSED ZF PRECODER CONSTRUCTION PROCEDURE

1:	Initialization: Set $S_0 = \emptyset$ and $\mathbf{W}_0 = \mathbf{0}$
2:	For $m = 1 : M-K+1$
3:	Set \mathbf{H}_m as in (9) and compute \mathbf{H}_m^\dagger .
4:	Find n^* satisfying (13) with α_m as in (14).
5:	Set $\mathbf{W}_m = \mathbf{W}_{m-1} + \alpha_m \mathbf{H}_m^\dagger$.
6:	Set $S_m = S_{m-1} \cup \{n^*\}$.
7:	End
8:	Result: Set $\mathbf{W} = \mathbf{W}_{M-K+1}$

만족한다.

설명의 편의를 위해 $\mathbf{H} = [\overline{\mathbf{H}}_1 \ \overline{\mathbf{H}}_2]$ 로 표기하며, $\overline{\mathbf{H}}_g$ 는 g 번째 안테나 그룹에서 사용자까지의 $K \times M_g$ 채널 행렬로 정의한다. 또한 $g = 1, 2$ 라고 할 때, 임의의 $M \times K$ 행렬 \mathbf{A} 에 대해 $\mathbf{S}(\mathbf{A}, g)$ 는 \mathbf{A} 의 $M_g \times K$ 크기 부분 행렬(submatrix)로 $\mathbf{A} = [\mathbf{S}(\mathbf{A}, 1) \ \mathbf{S}(\mathbf{A}, 2)]^T$ 로 정의한다.

제안하는 프리코더는 Lemma 1과 Lemma 2를 응용하여 두 단계에 걸쳐 설계한다. 첫 번째 단계에서 계산되는 제로포싱 프리코더는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{P}_1 = \gamma_1 \mathbf{G}_1^\dagger \quad (17)$$

여기서 $\mathbf{G}_1 = \mathbf{H}^{\circ 1}$ 이며, $g^* = \arg \max_{g \in \{1, 2\}} \frac{\|\mathbf{S}(\mathbf{G}_1^\dagger, g)\|_F^2}{P_g}$ 라

고 할 때 $\gamma_1 = \sqrt{\frac{P_{g^*}}{\|\mathbf{S}(\mathbf{G}_1, g^*)\|_F^2}}$ 으로 설정한다. 이 때 \mathbf{P}_1 은 (2)를 만족하며, $g \in \{1, 2\}$ 에 대해 $\|\mathbf{S}(\mathbf{P}_1, g)\|_F^2 = \gamma_1 \|\mathbf{S}(\mathbf{G}_1^\dagger, g)\|_F^2 \leq P_g$ 을 만족함으로써 안테나 그룹 당 송신 전력 제한 조건 역시 만족한다. 특히 g^* 번째 안테나 그룹은 $\gamma_1 \|\mathbf{S}(\mathbf{G}_1^\dagger, g^*)\|_F^2 = P_{g^*}$ 를 만족한다.

두 번째 단계에서 계산되는 제로포싱 프리코더는 다음과 같다.

$$\mathbf{P}_2 = \mathbf{P}_1 + \gamma_2 \mathbf{G}_2^\dagger \quad (18)$$

여기서 \mathbf{G}_2 는 \mathbf{H} 의 일부 안테나 그룹의 채널 행렬을 영행렬로 치환한 행렬이며, γ_2 는 나머지 하나의 안테나 그룹의 송신 전력을 조절하는 곱셈 계수로 각각 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{G}_2 = \begin{cases} [\mathbf{0} \ \overline{\mathbf{H}}_2] & \text{if } g^* = 1 \\ [\overline{\mathbf{H}}_1 \ \mathbf{0}] & \text{if } g^* = 2 \end{cases} \quad (19)$$

$K = \min\{M_1, M_2\}$ 일 때, \mathbf{G}_2 는 최대 행 계수 행렬이며, 따라서 Lemma 1에 의해 \mathbf{G}_2^\dagger 와 \mathbf{P}_2 는 (2)를 만족한다. 또한 $\mathbf{S}(\mathbf{P}_1, g^*) = \mathbf{S}(\mathbf{P}_2, g^*)$ 이며 g^* 번째 안테나 그룹은 송신 전력 제한 조건을 $\|\mathbf{S}(\mathbf{P}_1, g^*)\|_F^2 = P_{g^*}$ 로 만족한다. $g \neq g^*$ 에 대해 다음과 같은 함수를 정의한다.

