

다중 입출력 기반 하향 링크 셀룰러 네트워크 내의 최적의 피드백 비트수에 관한 연구

민 문 식*

On the Study of Optimal Feedback Rate for Downlink Cellular Networks with Multi-Antenna Base Stations

Moonsik Min*

요 약

확률적으로 모델링 된 셀룰러 네트워크 내에서 복수의 안테나를 가지는 기지국들이 제한된 피드백 기반의 선형 프리코딩을 사용하여 복수의 사용자와 동시에 통신하는 하향 링크 시스템을 고려한다. 해당 시스템 내에서 각 사용자의 넷 주파수 효율을 최대화하는 최적의 피드백 비트수를 점진적 관점에서 유도하며, 그 결과를 분석한다. 분석 결과를 통해 채널 상관 시간에 대한 최적 피드백 비트수의 증가율을 보인다.

Key Words : MIMO, limited feedback, Poisson point process, quantization based combining, stochastic geometry

ABSTRACT

This letter studies the optimal number of feedback bits required for downlink MIMO systems in dense cellular networks. An asymptotic number of feedback bits that maximizes the net spectral efficiency is analyzed. Moreover, the increasing rate of the optimal number is investigated with respect to the channel coherence time.

I. 서 론

무선 통신 환경에서 다중 입출력(MIMO) 기법의 성능을 효율적으로 분석하기 위해서는 실제의 셀룰러 망을 효과적으로 모델링 할 필요가 있다. 최근에는 네트워크 내의 기지국 위치를 확률적으로 모델링하는 기법이 제안되고 있다. 예를 들어, [1]에서는 Poisson Point Process (PPP)를 기반으로 MIMO 시스템의 성능을 분석하였다. 특히, 제한된 피드백을 사용할 경우 최적의 피드백 비트수가 송신안테나 수에 선형비례하고 채널 상관 시간에 대한 로그함수 꼴로 주어짐을 보인다. 하지만 [1]의 결과는 수신부의 안테나 수를 하나로 고정하였을 때 얻어진 결과이다. [2]에서는 수신 안테나 수가 복수인 경우를 고려하였으나 시물레이션을 통해 결과를 추정하는데 그쳤다.

본 논문에서는 [2]에서 시물레이션을 통해 단순 추정하였던 최적의 피드백 비트수의 경향성이 이론적으로 성립함을 수학적으로 증명하고자 한다. 즉, 송수신부 모두 다중 안테나를 활용하는 다중 사용자 MIMO 시스템을 가정하며, 이 경우 최적의 피드백 비트수가 채널 상관 시간에 대해 어떤 증가율을 가지는지 수학적으로 증명한다. 이를 위해, [3]에서 제안된 양자화 결합 기반의 양자화 모델을 활용한다. 해당 양자화 모델을 활용하여, 시스템의 주파수 효율의 미분 값을 점근적으로 추정하고, 이를 활용하여 최적의 피드백 비트수를 유도한다. 또한, 이 과정에서 [3]에서 제안된 양자화 결합 기법을 그대로 적용하는 데에 그치지 않고, 해당 기법의 수학적 타당성을 추가로 제시한다.

II. 시스템 모델

본 논문에서는 M 개의 송신 안테나를 가지는 복수의 기지국이 랜덤하게 분포하는 셀룰러 네트워크를 고려한다. 기지국의 위치는 homogeneous PPP (HPPP)를 따라 결정되며, 각 기지국의 영역 내에는 K 명($1 < K \leq M$)의 사용자가 독립적이고 고르게 (uniformly) 분포 한다. 사용자와 기지국의 분포는 독립이며, 각 사용자는 N 개의 수신 안테나를 가진다. 본 논문에서는 임의의 사용자의 평균 주파수 효율을 분석하며, HPPP의 stationarity와 isotropy에 근거하여 분석 대상이 되는 임의의 사용자는 (선형변환 후) 원

