

# 블록좌표하강법을 이용한 블라인드 등화 후처리 기법

이정원\*, 김금비\*,  
남해운\*\*, 박대영<sup>o</sup>

## Blind Equalization Post Processing Based on Block Coordinate Descent Methods

Jeongwon Lee\*, Geumbee Kim\*,  
Haewoon Nam\*\*, Daeyoung Park<sup>o</sup>

### 요약

본 논문에서는 블라인드 등화 후에 적용하는 블록 좌표하강법 (block coordinate descent; BCD)을 이용한 후처리 기법을 제안한다. BCD를 적용하여 비컨벡스인 블라인드 등화 문제를 두 개의 부분제로 나눈다. 채널 추정과 심볼 검파의 교대 최적화를 반복한다. 수신 심볼이 충분히 많은 경우에 제안 기법은 완전한 채널 추정의 BER 성능에 도달함을 모의실험을 통해 확인한다.

**Key Words** : blind equalization, block coordinate descent, post processing, channel estimation, detection

### ABSTRACT

We propose a blind equalization postprocessing based on block coordinate descent (BCD) methods. The proposed algorithm applies BCD methods to a blind equalization problem and divides it into two subproblems. We iteratively alternate the optimizations of channel estimation and symbol detection. Simulation experiments show that the proposed algorithm achieves the BER performance of perfect

CSI when there are enough received symbols.

### I. 서론

블라인드 등화는 훈련 신호를 이용하지 않고, 수신 신호의 통계적 특성을 이용하여 등화하는 것이다. 최근 블라인드 등화기에 관한 연구에는 선형 계획법<sup>[1]</sup>, 핵 노름 최소화<sup>[2]</sup>, 특이값 분해<sup>[3]</sup>를 이용한 등화기 등이 있다. 이러한 등화기법은 기존의 등화기에 비해 성능을 개선하였지만 수신 심볼 수가 충분하지 않을 경우에 심볼 간 간섭이 강하여 성능 향상의 한계가 존재한다.

본 논문에서는 블라인드 등화 후에 적용하는 후처리 기법을 제안한다. 후처리기에서는 BCD를 기반으로 하여 교대로 최적화를 수행한다. 블라인드 등화 문제를 채널 추정 문제와 심볼 검파 문제로 나누어 수렴할 때까지 교대로 반복하여 푼다.

### II. 시스템 모델

수신 신호를

$$x(t) = \sum_{m=0}^{P-1} h(t-mT)d_m + n(t) \quad (1)$$

와 같이 정의한다.  $P$ 는 수신 심볼 수,  $h(t)$ 는 채널 임펄스 응답,  $T$ 는 표본화 주기,  $d_m$ 은  $m$  번째 데이터 심볼,  $n(t)$ 는  $\sigma^2$ 을 분산으로 하는 가산 백색 가우시안 잡음이다.

부분 간격 등화를 위해, 수신 신호를 표본화 주기  $T/L$ 로 과표본화(oversampling)한다.  $L$ 배 과표본화한 채널 출력은

$$x\left(i\frac{T}{L}\right) = \sum_{m=0}^{P-1} h\left(i\frac{T}{L} - mT\right)d_m + n\left(i\frac{T}{L}\right) \quad (2)$$

이며,  $i = kL + l$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$ 이다. 채널 임펄스 응답의 길이를  $K+1$ 이라고 하면,  $k < 0$ 이거나  $k > K$ 일 때,  $h_k^{(l)} = 0$ 이다. 수신 신호  $x^{(l)}$ 의 길이는  $P+K$ 이고, 수신 신호를 채널 임펄스 응답에 대해 시퀀스별로 나

※ 이 연구는 방위사업청 및 국방과학연구소의 지원에 의해 설립된 신호정보 특화연구센터 사업의 지원을 받아 수행되었음

◆ First Author : Department of Information and Communication, Inha University, jwlee267@gmail.com, 학생회원

◦ Corresponding Author : Department of Information and Communication, Inha University, dpark@inha.ac.kr, 중신회원

\* Department of Information and Communication, Inha University, kimgeumbee@gmail.com, 학생회원

\*\* Department of Electrical Engineering, Hanyang University, hnam@hanyang.ac.kr, 정회원

논문번호 : KICS2017-03-076, Received March 15, 2017; Revised June 5, 2017; Accepted June 7, 2017

타내면

$$x_k^{(l)} = \sum_{m=0}^K h_m^{(l)} d_{k-m} + n_k^{(l)} \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (3)$$

이다. 과표본화율이  $L$ 인 경우는  $L$ 개의 수신 안테나를 사용하면서 과표본화율이 1인 경우와 동일한 식으로 표현된다.

블라인드 등화는 수신 신호  $x_k^{(l)}$ 만을 이용하여 송신된 데이터 심볼  $d_m$ 을 추정하는 것이다. 블라인드 등화에 대한 최적화 문제는

$$\min_{d_m, h_m^{(l)}} \sum_{l=1}^L \sum_{k=0}^{P+K-1} \left| x_k^{(l)} - \sum_{m=0}^K h_m^{(l)} d_{k-m} \right|^2 \quad (4)$$

로 나타낼 수 있다. 이 문제는 비컨벡스 형태이기 때문에 해를 쉽게 구할 수 없다<sup>[4]</sup>.

