

# Filtered OFDM 대역 외 방사 모델링 및 해석

조한신<sup>◦</sup>

## Modeling and Analysis of Out-of-Band Emission of Filtered OFDM

Han-Shin Jo<sup>◦</sup>

### 요약

본 논문에서는 5G를 위한 OFDM 후보 기술 중의 하나인 filtered OFDM (f-OFDM)의 대역 외 방사전력을 계산하는 이론적 수학적식을 제공한다. 또한 이를 위한 중간 과정으로 전력밀도함수의 수학적식도 유도하였다. MATLAB 시뮬레이션을 통해 해당 수학적식의 정확성을 검증하였다. 본 결과는 f-OFDM을 사용하는 5G new radio (NR)의 부채널 간 간섭영향 분석을 위한 기초 도구로 활용 가능하다.

**Key Words** : Filtered OFDM, Out-of-band emission, Out-of-band emission ratio, Interference, Power spectral density

### ABSTRACT

In this paper, we propose the theoretical out-of-band emission of a filtered OFDM (f-OFDM), one of candidate for 5G OFDM. The mathematical expression of the power density function is derived as an intermediate process. MATLAB simulation was used to verify the accuracy of the mathematical expression. This result can be used as a basic tool for analyzing the effect of subchannel interference of 5G new radio (NR) with f-OFDM.

## I. 서론

4G LTE 및 무선랜 등에 사용되고 있는 cyclic prefix orthogonal frequency division multiplexing (CP-OFDM)은 상당한 양의 대역 외 방사를 야기하기 때문에 이를 억제하기 위해 보호대역 (LTE: 채널대역 폭의 약 10%)이 요구되며 이는 주파수 자원의 낭비를 수반한다. 한편 차세대 5G 이동통신은 기존의 초고속 광대역 데이터 전송뿐만 아니라, 초고신뢰 저 지연 통신과 대규모 기기 연결을 동시에 지원하는 것을 목표로 한다<sup>1)</sup>. 이를 위해 5G new radio (NR) 접속 기술에서는 부채널 별로 상이한 OFDM numerology의 지원이 가능한 유연한 프레임 구조가 제안되었다<sup>2)</sup>. 따라서 부채널 간의 대역 외 방사 간섭을 효과적으로 억제할 수 있는 새로운 OFDM 기술에 대한 중요성이 더욱 증가하고 있다.

OFDM에서 필터링은 사이드 로브를 억제하는 효과적인 방법으로 알려져 있다. Filtered OFDM (f-OFDM)은 사용 가능한 대역폭을 여러 대역으로 나누어 서로 다른 부채널에서 다양한 서비스를 지원할 수 있다<sup>3,4)</sup>. 스펙트럼 사이드 로브가 감소되면 신호의 출력이 메인로브에 집중되어 인접한 채널 누설 전력을 줄일 수 있다. 현재까지 f-OFDM의 대역 외 방사를 정량적으로 평가할 수 있는 해석적 도구는 제시되고 있지 않다. 따라서 본 연구에서는 f-OFDM의 대역 외 방사 전력을 평가할 수 있는 수학적식을 유도하고 MATLAB 시뮬레이션을 통해 해당 수식의 정확성을 검증하였다.

## II. 전력스펙트럼 밀도 및 대역 외 방사 전력

본 연구에서 f-OFDM 송신신호는 CP-OFDM 부채널 송신 신호의 필터링을 통해 생성되며, 송신 기저대역 신호는 다음과 같이 표현할 수 있다<sup>3)</sup>.

$$x_{CP}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} c_{n,k} p(t-nT) e^{-j2\pi k \frac{1}{N} T} \quad (1)$$

여기서  $c_{n,k}$ 는 n번째 OFDM 심볼의 k번째 부반송파에서 변조된 복소수 값의 데이터 심볼이며,

※ 본 논문은 한밭대학교 대학회계 연구비 지원을 받아 수행된 연구임.