* 본 논문은 2018학년도 목포대학교 교내연구과제 지원에 의하여 연구되었음

* First and Corresponding Author : (ORCID:0000-0002-1206-3805) Mokpo National University, Department of Electronics, Information and Communication Engineering, mnsk1min@mokpo.ac.kr, 조교수, 정회원

논문번호 : 202001-003-A-LU, Received January 7, 2020; Revised January 14, 2020; Accepted January 15, 2020

점에 위치한다고 가정한다¹¹. 원점에서 i 번째로 가까운 기지국의 원점에서부터의 거리를 d_i 로 표기하면, 수신 신호 벡터는 다음과 같다:

$$\mathbf{y} = d_1^{-\alpha/2} \mathbf{H}_1^H \mathbf{V}_1 \mathbf{s}_1 + \sum_{i=2}^{\infty} d_i^{-\alpha/2} \mathbf{H}_i^H \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i + \mathbf{z}. \quad (1)$$

여기서 α 는 large-scale fading의 경로 감쇄 지수이다. \mathbf{H}_i , \mathbf{V}_i , \mathbf{s}_i 는 각각 i 번째 기지국과 원점에 위치한 사용자 사이의 채널, i 번째 기지국이 공간 다중화를 위해 사용하는 송신 프리코딩 행렬, i 번째 기지국의 송신 정보 벡터를 의미한다. 채널 행렬의 각 원소는 i.i.d. 한 complex Gaussian 분포(평균 0, 분산 1)를 따르며, \mathbf{z} 는 각 원소가 평균 0, 분산 1인 complex additive Gaussian noise 벡터이다. 전체 송신 파워는 P 이며, 송신 정보 벡터의 각 성분은 동일한 평균 파워를 가진다. 각 사용자는 N 개의 안테나로 받은 신호를 QBC기법¹⁴을 사용해 결합한다. 안테나 결합 벡터(\mathbf{r})와 채널 행렬(\mathbf{H}_i)의 곱을 유효 채널 벡터 $\mathbf{h}_i = \mathbf{r} \mathbf{H}_i$ 로 표기하면, 수신 결합 후의 스칼라 수신 신호 $y = \mathbf{r} \mathbf{y}$ 는 다음과 같이 벡터채널의 형태로 표현 된다:

$$y = d_1^{-\alpha/2} \mathbf{h}_1^H \mathbf{V}_1 \mathbf{s}_1 + \sum_{i=2}^{\infty} d_i^{-\alpha/2} \mathbf{h}_i^H \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i + z. \quad (2)$$

각 사용자는 제한된 피드백을 활용하여 유효 채널을 양자화 후 피드백 한다. 프리코딩 행렬은 유효 채널을 기반으로 zero-forcing beamforming을 사용하여 구성된다¹⁴. (2)로부터 수신신호의 신호 대비 간섭 및 잡음비(SINR)는 다음과 같이 구할 수 있다:

$$SINR = \frac{P/K d_1^{-\alpha} |\mathbf{h}_1^H \mathbf{v}_1|^2}{P/K d_1^{-\alpha} \sum_{j=2}^K |\mathbf{h}_j^H \mathbf{v}_j|^2 + \mathbf{F}}. \quad (3)$$

$\mathbf{F} = P/K \sum_{i=2}^{\infty} d_i^{-\alpha} \mathbf{h}_i^H \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \mathbf{h}_i + 1$ 이고, \mathbf{v}_i 는 \mathbf{V}_i 의 i 번째 열이다. 원점에 위치한 사용자의 주파수 효율은 $R = E[\log_2 SINR]$ 로 정의되고, 채널의 상관 시간(T_c)과 상향링크 피드백 비트 수를 고려한 넷(net) 주파수 효율은 $R_N = E[\log_2 SINR] - B/T_c$ 로 정의한다¹¹; 여기서 B 는 양자화 비트 수를 뜻한다.