$$h(\gamma_2) = \|\mathbf{S}(\mathbf{P}_1, g) + \gamma_2 \mathbf{S}(\mathbf{G}_2^\dagger, g)\|_F^2 - P_g \quad (20)$$

γ_2 를 $h(\gamma_2) = 0$ 의 해로 설정할 경우, $\|\mathbf{S}(\mathbf{P}_2, g)\|_F^2 = P_g$ 를 만족하며, 이때의 γ_2 는 다음과 같다.

$$\gamma_2 = -\frac{\text{re}(\text{tr}(\mathbf{G}_2^\dagger \mathbf{P}_1^H))}{\|\mathbf{G}_2^\dagger\|_F^2} + \frac{\sqrt{(\text{re}(\text{tr}(\mathbf{G}_2^\dagger \mathbf{P}_1^H)))^2 - \|\mathbf{G}_2^\dagger\|_F^2 (\|\mathbf{P}_1\|_F^2 - P_g)}}{\|\mathbf{G}_2^\dagger\|_F^2} \quad (21)$$

결과적으로 \mathbf{P}_2 는 $g = 1, 2$ 에 대해 $\|\mathbf{S}(\mathbf{P}_2, g)\|_F^2 = P_g$ 라는 안테나 그룹 당 전력 제한 조건을 만족하는 제로포싱 프리코더가 된다.

IV. 연산 복잡도 분석

본 장에서는 안테나 당 전력 제한 조건을 만족하는 프리코더 설계 기법에 대해 최적의 알고리즘과 제안하는 알고리즘의 연산 복잡도를 비교한다. 분석에 앞서 기본적인 행렬 연산에 대한 연산 복잡도를 정리한다^[11].

- $m \times n$ 행렬과 $n \times p$ 행렬의 곱: $O(mnp)$
- $m \leq n$ 인 $m \times n$ 행렬의 의사 역행렬과 특이값 분해: $O(m^2n)$

최적 알고리즘^[6]: [6]에서 (4)를 해결하기 위해 명시된 알고리즘은 타원 방식(ellipsoid method)에 기초하여 제안되었다. 타원 방식은 (4)에서 μ_n 의 subgradient를 계산하기 위해 필요하며 $\forall n$ 에 대해서 $\sum_{k=1}^K [\mathbf{V}_k \mathbf{T}_k^\dagger(\boldsymbol{\mu}) \mathbf{V}_k^H]_{n,n} - \frac{P}{M}$ 이다. 따라서 각각의 단계에서 모든 $k = 1, \dots, K$ 에 대해 $\mathbf{V}_k \mathbf{T}_k^\dagger(\boldsymbol{\mu}) \mathbf{V}_k^H$ 의 계산을 필요로 한다. 첫째로 \mathbf{V}_k 는 $O(MK^2)$ 의 복잡도를 가진 \mathbf{G}_k 의 특이값 분해(singular value decomposition)에 의해 생성된다. 두 번째로 모든 $k = 1, \dots, K$ 에 대해서 $\mathbf{V}_k \mathbf{T}_k \mathbf{V}_k^H$ 의 행렬 곱셈은 $O(KM(M-K+1)^2)$ 의 복잡도를 필요로 한다. \mathbf{V}_k 는 단일 계산이 가능하지만 subgradient를 위한 행렬의 곱셈은 각 단계에서 매번 수행되어야 한다. 즉 반복 횟수를 L 이라고 할 때, (4)의 복잡도는

$c_{opt} = O(MK^2 + LKM(M - K + 1)^2)$ 이다. ◇

제안하는 알고리즘: 제안하는 알고리즘에서 H_m 의 의사 역행렬은 각 단계마다 수행된다. H_m 은 $K \times M$ 크기의 행렬이므로 H_m 의 의사 역행렬은 $O(MK^2)$ 의 복잡도가 필요하다. 매 단계마다 α_m 을 계산하는 것은 K 차원의 벡터 연산이므로 $O(K)$ 의 복잡도로 M 번 수행된다. 따라서 제안하는 알고리즘의 계산 복잡도는 반복 횟수가 $M - K + 1$ 이기에

$$c_{proposed} = O((MK^2 + MK)(M - K + 1)) \text{이다.} \quad \diamond$$

$$= O(MK^2(M - K + 1))$$

연산 복잡도 비교를 위해 $\alpha \geq 1$ 에 대해 $M = K^\alpha$ 이라고 한다. 제안하는 알고리즘의 최악의

경우의 가정을 위해 L 은 상수, M 과 K 는 독립적이다. $\alpha = 1$ 일 때 최적 알고리즘의 복잡도는 $c_{opt} = O(K^3)$ 이고 제안하는 알고리즘의 복잡도는 $c_{proposed} = O(K^3)$ 이다. 그러나 $\alpha > 1$ 이라면 $c_{opt} = O(K^{3\alpha+1})$, $c_{proposed} = O(K^{2\alpha+2})$ 이다. 그러므로 제안하는 알고리즘은 $\alpha > 1$ 상황에서, 즉 M 이 K 보다 빠르게 증가하는 상황에서, [6]의 최적 알고리즘보다 복잡도를 낮출 수 있다.

