

거대 다중안테나 시스템에서 ADMM 기반의 검출

이 정 원*, 박 대 영^o

Massive MIMO Detection Based on Alternating Direction Method of Multipliers

Jeongwon Lee*, Daeyoung Park^o

요 약

본 논문에서는 alternating direction method of multipliers (ADMM) 기반의 massive multiple-input multiple-output (MIMO) 검출 기법을 제안한다. MIMO 검출 문제의 최적 해를 구하는 것은 지수적 계산 복잡도를 갖는다. ADMM은 분해-통합 형태의 절차를 수행한다. ADMM 검출 기법은 안테나를 많이 이용할수록 기존 기법들에 비해 복잡도가 더 낮고 BER 성능이 더 좋다. 제안 기법은 massive MIMO 시스템에서 저복잡도 검출 기법의 좋은 후보가 될 수 있다.

Key Words : massive MIMO, alternating direction method of multipliers (ADMM)

ABSTRACT

We propose a massive MIMO detection method based on alternating direction method of multipliers (ADMM). The optimum multiple-input multiple-output (MIMO) detection problem has exponential complexity. ADMM forms a decomposition-coordinate procedure. The proposed ADMM detector has better performance than other conventional methods in terms of BER with low complexity when using more antennas. The proposed ADMM detector can be a good candidate for low-complexity detector for massive MIMO systems.

1. 서 론

MIMO 검출 문제에서 최적 해를 구하는 것은 NP-hard이며 계산 복잡도는 결정 변수에 대해 지수적으로 증가한다^[1]. 최적에 가까운 성능을 내면서 계산 복잡도를 줄이려는 연구가 활발히 진행되어 왔다^[1].

ADMM은 분산 컨벡스 최적화 문제를 해결하기 위한 간단하면서 강력한 알고리즘이다^[2]. ADMM은 전역 해를 구하기 위해 분해된 부분제들을 통합하는 분

해-통합 형태의 절차를 수행한다^[2]. ADMM은 통계학과 머신 러닝에 적용되고 있다. 본 논문에서는 ADMM 기반의 massive MIMO 검출 기법을 제안한다. 제안한 검출 기법은 semidefinite relaxation row-by-row (SDR-RBR) 검출 기법^[3]보다 좋은 성능을 낸다. 송수신 안테나 수가 각각 30개 이상일 경우에는 실행 시간 성능에서 우월하며 50개 이상인 경우에는 BER 성능에서 앞선다.

* 본 연구는 과학기술정보통신부 및 정보통신기술진흥센터의 대학ICT연구센터 육성 지원사업의 연구결과로 수행되었음 (IITP-2018-2014-1-00729)

• First Author : (ORCID:0000-0001-6571-1696) Department of Information and Communication, Inha University, jwlee267@gmail.com, 학생회원

^o Corresponding Author : (ORCID:0000-0001-8573-3526) Department of Information and Communication, Inha University, dpark@inha.ac.kr, 중신회원

논문번호 : KICS2018-04-078, Received April 10, 2018; Revised May 17, 2018; Accepted June 5, 2018

II. 시스템 모델

MIMO 시스템 모델은

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{w} \quad (1)$$

로 나타낼 수 있으며 $\mathbf{y} \in C^{N_r}$ 는 수신 심볼 벡터, $\mathbf{H} \in C^{N_r \times N_t}$ 는 MIMO 채널 행렬, $\mathbf{s} \in S^{N_t}$ 는 송신된 심볼 벡터, $\mathbf{w} \in C^{N_r} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2 \mathbf{I})$ 는 백색 가우시안 랜덤 잡음 벡터, S 는 QPSK와 16QAM과 같은 심볼 성상 집합이다. 채널 행렬 \mathbf{H} 는 수신 측에서 알고 있으며 \mathbf{H} 의 원소들은 가우시안 분포를 이룬다. MIMO 시스템에서 검출 문제는 수신 벡터 \mathbf{y} 로부터 송신된 심볼 벡터 \mathbf{s} 를 복원하는 것이다.