III. 양자화 오차의 분포 및 최적 비트백 비트 수

본 논문에서는 수신 결합 후의 유효 채널을 주어진 코드북을 사용해 양자화하고, 양자화 결과(해당 index)를 기지국으로 피드백한다. 임의의 코드워드(\mathbf{c}_i)와 유효 채널 간의 오차를 $\sin^2 \theta_i = 1 - |\bar{\mathbf{h}}_i^H \mathbf{c}_i|^2$ ($\bar{\mathbf{h}}_i \equiv \mathbf{h}_i / \|\mathbf{h}_i\|$)로 표기하면 $\sin^2 \theta_i$ 는 다음과 같은 확률 밀도 함수를 가진다¹⁴:

$$f_{\sin^2 \theta_i}(x) = \frac{1}{B(M-N, N)} x^{M-N-1} (1-x)^N. \quad (4)$$

[3]의 저자는 오차의 값이 충분히 작다는 가정 하에, 이 확률 밀도 함수의 $(1-x)^N$ 항을 1로 근사하여 사용하였지만, 그 과정에서 수학적인 근거가 엄밀하게 제시되지 않았다. 이를 보완하기 위해, 본 논문에서는 점근적인 관점에서 수학적 근거를 제시한다.

양자화 비트수를 \mathbb{I} 장에서 B 로 표기하였으므로, 양자화 과정은 다음과 같이 정의 된다:

$$m = \operatorname{argmin}_{i=1, \dots, 2^B} (\sin^2 \theta_i) \quad (5)$$

양자화 된 채널 $\hat{\mathbf{h}}_1$ 를 $\hat{\mathbf{h}}_1 \equiv \mathbf{c}_m$ 로 정의하면, 채널 방향 벡터를 다음과 같이 표현할 수 있다:

$$\bar{\mathbf{h}}_1 = \sin^2 \theta_m \hat{\mathbf{h}}_1 + \cos^2 \theta_m \mathbf{g}_1. \quad (6)$$

여기서 \mathbf{g}_1 은 $\hat{\mathbf{h}}_1$ 에 직교하는 hyper-plane위를 uniform하게 분포하는 임의의 벡터이다. (5)의 양자화 과정을 참조하면, 양자화 오차 $\sin^2 \theta_m$ 의 누적 확률 분포(CDF: cumulative distribution function)는 order statistics에 따라 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$F_{\sin^2 \theta_m}(x) = \left[\int_0^x \frac{1}{B(M-N, N)} t^{M-N-1} (1-t)^N dt \right]^{2^B}. \quad (7)$$

여기서 고정된 임의의 x 값에 대해, 양자화 비트수 B 가 무한히 증가하면 (7)의 함수 값은 0으로 수렴함을 확인할 수 있다. 이는 B 가 증가함에 따라 $\sin^2 \theta_m$ 의 CDF의 이론적 support가 0에 수렴함을 의미한다 ($B \rightarrow \infty \Rightarrow \sin^2 \theta_m \rightarrow 0$). 또한, $\sin^2 \theta_m$ 의 support가 0으로 수렴한다고 가정하면, 유효 support에서 $(1-t)$ 항이 1에 수렴하므로, 다음과 같이 근사할 수 있다:

$$\lim_{B \rightarrow \infty} F_{\sin^2 \theta_m}(x) = \left[\int_0^x \frac{1}{B(M-N; N)} t^{M-N-1} dt \right]^{2^B} \quad (8)$$

$$= \left[\frac{1}{B(M-N; N)(M-N)} t^{M-N} \right]^{2^B}.$$

이는 (4)의 확률 밀도 함수에서 $(1-x)^N$ 항을 1로 근사한 후 양자화 한 것과 동일한 결과이다. 따라서 [1]에서 활용된 spherical-cap vector quantization을 적용하여 \mathbf{c}_i 의 양자화 영역을

$$T_i \approx \{ \bar{\mathbf{h}}_k : \sin^2 \theta_i \leq \delta \} \quad (9)$$

로 근사하면, 식 (8)과 (9)로부터 다음을 유도할 수 있다:

$$\begin{aligned} \lim_{B \rightarrow \infty} P(\sin^2 \theta_m \leq x) &= \lim_{B \rightarrow \infty} P(\sin^2 \theta_m \leq x | \bar{\mathbf{h}}_1 \in T_i) \\ &= \lim_{B \rightarrow \infty} \frac{P(\sin^2 \theta_m \leq x, \bar{\mathbf{h}}_1 \in T_i)}{P(\bar{\mathbf{h}}_1 \in T_i)} \quad (10) \\ &= \lim_{B \rightarrow \infty} \frac{P(\sin^2 \theta_i \leq x, \sin^2 \theta_i \leq \delta)}{P(\sin^2 \theta_i \leq \delta)} \\ &= (x/\delta)^{M-N}, \quad 0 \leq x \leq \delta. \end{aligned}$$