V. 모의실험 결과

본 장에서는 제안하는 제로포싱 프리코더의 성능을 평가한다. 모의실험에서 채널 계수는 원형 대칭(circularly symmetric) 복소 가우시안($CN(0,1)$) 채널을 따르며 각각 독립적이고 동일한 분포를 갖는다. 그리고 충분한 수의 채널 생성을 통해 성능을 평균 낸다.

Fig. 1은 [5]나 [6]에서 제안된 최적의 제로포싱 프리코더와 제안하는 제로포싱 프리코더를 설계하기 위해 필요한 floating point operations (FLOPs)의 수를 그린 그림이다. 행렬 연산에 있어 필요한 FLOPs의 수는 [11]에 나와 있다. 타원 방식과 같은 최적화 기술의 계산 복잡도는 초기 값에 따라 달라지기 때문에, 몇 번의 시도를 통해 적은 수의 단계를 갖는 적절한 초기 값을 선택해야 한다. 그림에 나와 있는 것처럼, 제안하는 제로포싱 프리코더는 최적의 제로포싱 프리코더와 비교해서 계산 복잡도를 많이 낮출 수 있다.

Fig. 2는 제안하는 제로포싱 프리코더, 최적의 제로포싱 프리코더와 [8]에서 제안된 부최적의(suboptimal) 제로포싱 프리코더의 합 전송률 효율을 비교한다. ([5]와 [6]에서도 같은 방식으로 비교하였다). 부최적의 제로포싱 프리코더는 안테나 당 전력

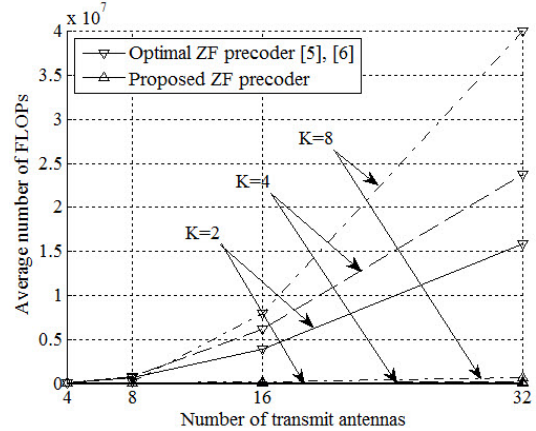


그림 1. 안테나 당 전력 제한 조건에서 제로포싱 프리코더를 설계하는데 필요한 평균 FLOP의 수
Fig. 1. Average number of FLOPs for constructing ZF precoders under PAPC

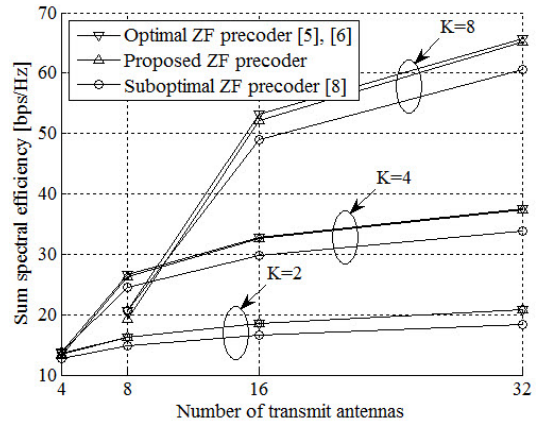


그림 2. $P=20$ dB 일 때, 안테나 당 전력 제한 조건에서 제로포싱 프리코더의 합 전송률
Fig. 2. Sum rate of ZF precoders under PAPC for $P=20$ dB.

