

# Interference-Free OFDM 수신기 최적화를 통한 합-전송률 최대화 기법

하노겸\*, 신원재<sup>o</sup>

## Sum-Rate Maximization of Interference-Free OFDM for K-User Interference Channels with Blind Transmitters

Nohgyeom Ha\*, Wonjea Shin<sup>o</sup>

### 요 약

본 논문은 K 사용자 단일-입력 단일-출력 간섭 채널을 고려한다. 송신기에 완벽한 채널 정보 없이 사용자 및 심볼 간 간섭을 정렬하는 IF-OFDM(Interference-free OFDM)은 DoF(Degrees-of-freedom) 관점에서 송/수신기를 설계하였다. 해당 송/수신기 설계가 최적화 합-전송률을 최대화하는 것을 보장하지 않는다. 본 논문은 전반적인 SNR(Signal-to-noise ratio) 영역에서 합-전송률 최대화하기 위해 수신기의 combining matrix를 최적화한다. 먼저, 합-전송률 식을 일반적인 레일리 몫(Generalized Rayleigh quotient)의 형태로 바꾼다. 그 후에 행렬식의 상한을 구하고 해당 부등식의 등식을 만족하도록 수신기를 설계한다. 모의실험을 통해 기존 IF-OFDM 및 간섭 회피 방식인 TDMA-OFDM과 비교하여 전반적인 SNR 영역에서 최적화된 IF-OFDM이 합-전송률 측면에서 더 우수함을 확인할 수 있다.

**Key Words** : interference alignment, channel state information, sum-rate, optimization, generalized Rayleigh quotient

### ABSTRACT

This paper considers the K-user single-input single-output interference channels with inter-symbol interference. To manage inter-user and inter-symbol interference without CSIT (Channel state information at transmitter), we exploit interference-free OFDM (IF-OFDM). IF-OFDM focuses on maximizing DoF (Degrees-of-freedom). However, since the DoF maximization does not always guarantee the sum-rate maximization over entire SNR regimes, we optimize the combining matrix of IF-OFDM in order to maximize the sum-rate. The objective function is transformed into a form of the generalized Rayleigh quotient. We derive the upper-bound of the sum-rate by using properties of matrix determinant. Finally, we find the optimal combining matrix in an analytical form by showing that the upper bound can be achieved by the combining matrix. Numerical results demonstrate that the proposed IF-OFDM significantly outperforms the conventional IF-OFDM as well as interference avoidance approach (e.g., TDMA) in terms of sum-rate, especially in entire SNR regimes.

### 1. 서 론

무선 장비의 증가에 따른 심각해지는 간섭의 영향을 관리하여 무선 네트워크의 전송률을 높이기 위한 연구들이 진행되고 있다. 그 중 다양한 간섭 채널(Interference channel)의 간섭 관리를 효과적으로 수행할 수 있는 간섭 정렬 기법(Interference alignment, IA)이 제안되었다<sup>[1]</sup>. 간섭 정렬 기법은 모든 송신기의 채널 정보(Channel state information)를 안다는 가정에서 높은 SNR(Signal-to-noise ratio) 영역에 대해 최적 전송률에 가까운 성능을 끌어낸다.

실제 무선 네트워크에서는 피드백 과정 중 발생하는 오류 때문에 송신기에 대한 채널 정보를 획득하기 매우 어렵다. 송신기에서 채널 정보 없이 대부분의 무

\* 이 성과는 2019년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원과 2020년도 미해군연구소(U.S. Office for Naval Research Global)의 지원을 받아 수행된 연구임(No. NRF-2019R1C1C1006806, No. N62909-20-1-2056).

• First Author : (ORCID:0000-0003-4827-6877)Department of Electronic, Electrical & Computer Engineering, Pusan National University, keket117@gmail.com 학생(석사), 학생회원

o Corresponding Author : (ORCID:0000-0001-6513-1237)Department of Electronic Engineering, Pusan National University, wjshin@pusan.ac.kr, 조교수, 종신회원

논문번호 : 202008-190-A-LU, Received August 6, 2020; Revised August 19, 2020; Accepted August 22, 2020

선 네트워크에 적용된 기존 간섭 정렬 기법들은 달성할 수 있는 DoF(Degrees-of-freedom)를 유지하지 못한다<sup>2)</sup>. 송신기에서 채널 정보 없이 간섭 신호들을 정렬하는 blind IA 기술은 channel coherence patterns만 이용한 재구성 안테나로 채널정보 없이 간섭 관리를 가능하게 한다<sup>3)</sup>. 하지만, RF 회로에서 발생하는 삽입 손실 때문에 위 방식을 구현하는 것은 현실적으로 어렵다. 이러한 문제를 해결하기 위해, channel coherence patterns에 대한 정보 없이 간섭 및 서빙 링크 간 다중경로(Multipath)에 의한 지연 차이를 활용하여 간섭을 정렬하는 IF-OFDM(Interference-free OFDM) 기법이 최근에 새롭게 제안되었다<sup>4)</sup>.