III. ADMM 기반의 검출 기법

시스템 모델 (1)에서의 MIMO 검출 문제는

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|_2^2 \\ \text{s.t. } \mathbf{s} \in S \end{aligned} \quad (2)$$

로 표현된다. 이 문제를 ADMM 형식으로 변환하면

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{s}, \mathbf{z}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|_2^2 + I_S(\mathbf{z}) \\ \text{s.t. } \mathbf{s} = \mathbf{z} \end{aligned} \quad (3)$$

이며 $I_S(\mathbf{z})$ 는 S 의 지시(indicator) 함수, 즉 $\mathbf{z} \in S$ 일 때 $I_S(\mathbf{z})=0$ 이고 $\mathbf{z} \notin S$ 일 때는 $I_S(\mathbf{z})=\infty$ 이다^[2]. 이 문제는 목적 함수의 $I_S(\mathbf{z})$ 가 convex 함수가 아니기 때문에 non-convex 최적화 문제이다. 목적 함수를 \mathbf{s} 와 \mathbf{z} 에 대해 나눌 수 있다. 이 문제의 증강 라그랑주는

$$\begin{aligned} L_\rho(\mathbf{s}, \mathbf{z}, \mathbf{v}) = \\ \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|_2^2 + I_S(\mathbf{z}) + \text{Re}\{\mathbf{v}^H(\mathbf{s} - \mathbf{z})\} + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{s} - \mathbf{z}\|_2^2 \end{aligned} \quad (4)$$

와 같으며 \mathbf{v} 는 $\mathbf{s} = \mathbf{z}$ 에 해당하는 쌍대(dual) 변수이고 $\rho > 0$ 는 penalty 파라미터이다.

증강 라그랑주식 (4)에서 block coordinate descent (BCD)를 이용하여 \mathbf{s} 에 대한 최소화와 \mathbf{z} 에 대한 최소화로 나누고 이를 교대로 반복 수행한다. k 번째 반복

에서는 아래와 같은 단계로 수행된다^[2].

$$\mathbf{s}^{(k+1)} = \arg \min_{\mathbf{s}} L_\rho(\mathbf{s}^{(k)}, \mathbf{z}^{(k)}, \mathbf{v}^{(k)}) \quad (5)$$

$$\mathbf{z}^{(k+1)} = \arg \min_{\mathbf{z}} L_\rho(\mathbf{s}^{(k+1)}, \mathbf{z}^{(k)}, \mathbf{v}^{(k)}) \quad (6)$$

$$\mathbf{v}^{(k+1)} = \mathbf{v}^{(k)} + \rho(\mathbf{s}^{(k+1)} - \mathbf{z}^{(k+1)}) \quad (7)$$

증강 라그랑주식 (4)에서 선형 항 $\mathbf{v}^H(\mathbf{s} - \mathbf{z})$ 와 이차 항 $\frac{\rho}{2} \|\mathbf{s} - \mathbf{z}\|_2^2$ 을 결합하고 scaled 쌍대 변수를 이용하면 식을 보다 간결하게 바꿀 수 있다. $\mathbf{q} = \mathbf{s} - \mathbf{z}$ 를 정의하면 두 항을

$$\begin{aligned} \text{Re}\{\mathbf{v}^H \mathbf{q}\} + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{q}\|_2^2 \\ = \frac{\rho}{2} \|\mathbf{q} + (1/\rho)\mathbf{v}\|_2^2 - \frac{1}{2\rho} \|\mathbf{v}\|_2^2 \\ = \frac{\rho}{2} \|\mathbf{q} + \mathbf{u}\|_2^2 - \frac{\rho}{2} \|\mathbf{u}\|_2^2 \end{aligned} \quad (8)$$