◦ First and Corresponding Author : (OCID:0000-0002-5738-1807)Hanbat National University Department of Electronics & Control Engineering, [hsjo@hanbat.ac.kr](mailto:hsjo@hanbat.ac.kr), 정회원

논문번호 : KICS201812-383-A-LU, Received December 10, 2018; Revised January 2, 2019; Accepted January 2, 2019

$T = T_s + T_g$ 는 총 심볼의 길이,  $T_s$ 와  $T_g$ 는 데이터 심볼 길이와 CP 길이를 의미한다. 또한  $p(t)$ 는 펄스 형성 윈도우로서 사각 펄스를 가정하였다. 이때 CP-OFDM의 전력스펙트럼밀도는 다음과 같다<sup>5)</sup>.

$$\Phi_x^{(CP)}(f) = P_s T \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \text{sinc} \left[ \left( f - \frac{k}{T_s} \right) T \right] \right\}^2 \quad (2)$$

여기서  $P_s$ 는 단일 OFDM 부반송파의 전력뿐만 아니라 데이터 심볼  $c_{n,k}$ 의 분산을 나타내며,  $1/T_s$ 은 부반송파간의 간격을 의미한다. sinc 함수는  $x \neq 0$ 일 때  $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x)/\pi x$ 이며  $x=0$ 일 때 1의 값을 갖는다.

신호  $x_{CP}(t)$ 가 스펙트럼 정형 필터를 통과하여 얻어지는 f-OFDM 신호  $x(t)$ 는 다음의 컨볼루션 연산으로 표현된다.

$$x(t) = x_{CP}(t) * f(t) = x_{CP}(t) * \{p(t) \times w(t)\} \quad (3)$$

여기서 스펙트럼 정형 필터의 임펄스 응답  $f(t)$ 는 기본 필터의 임펄스 응답  $p(t)$ 에 시간 영역 윈도우 함수  $w(t)$ 를 곱하여 구현된다<sup>3)</sup>. sinc 함수 형태의 임펄스 응답을 갖는 기본 필터  $p(t) = \lambda \text{sinc}(\lambda t)$ 를 고려하면 해당 필터의 주파수 응답은  $\lambda$ 의 대역폭을 갖는 사각 함수  $P(f) = \Pi(f/\lambda)$ 가 된다. 그리고 식(4)로 표현되는 길이가  $T_w$ 인 Hanning 윈도우 함수를 고려하였다<sup>3)</sup>.  $|t| > T_w/2$  일 때  $w(t) = 0$ 이다.

$$w(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \left( \frac{2\pi|t|}{T_w} \right) \text{ for } |t| \leq \frac{T_w}{2} \quad (4)$$

Hanning 이외에 Hamming, Blackman 윈도우 등도 사용 가능하며 이러한 경우 전력스펙트럼은 다른 형태의 수학적 식으로 표현된다. 식 (3)으로부터 f-OFDM의 전력스펙트럼밀도는 다음과 같이 계산한다.

$$\Phi_x(f) = |P(f) * W(f)|^2 \Phi_x^{(CP)}(f) \quad (5)$$

여기서  $w(t)$ 의 푸리에 변환은  $W(f) = \frac{T_w \text{sinc}(T_w f)}{2(1 - T_w^2 f^2)}$ 이며 식(5)의 컨볼루션은 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} & P(f) * W(f) \\ &= \frac{T_w}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Pi \left( \frac{\nu}{\lambda} \right) \frac{\text{sinc}(T_w(f-\nu))}{(1 - T_w^2(f-\nu)^2)} d\nu \\ &= \frac{T_w}{2} \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} \frac{\text{sinc}(T_w(f-\nu))}{(1 - T_w^2(f-\nu)^2)} d\nu = \frac{1}{4\pi} y(f) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $y(f) = 2Si(\pi u) - 2Si(\pi l) + Si(\pi - \pi l) - Si(\pi - \pi u) + Si(\pi + \pi u) - Si(\pi + \pi l)$  이고  $u = T_w(f + \lambda/2)$ ,  $l = T_w(f - \lambda/2)$ 이며,  $Si(x) = \int_0^x \frac{\sin(t)}{t} dt$ 는 사인적분함수이다. 식 (6)의 마지막 등식을 얻기 위해 다음 적분 성질을 이용하였다.