IF-OFDM 기법은 DoF의 관점에서 송수신기를 설계하므로 높은 SNR 영역에서만 최적에 가까운 합-전송률 성능을 보장한다. 하지만, 다양한 SNR 영역이 존재하는 간섭 네트워크 상황을 위한 송/수신기를 최적화하는 것이 필요하다. 따라서, 본 논문은 전반적인 SNR 영역에서 IF-OFDM의 합-전송률을 최대화하기 위해 일반적인 레일리 몫(Generalized Rayleigh quotient)을 이용한 combining matrix 최적화 기법을 제안한다.

## II. 시스템 모델

수신기와 송신기 모두에 안테나를 하나씩 장착하고 있고 심볼 간 간섭이 존재하는  $K$  사용자 간섭 채널을 고려한다.  $n$ 번째 시간에서  $k$ 번째 송신기의 전달 신호를  $x_k[n]$ 와 같이 정의한다. 해당 신호의 평균 전력은  $E[|x_k[n]|^2] = P$ 로 가정한다.  $i$ 번째 송신기로부터  $k$ 번째 수신기까지 채널 임펄스 응답  $h_{k,i}[l]$ 은 평균이 0 이고 분산이 1인 복소 가우시안 랜덤변수로 고려한다.  $k$ 번째 수신기가  $n$ 번째 시간에 받은 신호는 다음처럼 구성된다.

$$y_k[n] = \sum_{i=1}^K \sum_{l=1}^{L_{k,i}} h_{k,i}[l] x_i[n-l+1] + z_k[n] \quad (1)$$

이 식에서  $n$ 번째 시간 동안  $k$ 번째 수신기의 잡음  $z_k[n]$ 은 독립적으로 분포된 복소 가우시안 랜덤변수로 가정한다.  $z_k[n]$ 의 평균은 0이며 분산은  $\sigma^2$ 이라고 본다. 여기서,  $i$ 번째 송신기로부터  $k$ 번째 수신기까지 무선 채널의 채널 탭에 대한 수는 일반적으로 다음과 같이 정의한다.

$$L_{k,i} \triangleq [T_{k,i}^D W] \quad (2)$$

$T_{k,i}^D$ 는  $i$ 번째 송신기로부터  $k$ 번째 수신기까지 채널의 지연확산(Delay spread)이고  $W$ 은 신호의 전송 대역을 나타낸다.  $L_{k,i}$ 은  $i$ 번째 송신기와  $k$ 번째 수신기 간의 유효한 다중경로들의 개수를 나타낸다. 또한, 서빙 링크(Serving link)의 최대 채널 탭 개수와 간섭 링크(Interference link)의 최대 채널 탭 개수를 각각  $L_D = \max_k L_{k,k}$ 와  $L_I = \max_{k,i \neq k} L_{k,i}$  이라고 정의한다. 본 논문 내에서는 모든 송신기가 채널 정보를 알지 못하는 상황을 고려한다. 반면 각 수신기는 서빙 링크의 채널 정보를 알고 있으며 채널 추정을 통해 실효 채널을 획득하기 때문에 간섭 링크의 채널 정보들 역시 알고 있다고 본다. 다음 장에서는 IF-OFDM에 대해 살펴보도록 한다.