제한 조건에서 합 전송률을 최대화하기 위한 최적의 전력 할당 방식으로 의사 역행렬을 사용하는 프리코더이다. [8]의 최적화 문제는 라그랑지안 쌍대성을 이용하여 [6]에서 구현되었다. [6]에서 언급된 알고리즘에 기초하여 [8]에서 제안된 프리코더의 계산 복잡도는 $c_{\text{prev}} = O(MK^2 + LKM)$ 으로 주어지고 여기서 L 은 프리코더를 설계하기 위해 사용된 타원 방식의 반복 횟수이다. $\alpha \geq 1$ 에 대해서 $M = K^\alpha$ 라고 가정하면 $c_{\text{prev}} = O(K^{\alpha+2})$ 이고 이는 $\alpha > 1$ 일 때 제안하는 제로포싱 프리코더의 계산 복잡도보다 더 작은 복잡도를 갖는다. [8]에서 제안된 부최적의 제로포싱 프리코더는 복잡도를 더 낮출 수 있지만 합 전송률에서 무시

할 수 없는 성능저하를 보인다. 반면에 제안하는 제로 포싱 프리코더와 최적의 제로포싱 프리코더의 합 전송률의 차이는 미미하다. 특히, K 가 작을 때는 더 미미하지만 K 가 커도 M 이 증가함에 따라 차이는 감소한다.

Fig. 3은 $M=16$ 이고 $K=8$ 일 때 제안하는 제로 포싱 프리코더와 RCI 프리코더의 합 전송률을 보인다. 성능의 비교를 위해 총 송신 전력 제한(total power constraint, TPC)조건인 $E[\|\mathbf{x}\|^2] \leq P$ 만족하는 프리코더를 함께 비교한다. 여기서 RCI 프리코더에 대해 $\beta = K/P$ 로 설정했다. 안테나 당 송신 전력 제한 조건을 만족하는 프리코더의 경우, 그림에서 나타난 바와 같이 RCI 프리코더가 낮은 신호 대 잡음 비(signal to noise ratio, SNR) 구간에서 제로포싱 프리코더보다 더 나은 결과를 보인다. 또한 안테나 그룹 당 송신 전력 제한 조건에서는 안테나 당 송신 전력 제한 조건 대비 상대적으로 더 큰 송신 전력으로 신호를 전송하게 되어 평균 합 전송률이 모든 SNR 영역에서 더 나은 결과를 보인다.

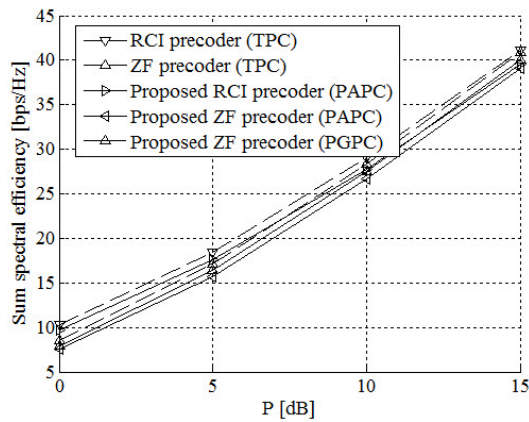


그림 3. $M=16$, $K=8$ 일 때, 제안하는 제로포싱 프리코더와 정규화 역행렬 프리코더의 합 전송률
Fig. 3. Sum rate of proposed ZF precoder and proposed RCI precoder for $M=16$ and $K=8$

VI. 결론

본 논문에서는 다중 안테나를 사용하는 송신기와 단일 안테나를 사용하는 다중 사용자로 구성된 MISO 브로드캐스트 채널에서 각 안테나가 개별적인 전력 제한 조건을 갖는 경우에 저복잡도의 제로포싱 프리코더를 설계하였다. 기존의 합 전송률 최적의 프리코더는 복잡도가 사용자 수의 제제곱에 비례한 반면, 제

안 기법은 복잡도를 사용자 수의 제곱에 비례하게 줄이면서 합 전송률 성능은 최적 프리코더에 근접한다. 본 논문에서는 채널 정보를 모두 알고 있는 경우에 대해 프리코더를 설계하였다. 향후, 채널 정보가 부정확한 경우에 대한 성능 분석과 채널 오류에 강인한 프리코더 설계가 필요하다.