### III. 채널 추정과 심볼 검파의 반복 교대 최적화

본 논문에서는 BCD를 기반으로 한 반복적인 교대 최적화를 수행하여 수식 (4)의 해를 구한다. 수식 (4)를 BCD를 기반으로 두 개의 최적화 부문제로 나눈다. 첫째,  $d_m$ 이 주어진다고 가정한다. 주어진  $d_m$ 을 송신측에서 보낸 일종의 파일럿 신호로 여길 수 있다. 따라서 수식 (4)는 주어진  $d_m$ 과 수신 신호  $x^{(l)}$ 을 이용하여 채널  $h_m^{(l)}$ 을 추정하는 문제로 볼 수 있다. 둘째, 채널  $h_m^{(l)}$ 이 주어진다고 가정하면, 수식 (4)는 주어진  $h_m^{(l)}$ 과 수신 신호  $x^{(l)}$ 을 이용하여 송신된 심볼  $d_m$ 을 검파하는 문제로 볼 수 있다. 두 최적화 부문제를 수렴할 때까지 교대로 푸는 것을 반복한다.

먼저,  $d_m$ 이 주어지면, 수식 (4)는 채널 추정 문제가 된다. 따라서 최소 제곱법(least square) 문제

$$\min_{\mathbf{H}} \|\bar{\mathbf{X}} - \bar{\mathbf{D}}\mathbf{H}\|_F^2 \quad (5)$$

로 나타낼 수 있으며,

$$\bar{\mathbf{X}} = [\mathbf{x}^{(1)} \mathbf{x}^{(2)} \dots \mathbf{x}^{(L)}] \quad (6)$$

$$\mathbf{x}^{(l)} = [x_0^{(l)} x_1^{(l)} \dots x_{P+K-1}^{(l)}]^T \quad (7)$$

$$\bar{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} d_0 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & d_0 & \\ d_{P-1} & & & & \ddots \\ & & & & & d_{P-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}^{(1)} \mathbf{h}^{(2)} \dots \mathbf{h}^{(L)}] \quad (9)$$

$$\mathbf{h}^{(l)} = [h_0^{(l)} h_1^{(l)} \dots h_K^{(l)}]^T \quad (10)$$

이다.  $\bar{\mathbf{D}}$ 는 항상 완전 랭크(full-rank)이다. 따라서 수식 (5)의 최적 해는

$$\hat{\mathbf{H}} = \bar{\mathbf{D}}^\dagger \bar{\mathbf{X}} \quad (11)$$

로 닫힌 형태이며,  $(\cdot)^\dagger$ 은 의사 역 연산자이다.

두 번째로,  $h_m^{(l)}$ 이 주어지면, 수식 (4)는 심볼 오류율을 최소화하는 심볼 검파 문제가 된다. 비터비(Viterbi) 알고리즘을 이용한 최대 가능도 시퀀스 추정기법(maximum likelihood sequence estimator; MLSE)은 지수 계산 복잡도를 갖기 때문에 복잡도를 낮추기 위해 영강압(zero-forcing) 검파기와 같은 부최적 추정을 사용한다. 심볼 검파 문제를

$$\min_{\mathbf{d}} \|\bar{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{H}}\mathbf{d}\|^2 \quad (12)$$

로 나타낼 수 있으며,

$$\bar{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}^{(1)T} \mathbf{x}^{(2)T} \dots \mathbf{x}^{(L)T}] \quad (13)$$

$$\mathbf{x}^{(l)} = [x_0^{(l)} x_1^{(l)} \dots x_{P+K-1}^{(l)}]^T \quad (14)$$

$$\bar{\mathbf{H}} = [\bar{\mathbf{H}}^{(1)T} \bar{\mathbf{H}}^{(2)T} \dots \bar{\mathbf{H}}^{(L)T}]^T \quad (15)$$

$$\bar{\mathbf{H}}^{(l)} = \begin{bmatrix} h_0^{(l)} & & & & \\ \vdots & \ddots & & & \\ h_K^{(l)} & \dots & h_0^{(l)} & & \\ & \ddots & \vdots & \ddots & \\ & & h_K^{(l)} & \dots & h_0^{(l)} \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & h_K^{(l)} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{d} = [d_0 \ d_1 \ \dots \ d_{P-1}]^T \quad (17)$$

이다.  $\bar{\mathbf{H}}$ 의 랭크가 완전하다고 가정하면, 수식 (12)의 부최적 해는 영강압 검파기  $\hat{\mathbf{d}} = \text{demod}(\bar{\mathbf{H}}^\dagger \bar{\mathbf{x}})$ 를 이용하여 구한다.  $\text{demod}(\mathbf{X})$ 는  $\mathbf{X}$ 의 각각의 원소마다 성상도의 점 중 가장 가까운 점을 찾는 복조 연산자이다.