와 같이 하나로 합칠 수 있으며 $\mathbf{u} = \frac{1}{\rho}\mathbf{v}$ 는 scaled 쌍대 변수이다. 이를 증강 라그랑주식 (4)에 적용하면

$$\begin{aligned} L_\rho(\mathbf{s}, \mathbf{z}, \mathbf{u}) \\ = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|_2^2 + I_S(\mathbf{z}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{s} - \mathbf{z} + \mathbf{u}\|_2^2 - \frac{\rho}{2} \|\mathbf{u}\|_2^2 \end{aligned} \quad (9)$$

로 나타낼 수 있다. 이 식을 이용하여 ADMM의 k 번째 반복을 다시 쓰면

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^{(k+1)} \\ = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|_2^2 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{s}^{(k)} - \mathbf{z}^{(k)} + \mathbf{u}^{(k)}\|_2^2 \\ = \left(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{\rho}{2} \mathbf{I} \right)^{-1} \left(\mathbf{H}^H \mathbf{y} + \rho(\mathbf{z}^{(k)} - \mathbf{u}^{(k)}) \right) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}^{(k+1)} \\ = \arg \min_{\mathbf{z}} I_S(\mathbf{z}^{(k)}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{s}^{(k+1)} - \mathbf{z}^{(k)} + \mathbf{u}^{(k)}\|_2^2 \\ = \arg \min_{\mathbf{z} \in S} \|\mathbf{s}^{(k+1)} - \mathbf{z}^{(k)} + \mathbf{u}^{(k)}\|_2^2 \\ = \Pi_S(\mathbf{s}^{(k+1)} + \mathbf{u}^{(k)}) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\mathbf{u}^{(k+1)} = \mathbf{u}^{(k)} + (\mathbf{s}^{(k+1)} - \mathbf{z}^{(k+1)}) \quad (12)$$

이며 $\Pi_S = \arg \min_{\mathbf{z} \in S} \|\mathbf{x} - \mathbf{z}\|_2^2$ 는 S 에 존재하는 가장 가까운 정상점에 사영(projection)하는 것을 의미한다. 다시 말해, 주어진 정상도에 맞게 복조하는 것과 같다. 식 (10)에서 $\mathbf{H}^H\mathbf{H} + \rho\mathbf{I}$ 는 $\rho > 0$ 인 조건에서 positive definite이며 가역 행렬이다.

ADMM 갱신 절차는 다음과 같다. 1) \mathbf{s} -갱신에서는 \mathbf{z} 와 \mathbf{u} 를 고정시킨 상태에서 \mathbf{s} 에 대해 증강 라그랑주를 최소화한다. 이 과정은 $\rho = \sigma^2$ 의 경우에서 MMSE 검출 기법과 유사하며, $k=0$ 일 때는 $\mathbf{z}^{(0)} = \mathbf{u}^{(0)} = 0$ 이다. 반복 작업이 수행되면서 $\mathbf{s}^{(k)}$ 를 송신된 벡터와 같아질 수 있도록 직전의 복조된 벡터 $\mathbf{z}^{(k)}$ 가 이용된다. 2) \mathbf{z} -갱신에서는 $\mathbf{s}^{(k+1)} + \mathbf{u}^{(k)}$ 을 주어진 정상도에 맞게 복조한다. 3) \mathbf{u} -갱신에서는 $\mathbf{s}^{(k+1)}$ 와 $\mathbf{z}^{(k+1)}$ 의 차이를 이용하여 쌍대 변수 \mathbf{u} 를 갱신한다.

ADMM의 계산 복잡도는 $O(N_t^3)$ 이다. 알고리즘에서 식 (10)에 있는 역행렬 연산이 가장 복잡도가 높다. 하지만 역행렬 연산은 전체 알고리즘 과정 중 오직 한 번만 수행된다.