## III. Interference-Free OFDM 소개

IF-OFDM은 블록 전송 기법을 사용한다. 각 전송 블록은  $B$ 개의 하위 블록들에 총  $\bar{N} = N + L_I - 1$ 의 시간을 할당한다. 여기서  $N$ 은  $N = \max\{2(L_D - L_I), L_I\}$ 을 의미한다. 그러므로, 한 전송 블록의 전체 시간은  $M = B\bar{N} + L_D - 1$ 로 나타낸다.  $k$ 번째 송신기에서  $\bar{\mathbf{x}}_k^b$ 는  $N$ 의 길이를 가진  $b$ 번째 하위 블록의 신호에 대한 벡터이다.

$$\bar{\mathbf{x}}_k^b = [x_k[(b-1)\bar{N}+1], \dots, x_k[(b-1)\bar{N}+N]]^T \quad (3)$$

여기서,  $b$ 에 대해서  $b \in \{1, 2, \dots, B\}$ 이다.  $\bar{\mathbf{x}}_k^b$ 는  $\bar{\mathbf{x}}_k^b = \sum_{j=1}^{L_{k,k}-L_I} \mathbf{f}_j \mathbf{s}_{k,j}^b$ 와 같이 나타낸다.  $\mathbf{f}_j$ 의 경우, 순환 행렬  $\mathbf{C} = \mathbf{F} \mathbf{A} \mathbf{F}^H$ 의  $\mathbf{F} = [\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_n] \in \mathbb{C}^{n \times n}$ 에서  $j$ 번째 열에 있는 고유벡터를 의미한다. 이 고유벡터는

$$\mathbf{f}_j = \frac{1}{\sqrt{n}} [1, \omega_j, \omega_j^2, \dots, \omega_j^{n-1}]^T \quad (4)$$

로 나타내고  $\omega_j^n = \exp\frac{2\pi jm}{n}$ 이다.  $L_I - 1$  길이를 가진 cyclic prefix를 추가함으로써  $\bar{N}$ 의 길이를 가진  $b$ 번째 하위 블록의 전송 신호를 다음처럼 구성한다.

$$\mathbf{x}_k^b = \left[ \bar{\mathbf{x}}_k^{b,\text{CP}}, \bar{\mathbf{x}}_k^b \right]^T \quad (5)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_k^{b,\text{CP}} = [x_k[(b-1)\bar{N} + N - L_1 + 2], \dots, x_k[(b-1)\bar{N} + N]]^T \quad (6)$$

또한, 블록 간의 간섭을 막기 위해서  $L_D - 1$ 의 길이를 가진 0을 추가로 붙여 전송 블록을 형성한다.

$$\mathbf{x}_k = \left[ (\mathbf{x}_k^1)^T, (\mathbf{x}_k^2)^T, \dots, (\mathbf{x}_k^B)^T, 0, \dots, 0 \right]^T \quad (7)$$

cyclic prefix를 버리고 나서  $b$ 번째 하위 블록의 송수신 실효 신호에 대한 관계를

$$\bar{\mathbf{y}}_k^b = \bar{\mathbf{H}}_{k,k}^b \mathbf{F}_{S_k} \mathbf{s}_k^b + \sum_{i \neq k}^K \bar{\mathbf{H}}_{k,i}^b \mathbf{F}_{S_k} \mathbf{s}_k^b + \bar{\mathbf{z}}_k^b \quad (8)$$

이라고 나타낸다. Precoding 벡터들의 집합은  $\mathbf{F}_{S_k} = [\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_{L_{k,k} - L_1}]$ 이다.  $n$ 번째 시간에서 수신기  $k$ 의 신호는  $\bar{\mathbf{y}}_k^b = [y_k[(b-1)\bar{N} + L_1], \dots, y_k[(b-1)\bar{N} + N]]^T$ 로 표현하고  $n$ 번째 시간에서 수신기  $k$ 의 잡음은  $\bar{\mathbf{z}}_k^b = [z_k[(b-1)\bar{N} + L_1], \dots, z_k[(b-1)\bar{N} + N]]^T$ 로 나타낸다. 송신 신호는  $\mathbf{s}_k^b = [s_{k,1}^b, \dots, s_{k,L_D - L_1}^b]^T$ 의 벡터로 나타낸다.

IF-OFDM은 수신 신호 중 간섭 신호들의 실효 채널이 모두 순환행렬을 형성한다. 간섭 신호들을 제거하기 위해 precoding 벡터들이 사용하지 않은 순환행렬의 나머지 고유벡터들을 이용하여 combining 벡터들을 구성한다.

$$\mathbf{F}_{S_k^c} = [\mathbf{f}_{L_D - L_1 + 1}, \mathbf{f}_{L_D - L_1 + 2}, \dots, \mathbf{f}_{L_{k,k} + L_D - 2L_1}] \quad (9)$$

해당 combining 벡터들은 간섭 신호들이 이루는 subspace에 직교하기 때문에 다음과 같이 간섭을 처리할 수 있다.