$$\int_a^b \frac{\text{sinc}(t)}{1-t^2} dt = \frac{1}{2\pi} [2Si(\pi b) - 2Si(\pi a) + Si(\pi - \pi a) - Si(\pi - \pi b) + Si(\pi + \pi b) - Si(\pi + \pi a)] \quad (7)$$

식 (2)와 (6)를 식 (5)에 대입하여 최종적인 f-OFDM의 전력스펙트럼밀도 계산식을 유도한다.

$$\Phi_x(f) = \frac{P_s T}{16\pi^2} (y(f))^2 \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \text{sinc} \left[ \left( f - \frac{k}{T_s} \right) T \right] \right\}^2 \quad (8)$$

전력밀도함수의 해석적 표현 (analytical expression)을 이용하여 최종적으로 대역 외 방사율을 유도할 수 있다. 대역 외 방사율 (out-of-band emission ratio)은 총 송신전력 중  $\alpha$  Hz부터  $\beta$  Hz까지의 주파수 대역으로 방사되는 전력의 비율을 의미하며, 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \rho &= 10 \log_{10} \left[ \frac{1}{P_t} \int_{\alpha}^{\beta} \Phi_x(f) df \right] \\ &= 10 \log_{10} \left[ \frac{P_s T}{16\pi^2 P_t} \sum_{k=0}^{N-1} \int_{\alpha}^{\beta} \text{sinc} \left( \left( f - \frac{k}{T_s} \right) T \right)^2 \right. \\ &\quad \left. \times (y(f))^2 df \right] \end{aligned} \quad (9)$$

위 식은 MATLAB 수치적분 내장함수(integral)를 이용하여 간단히 구현 가능하다. 부반송파 당 송신전력이 동일할 경우 식 (10)에서  $\rho$ 는 3개의 변수 ( $T_w, T_s, T$ )에만 의존하며, 이는 f-OFDM의 시스템 디자인에서 부채널 간 간섭전력을 제어하는 데에 유용하게 활용될 수 있다.

### III. 실험 결과 및 결론

실험을 위해 LTE 시스템 파라미터를 적용하였으며 자세한 수치는 표 1에 제시되어 있다. 그림 1에서 제안한 전력스펙트럼밀도의 이론값이 매우 정확함을 확인할 수 있다. 시뮬레이션을 위해 랜덤 이진 비트를 생성 f-OFDM 심볼을 생성한 후 MATLAB 내장 함수(periodogram)를 이용하여 전력밀도함수값을 계산한다. 최종적으로 총 1000개의 심볼에 대한 전력밀도 함수의 평균값이 그림 1의 결과이다. 또한 예상대로 f-OFDM의 대역 외 방사 억제 성능이 매우 우수함을 확인할 수 있다. 그림 2로부터 그림 3의 결과(보호 resource blocks (RBs)의 개수에 따른 대역 외 방사를)를 얻기 위한 실험환경 및 방법을 쉽게 이해할 수 있다. 그림 3으로부터 대역 외 방사를 이론값의 정확성을 확인할 수 있다. 한편 제안된 전력스펙트럼밀도와 대역 외 방사를 수식은 다양한 연구 (f-OFDM을 사용하는 5G 시스템 디자인, 스펙트럼 마스크 규격 준수 여부 평가, 채널 밴드 양쪽의 가드 부반송과 할당, 기지국 또는 단말기 간 상호 간섭 분석 시뮬레이

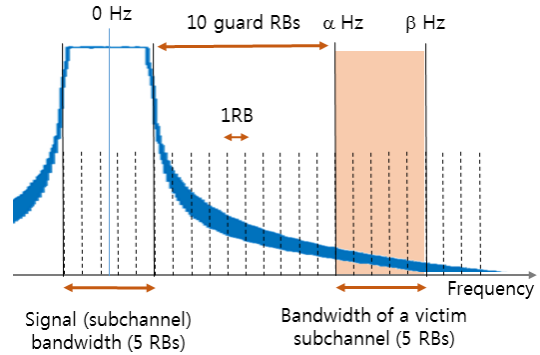


그림 2. 대역 외 방사를 시뮬레이션 환경 예  
Fig. 2. Illustration of simulation environment for OOB emission ratio