ADMM의 해의 수렴성은 penalty 파라미터 ρ 값에 강하게 종속된다²⁾. ρ 값을 적절히 선택하면 ADMM 검출 기법은 몇십 번의 반복 수행만으로 매우 정확한 해로 수렴할 수 있다. 그러나 ρ 값의 선택이 잘못되면 알고리즘의 반복 횟수가 매우 증가하게 된다.

k 번째 원시 잔차와 쌍대 잔차는 각각

$$\mathbf{e}_p^{(k)} = \mathbf{s}^{(k)} - \mathbf{z}^{(k)} \quad (13)$$

$$\mathbf{e}_d^{(k)} = -\rho(\mathbf{z}^{(k)} - \mathbf{z}^{(k-1)}) \quad (14)$$

이다²⁾. 원시 잔차와 쌍대 잔차에 의해 정지 기준

$$\|\mathbf{e}_p^{(k)}\|_2 \leq \epsilon_{\text{pri}}^{(k)}, \|\mathbf{e}_d^{(k)}\|_2 \leq \epsilon_{\text{dual}}^{(k)} \quad (15)$$

이 만족되면 반복 절차는 종료된다²⁾. $\epsilon_{\text{pri}} > 0$ 과 $\epsilon_{\text{dual}} > 0$ 은 실행 가능한 허용치이고 각각

$$\epsilon_{\text{pri}}^{(k)} = \sqrt{N_t} \epsilon_{\text{abs}} + \epsilon_{\text{rel}} \max\{\|\mathbf{s}^{(k)}\|_2, \|\mathbf{z}^{(k)}\|_2\} \quad (16)$$

$$\epsilon_{\text{dual}}^{(k)} = \sqrt{N_t} \epsilon_{\text{abs}} + \epsilon_{\text{rel}} \rho \|\mathbf{u}^{(k)}\|_2 \quad (17)$$

로 정의되며 $\epsilon_{\text{abs}} > 0$ 과 $\epsilon_{\text{rel}} > 0$ 은 각각 절대 허용치와 상대 허용치이다²⁾.

IV. 모의실험 결과

본 장에서는 기존의 MIMO 검출 기법들과 제안한 기법의 BER 성능과 복잡도 성능을 비교한다. QPSK 변조 방식을 사용하였으며 송신 안테나 수와 수신 안테나 수를 같게 하였다. 수신 측에서는 평균이 0이고 단위 분산인 i.i.d. 복소 가우시안 분포를 갖는 MIMO 채널 행렬을 알고 있다고 가정한다.

그림 1은 zero forcing (ZF)^[1], sphere decoding (SD)^[4], semidefinite relaxation row-by-row (SDR-RBR)^[3], Lenstra & Lenstra & Lovász의 lattice reduction aided ZF (LLL-ZF)^[5,6], modified LLL aided ZF (MLLL-ZF)^[7], 제안한 ADMM 기법의 SNR에 따른 BER 성능을 보여준다. 송신 안테나 10개와 수신 안테나 10개를 사용하였다. BER 성능은 SD, SDR-RBR, ADMM, LLL-ZF, MLLL-ZF, ZF 순으로 좋다.

그림 2는 송신 안테나 70개를 이용하고 각각 수신 안테나 10개를 장착한 7개의 단말이 있는 다중사용자 환경일 때의 SNR에 따른 BER을 나타낸다. 안테나가 많은 경우, SD는 복잡도가 매우 높기 때문에 동작하지 않는다. 그림 1과 달리, ADMM이 SDR-RBR보다 BER 성능이 좋다.

그림 3은 10dB SNR에서 송수신 안테나 수에 따른 BER을 보여준다. 안테나 수가 증가할수록 ZF, LLL-ZF, MLLL-ZF의 BER은 증가하지만, ADMM은