블라인드 등화 후처리는 입력 값으로 수신 신호  $x_k^{(l)}$ 와 복조된 심볼  $d_k$ 를 필요로 한다. 수신기에서  $d_k$ 를 얻기 위해 그 어떠한 종류의 블라인드 등화기를 사용해도 된다. 후처리기에서는  $d_k$ 를 이용하여 수식 (5)를 통해 채널을 추정하고, 추정된 채널  $h_m^{(l)}$ 을 이용하여 수식 (12)를 통해 심볼을 검파하며, 이 두 과정을 수렴할 때까지 교대로 반복한다.

#### IV. 모의실험 결과

모의실험에서 설정 값으로 16-QAM 심볼, 채널 임펄스 응답 길이  $K+1=6$ , 등화기 길이 9, 수신 안테나 수  $L=4$ 를 사용하였다.

그림 1은 신호 대 잡음비 20dB, 수신 심볼 수  $P=500$ 일 때, 선형 계획법<sup>[1]</sup>을 이용하여 등화한 심볼의 성상도와 이에 후처리 기법까지 적용한 심볼의 성

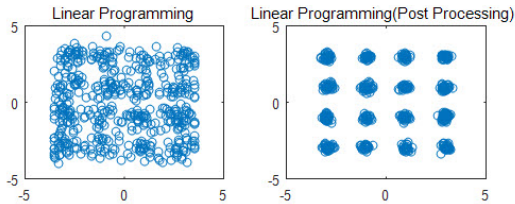


그림 1. 후처리 기법 적용 여부별 성상도.  
Fig. 1. Constellations without and with the post processing.

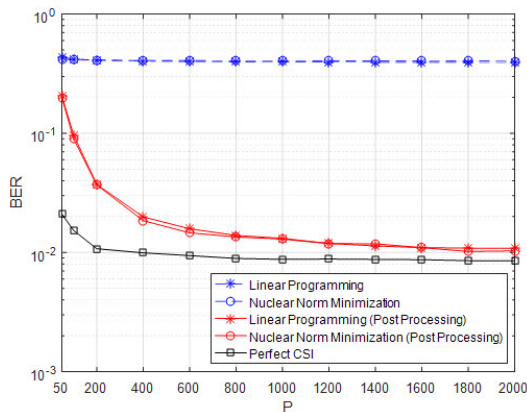


그림 2. 수신 심볼 수에 따른 BER.  
Fig. 2. BER with respect to the number of received symbols.

상도를 나타낸 것이다. 후처리를 할 때의 성상도 점이 후처리를 하지 않을 때보다 16-QAM 변조 점에 더 가까운 것을 볼 수 있다.

그림 2는 신호 대 잡음비 10dB일 때, 각각 선형 계획법<sup>[1]</sup>과 핵 노름 최소화<sup>[2]</sup>를 이용한 등화기만을 사용할 때와 본 논문에서 제안한 후처리 기법까지 적용할 때의 수신 심볼 수에 따른 BER을 나타낸 것이다. 수신 심볼 수  $P=200$ 일 때 선형 계획법의 경우 BER은 0.4109이고, 후처리 기법을 이용할 경우 0.0373이다. 후처리기를 적용하면 BER 성능이 개선되는 것을 확인할 수 있다. 또한 수신 심볼 수가 많을수록 완전한 채널 추정의 성능에 가까워진다.

#### V. 결론

본 논문은 블라인드 등화 후에 적용하는 BCD 기반의 후처리 기법을 제안하였다. 후처리 기법은 채널 추정과 심볼 검파를 수렴할 때까지 교대로 반복하는 것이다. 제안한 후처리 기법은 어떤 종류의 블라인드 등화기를 사용하여도 적용될 수 있다. 모의실험 결과, 후처리 기법을 적용하는 경우, 그렇지 않은 경우에 비해 BER이 더 낮으며, 수신 심볼 수가 많은 경우, 완전한 채널 추정의 성능에 도달함을 확인하였다.

#### References

- [1] Z.-Q. Luo, M. Meng, K. M. Wong, and J.-K. Zhang, "A fractionally spaced blind equalizer based on linear programming," *IEEE Trans. Sig. Process.*, vol. 50, no. 7, pp. 1650-1660, Jul. 2002.
- [2] K. Konishi and T. Furukawa, "A nuclear norm heuristic approach to fractionally spaced blind channel equalization," *IEEE Sig. Process. Lett.*, vol. 18, no. 1, pp. 59-62, Jan. 2011.
- [3] G. Kim, J. Lee, H. Nam, and D. Park, "Fractionally spaced blind channel equalization using singular value decomposition," *J. KICS*, vol. 41, no. 9, pp. 1041-1043, Sept. 2016.
- [4] G. Kim, J. Lee, H. Nam, and D. Park, "A study on post processing for blind equalization," in *Proc. KICS Winter Conf.*, p. 956, Jeongseon, Korea, Jan. 2017.