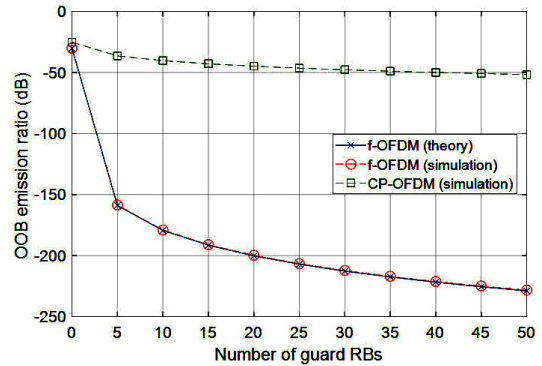


그림 3. 타 부채널에 대한 대역 외 방사를 이론( $\rho$ ) 및 실험값  
Fig. 3. Theoretical ( $\rho$ ) and simulated results of the OOB emission ratio

표 1. 실험 변수  
Table 1. Simulation parameters.

Parameters	Value
Output power	46 dBm
Signal (subchannel) bandwidth	0.9 MHz (=5 RBs)
Filter bandwidth	5 RBs
Subcarrier spacing	15 KHz
Number of subcarriers per RB	12
Hanning window duration	33.33 us
Data symbol duration	66.67 us
CP length	4.7 us
Bandwidth of a victim subchannel	0.9 MHz (5 RBs)

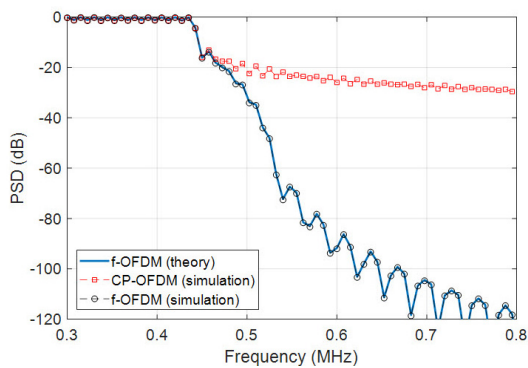


그림 1. 전력스펙트럼밀도의 이론값( $\Phi_x(f)$ )과 실험값  
Fig. 1. Theoretical ( $\Phi_x(f)$ ) and simulated results of PSD

션 등)에 활용가능하다.

### References

- [1] Framework and overall objectives of the future development of IMT for 2020 and beyond. Recommendation ITU-R M.2083: IMT Vision, Sep. 2015.
- [2] A. A. Zaidi, R. Baldemair, V. Moles-Cases, N. He, K. Werner, and A. Cedergren, "OFDM numerology design for 5G new radio to support IoT, eMBB, and MBSFN," in *IEEE Commun. Standard Mag.*, vol. 2, no. 2, pp. 78-83, Jun. 2018.
- [3] J. Abdoli, M. Jia, and J. Ma, "Filtered OFDM: A new waveform for future wireless systems," in *Proc. IEEE 16th SPAWC*, pp. 66-70,

Stockholm, Sweden, Jul. 2015.

- [4] B. Kim, C. An, J. Lee, K. Jang, and H.-G. Ryu, "Analysis and evaluation of Filtered-OFDM waveforms for 5G mobile communications," *J. KICS*, vol. 42, no. 7, pp. 1333-1339, Jul. 2017.
- [5] W. G. Chung, H. S. Jo, H. G. Yoon, J. W. Lim, J. G. Yook, and H. K. Park, "Advanced MCL method for sharing analysis of IMT-advanced systems," *IEE Electron. Lett.*, vol. 42, no. 21, pp. 1234-1235, Oct. 2006.