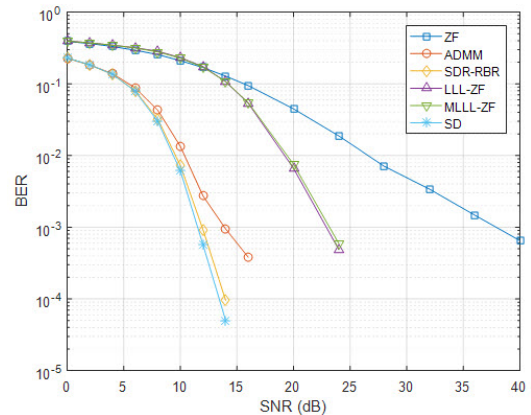


그림 1. 10×10 MIMO 시스템에서의 SNR에 따른 BER
Fig. 1. BER versus SNR in 10×10 MIMO system

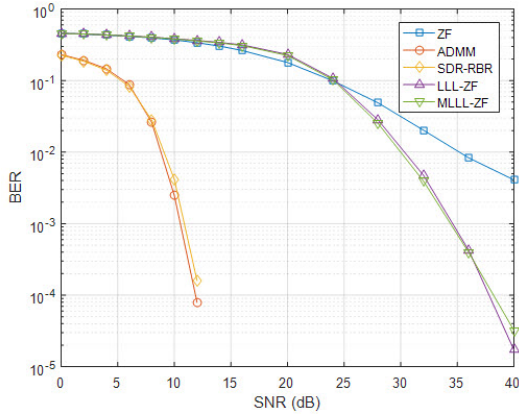


그림 2. 70×70 MIMO 시스템에서의 SNR에 따른 BER
Fig. 2. BER versus SNR in 70 × 70 MIMO system

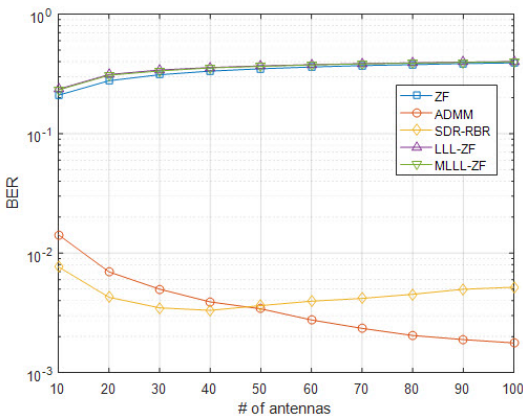


그림 3. 10dB에서 안테나 수에 따른 BER
Fig. 3. BER versus the number of antennas at 10dB

반대로 감소한다. SDR-RBR의 BER은 안테나 수가 40이 될 때까지 감소하다가 다시 증가한다. ADMM의 BER 성능은 안테나 수가 50일 때부터 SDR-RBR을 능가한다. 따라서 massive MIMO 시스템에서 ADMM이 유익하다.

그림 4는 10dB SNR에서 안테나 수에 따른 평균적인 실행 시간을 나타낸다. Intel Core i7 프로세서와 16GB RAM이 장착된 PC에서 Matlab 프로그램을 사용하였다. 안테나 수가 20인 경우, SD의 실행 시간이 가장 길다. ZF는 그림 1과 그림 2에서 알 수 있듯이 BER 성능이 가장 나쁘지만 실행 시간은 나머지 기법들 중 가장 빠르다. 예를 들어 안테나 수가 10일 때 SDR-RBR보다 100배 빠르다. ADMM을 제외한 모든 기법들은 안테나 수가 증가함에 따라 실행 시간도 증가한다. 하지만 ADMM의 실행 시간은 약간 감소한다. 이는 안테나 수가 증가함에 따라 매 반복에서의

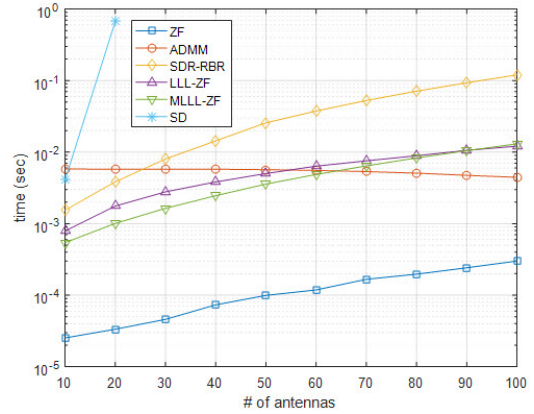


그림 4. 10dB에서 안테나 수에 따른 실행 시간
Fig. 4. Running time versus the number of antennas at 10dB