References

- [1] S. Sesia, I. Toufik, and M. Baker, *LTE: The UMTS long term evolution: From theory to practice*, New York, NY, USA: Wiley, 2009.
- [2] E. Larsson, O. Edfors, F. Tufvesson, and T. Marzetta, "Massive MIMO for next generation wireless systems," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 52, no. 2, pp. 186-195, Feb. 2014.
- [3] Y. Kim, et al., "Full dimension MIMO (FD-MIMO): The next evolution of MIMO in LTE systems," *IEEE Wireless Commun. Mag.*, vol. 21, no. 3, pp. 92-100, Jun. 2014.
- [4] Y. Ryu, et al., "Aeronautical link availability analysis for the multi-platform image & intelligence common data link," *J. KICS*, vol. 37C, no. 10, pp. 965-976, Oct. 2012.
- [5] A. Wiesel, Y. Eldar, and S. Shamai, "Zero-forcing precoding and generalized inverses," *IEEE Trans. Sign. Process.*, vol. 56, no. 9, pp. 4409-4418, Sept. 2008.
- [6] R. Zhang, "Cooperative multi-cell block diagonalization with per-base-station power constraints," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 28, no. 9, pp. 1435-1445, Dec. 2010.
- [7] J. Jang, S.-W. Jeon, H. Chae, H.-S. Cha, and D. K. Kim, "Low complexity zeroforcing precoder design under per-antenna power constraints," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 19, no. 9, pp. 1556-1559, Sept. 2015.
- [8] F. Boccardi and H. Huang, "Optimum power allocation for the MIMO-BC zero-forcing precoder with per-antenna power constraints," in *Proc. 40th Annu. CISS*, vol. 3, Princeton, NJ, USA, Mar. 2006.
- [9] L. Vandenberghe, S. Boyd, and S. po Wu, "Determinant maximization with linear matrix inequality constraints," *SIAM J. Matrix Anal.*

Appl., vol. 19, no. 2, pp. 499-533, 1998.

- [10] H. Park, J. Jang, J.-N. Shim, B.-Y. Min, J. Youn, and D. K. Kim, "Multi-cell joint generalized zeroforcing precoder design under per base station power constraints," in *Proc. KICS Winter Conf.*, pp. 1257-1258, Jeju Island, Korea, Jan. 2016.
- [11] W. Li and M. Latva-aho, "An efficient channel block diagonalization method for generalized zero forcing assisted MIMO broadcasting systems," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 10, no. 3, pp. 739-744, Mar. 2011.

박 흥 석 (Hongseok Park)



2015년 2월 : 숭실대학교 정보통신전자공학부 공학사
 2015년 3월~현재 : 연세대학교 전기전자공학부 석박사통합과정
 <관심분야> 전자공학, 통신공학

장 진 영 (Jinyoung Jang)



2009년 2월 : 연세대학교 전기전자공학부 공학사
 2016년 2월 : 연세대학교 전기전자공학부 공학박사
 2016년 3월~현재 : 삼성전자 책임연구원
 <관심분야> 전자공학, 통신공학

전 상 운 (Sang-Woon Jeon)



2003년 8월 : 연세대학교 전기전자공학부 공학사
 2006년 2월 : 연세대학교 전기전자공학부 공학석사
 2011년 8월 : 한국과학기술원 전기전자공학과 공학박사
 2011년 8월~2013년 2월 : EPFL 박사후연구원
 2013년 3월~현재 : 국립안동대학교 정보통신공학과 조교수
 <관심분야> 정보이론, 무선통신

채 혁 진 (Hyukjin Chae)



2005년 : 연세대학교 전기전자공학부 공학사
 2012년 : 연세대학교 전기전자공학부 공학박사
 2012년~현재 : LG전자 차세대표준연구소 선임연구원

<관심분야> MIMO, Interference management, Full duplex radio, Vehicle communication

차 현 수 (Hyun-Su Cha)



2009년 2월 : 성균관대학교 전기전자공학과 공학사
 2009년 3월~현재 : 연세대학교 전기전자공학부 석박사통합과정
 <관심분야> 5G, MIMO 기술, 간섭제어, 최적화

김 동 현 (Donghyun Kim)



2009년 2월 : 연세대학교 전기
전자공학부 공학사
2011년 2월 : 연세대학교 전기
전자공학부 공학석사
2011년 6월~현재 : 국방과학연
구소 연구원
<관심분야> 무선통신, 군통신,
데이터링크

김 동 구 (Dong Ku Kim)



1983년 2월 : 한국항공대학교
통신공학과 공학사
1985년 : U.S.C. Dept. of Elec-
trical Engineering 공학석사
1992년 : U.S.C. Dept. of Elec-
trical Engineering 공학박사
1994년~현재 : 연세대학교 공과
대학 전기전자공학부 정교수
<관심분야> 5세대 이동통신, 5G V2X, 측위 기술,
압축센싱, 5세대 MIMO 기술