여기서 $\delta = 2^{-B/(M-N)}$ 이다. 이 결과는 랜덤 변수 $\sin^2 \theta_m / \delta$ 의 limiting ($B \rightarrow \infty$) 확률 분포가 파라미터가 $M-N$ 과 1인 베타 확률 변수임을 뜻한다.

식 (2)와 같이, QBC를 활용하면, 송수신 안테나 수가 각각 M 과 N 인 다중 입출력 시스템을 다중 입력 단일 출력 시스템으로 변환시킬 수 있다. 이 때 원래 시스템의 송수신 안테나 수는 변환된 시스템의 유효 채널(벡터 채널)의 확률 분포에 영향을 준다. 유효 채널의 크기 $\|\mathbf{h}_1\|$ 의 확률 분포는 [4]의 Lemma 3과 동일한 증명 과정을 거치면 shape가 $M-N+1$, scale이 1인 Gamma 분포를 따름을 보일 수 있다. 반면, 유효 채널의 방향 $\bar{\mathbf{h}}_1$ 의 확률 분포는 (6)에서 주어진 바와 같이 양자화 오차 $\sin^2 \theta_m$ 에 의해 결정되며, $\sin^2 \theta_m$ 의 limiting 분포는 식 (10)를 통해 구하였다. 채널의 방향 벡터와 높의 확률 분포를 같이 생각해보면, 양자화 비트수가 임의로 커짐에 따라($B \rightarrow \infty$), 식 (2)를 통해 표현되는 유효 채널 기반의 통신 시스템이 송신 안테나 수가 $M-N+1$ 이고, 수신 안테나 수가 하나인 다중 입력 단일 출력 시스템과 동등(equivalent)해짐을 확인할 수 있다. 따라서 기존의 벡터 채널에 관한 연구 결과를 적용할 수 있다. 예컨대, [5]의

Theorem 2를 적용하면,

$$\lim_{B \rightarrow \infty} \frac{\partial R / \partial B}{\delta^{2/\alpha}} = a(K, M, N) \Psi(P, K) \quad (11)$$

가 되며, 여기서 $\Psi(P, K) = \int_0^\infty e^{-\frac{K}{B} y^{\alpha/2} - \pi \lambda g(K)y} dy$,

$a(K, M, N) = \frac{\pi \lambda (K-1) \Gamma(1-2/\alpha) \Gamma(K-1+2/\alpha)}{(M-N) \Gamma(K)}$ 이고,

$$g(K) = \frac{2}{\alpha-2} \sum_{p=1}^K {}_2F_1\left(p, 1-\frac{2}{\alpha}; 2-\frac{2}{\alpha}; -1\right) + 1 \quad \text{이다;}$$

$$-\frac{2}{\alpha K+2} {}_2F_1\left(K, K+\frac{2}{\alpha}; K+1+\frac{2}{\alpha}; -1\right)$$

여기서 ${}_2F_1()$ 는 Gauss hyper-geometric function을 뜻한다^[5]. 식 (11)로부터, 양자화 비트 수가 충분히 크다고 가정하면, 다음을 얻을 수 있다:

$$\partial R_N / \partial B = \delta^{2/\alpha} a(K, M, N) \Psi(P, K) - 1/T_c. \quad (12)$$

넷 주파수 효율 R_N 이 0이 되는 곳에서 critical point가 생성되므로, 식 (12)의 우변을 0이 되게 하는 B 의 값을 구하면 다음과 같이 최적의 피드백 비트 수 (B^*)를 구할 수 있다.