복잡도는 증가하지만 점차 적은 수의 반복으로 알고리즘이 수렴하기 때문이다. 안테나 수가 30개 이상일 때는 ADMM이 SDR-RBR보다 빠르다. 이 둘 사이의 실행 시간 성능 격차는 안테나 수가 많을수록 벌어지게 된다. 안테나 수가 60개 이상인 경우에는 ADMM이 LLL-ZF와 MLLL-ZF보다 빠르다.

V. 결론

본 논문에서는 massive MIMO 검출을 위한 ADMM을 이용하는 새로운 기법을 제안하였다. MIMO 검출 문제를 두 개의 블록 변수와 지시 함수를 이용하여 ADMM 형식으로 변환하였다. 다른 변수는 고정한 채로 각각의 블록 변수에 대해 반복적인 최소화를 수행될 때까지 수행하였다. 모의실험에서 송신 안테나 30개 이상, 수신 안테나 30개 이상일 때 ADMM이 SDR-RBR보다 실행 시간 성능이 우월함을 증명하였다. 또한 송수신 안테나 수가 각각 50개 이상인 경우에는 BER 성능도 앞서는 것을 보였다. 안테나 수가 증가할수록 두 검출 기법의 성능 격차는 계속해서 벌어지는 것을 확인하였다. 따라서 ADMM 검출 기법은 massive MIMO 시스템에서 저복잡도 검출 기법의 좋은 후보가 될 수 있다.

References

[1] S. Yang and L. Hanzo, "Fifty years of MIMO detection: The road to large-scale MIMOs," *IEEE Commun. Surveys Tuts.*, vol. 17, no. 4, pp. 1941-1988, 4th Quart, 2015.

- [2] S. Boyd, N. Parikh, E. Chu, B. Peleato, and J. Eckstein, "Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers," *Foundations and Trends in Machine Learning*, vol. 3, no. 1, pp. 1-122, 2010.
- [3] H.-T. Wai, W.-K. Ma, and A. M.-C. So, "Cheap semidefinite relaxation MIMO detection using row-by-row block coordinate descent," in *Proc. IEEE ICASSP*, pp. 3256-3259, May 2011.
- [4] M. O. Damen, H. El Gamal, and G. Caire, "On maximum -likelihood detection and the search for the closest lattice point," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2389-2402, Oct. 2003.
- [5] A. K. Lenstra, H. W. Lenstra, and L. Lovász, "Factoring polynomials with rational coefficients," *Mathematische Annalen*, vol. 261, no. 4, pp. 515-534, Dec. 1982.
- [6] J. Han and D. Park, "A vector-perturbation based lattice-reduction using look-up table," *J. KICS*, vol. 36, no. 6, pp. 551-557, Jun. 2011.
- [7] S. Shahabuddin, J. Janhunen, A. Ghazi, Z. Khan, and M. Juntti, "A customized lattice reduction multiprocessor for MIMO detection," in *Proc. IEEE ISCAS*, pp. 2976-2979, May 2015.

이 정 원 (Jeongwon Lee)



2016년 2월 : 인하대학교 정보통신공학과 학사
 2018년 2월 : 인하대학교 정보통신공학과 석사
 <관심분야> 수학적 최적화, 다중 안테나 시스템

박 대 영 (Daeyoung Park)



2004년 : 서울대학교 전기컴퓨터공학부 박사
 2004년~2007년 : 삼성전자 책임연구원
 2007년~2008년 : University of Southern California, 방문연구원

2008년~현재 : 인하대학교 교수
 <관심분야> 이동통신, 다중 안테나 시스템