$$B^* = \frac{\alpha}{2} (M-N) \log_2(a(K, M, N) \Psi(P, K) T_c). \quad (13)$$

채널 상관시간 T_c 에 대한 증가율 관점에서는, 피드백 비트수가 충분히 크다는 가정 하에, 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\lim_{T_c \rightarrow \infty} (B^*) / (\alpha(M-N)/2 \log_2 T_c) = 1. \quad (14)$$

즉, 채널 상관 시간이 증가함에 따라 최적의 피드백 비트 수는 $\alpha(M-N)/2$ 를 계수로 가지는 T_c 에 대한 로그 함수 꼴로 주어진다. 수신 안테나가 하나인 경우와 비교할 때, 수신 안테나 수가 증가할수록 각 사용자의 최적 피드백 비트수가 줄어든다.

IV. 시뮬레이션 결과 및 결론

본 절에서는 앞 절에서 유도한 최적의 피드백 비트 수의 증가율이 실제로 성립하는지 여부를 Monte Carlo 시뮬레이션을 통해 검증한다. 경로 감쇄 지수는 $\alpha=4$ 로 설정하였으며, HPPP의 밀도(intensity)는

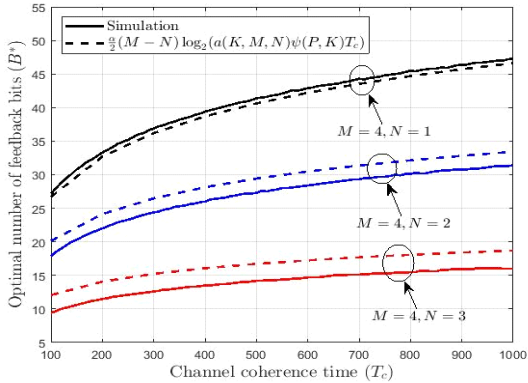


그림 1. 최적 피드백 비트 수 vs. 채널 상관 시간
Fig. 1. Optimal number of feedback bits (B^*) vs. channel coherence time (T_c)

$10^{-5}/\pi$ 로 가정하였다. 코드북은 random vector quantization [4]을 통해 생성하였다. 수신부 평균 SNR을 $P_r = P/(KE\|d_1\|^a)$ 로 정의하며, 모든 실험 결과는 $P_r = 10$ dB인 경우를 가정하였다. 그림 1은 (13)에서 구한 최적의 피드백 비트수를 그리고 있다. 수식 (13)의 결과와 시뮬레이션 결과에는 오차가 발생하는데, 이는 (9)에서 quantization영역을 수학적 편의로 근사하였기 때문이다. 절대적인 값에는 오차가 있지만 (14)에서 구한 채널 상관 시간에 대한 최적 피드백 비트수의 증가율은 일치함을 확인할 수 있다. 이는 [1]의 결과를 복수의 수신 안테나를 활용하는 시스템으로 일반화한 결과로 볼 수 있다.

References

- [1] J. Park, N. Lee, J. G. Andrew, and R. W. Heath Jr., "On the optimal feedback rate in interference-limited multi-antenna cellular systems," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 15, no. 8, pp. 5748-5762, Aug. 2016.
- [2] S. Jung and M. Min, "On the optimal feedback rate for BD with limited feedback in cellular networks," in *Proc. KICS Fall Conf. 2019*, pp. 0511-0512, Korea, Nov. 2019.
- [3] Y. S. Kang, "Quantization cell approximation for MIMO broadcast channels with receive antenna combining," *J. KICS*, vol. 44, no. 11, pp. 2054-2057, Nov. 2019.
- [4] N. Jindal, "Antenna combining for the MIMO downlink channel," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 7, no. 10, pp. 3834-3844, Oct. 2008.
- [5] M. Min, "Unified derivation of optimal feedback rate in downlink cellular systems with multi-antenna base stations," *IEEE ACCESS*, vol. 7, pp. 161871-161886, Nov. 2019.