$$\mathbf{F}_{S_k^c}^H \sum_{i \neq k}^K \bar{\mathbf{H}}_{k,i}^b \mathbf{F}_{S_k} \mathbf{s}_k^b = 0 \quad (10)$$

$$\bar{\mathbf{y}}_k^b = \mathbf{F}_{S_k^c}^H \bar{\mathbf{H}}_{k,k}^b \mathbf{F}_{S_k} \mathbf{s}_k^b + \bar{\mathbf{z}}_k^b \quad (11)$$

여기서,  $\text{rank}(\mathbf{F}_{S_k^c}^H \bar{\mathbf{H}}_{k,k}^b \mathbf{F}_{S_k}) = L_{k,k} - L_1$ 이다<sup>4)</sup>. 블록의 개수가 매우 클 때 고려하여 논문<sup>4)</sup>에서는 다음과 같이

$$d_{\Sigma}^{\text{IC}} = \max \left\{ \sum_{k \in K} \frac{L_{k,k} - L_1}{N + L_1 - 1}, 1 \right\} \quad (12)$$

을 얻어내었다. 따라서, IF-OFDM을 통해 송신기에서 이용 가능한 채널 정보 없이 수신기가 서빙 링크의 채널 정보만을 이용하여 사용자 간 간섭들을 효과적으로 관리할 수 있고 DoF는 사용자가 증가할 때 선형적으로 증가함을 볼 수 있다.

#### IV. 제안하는 합-전송률 최대화 기법

이 장에서는 지금까지 DoF 관점에서 설계한 IF-OFDM의 combining matrix  $\mathbf{V}_k$ 를 최적화하여 합-전송률을 최대화한다. 먼저, 위의 수신된 신호를 delay-time 측면에서 space-time 측면으로 바꾸어 생각할 수 있다. 또한, space-time coding의 구조에 대한 전송률은 MIMO 채널의 전송률로 바꾸어 볼 수 있다. 그러므로, combining matrix를 거친 수신 신호에 대한 전송률은 식 (13)과 같이 나타낸다.  $\mathbf{V}_k$ 을 최적화하는 전송률 최대화 문제는 다음과 같다.

$$\max \log_2 \det(\mathbf{I} + \mathbf{V}_k^H \mathbf{A} \mathbf{V}_k (\mathbf{V}_k^H \mathbf{C} \mathbf{V}_k)^{-1}) \quad (14)$$

$\mathbf{A} = \bar{\mathbf{H}}_{k,k}^b \mathbf{F}_{S_k} \mathbf{F}_{S_k}^H \bar{\mathbf{H}}_{k,k}^{b,H}$ 와  $\mathbf{C} = \mathbf{I} + \sum_{i \neq k}^K \bar{\mathbf{H}}_{k,i}^b \mathbf{F}_{S_k} \mathbf{F}_{S_k}^H \bar{\mathbf{H}}_{k,i}^{b,H}$ 을 도입하여 간략화한다. 그다음 최적화 문제에 대한 목적함수를 바꾸어서 일반적인 레일리 몫으로 표현한다.

$$\det(\mathbf{V}_k^H \mathbf{C} \mathbf{V}_k (\mathbf{V}_k^H \mathbf{C} \mathbf{V}_k)^{-1} + \mathbf{V}_k^H \mathbf{A} \mathbf{V}_k (\mathbf{V}_k^H \mathbf{C} \mathbf{V}_k)^{-1}) \quad (15)$$

$$\max \frac{\det(\mathbf{V}_k^H (\mathbf{C} + \mathbf{A}) \mathbf{V}_k)}{\det(\mathbf{V}_k^H \mathbf{C} \mathbf{V}_k)} \quad (16)$$

이후에 분모 부분에서 아래와 같이 SVD를 적용한다.

$$\mathbf{C}^{1/2} \mathbf{V}_k = \mathbf{F} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{G}^H, \quad \mathbf{F} \in \mathbb{C}^{N \times d}, \boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{C}^{d \times d}, \mathbf{G} \in \mathbb{C}^{d \times d} \quad (17)$$

행렬식의 성질을 통해 SVD가 적용된 (16) 식은  $\det(\mathbf{F}^H \mathbf{C}^{(-1/2)} \mathbf{D} \mathbf{C}^{(-1/2)} \mathbf{F})$ 로 구해진다. 여기서,  $\mathbf{D} = \mathbf{C} + \mathbf{A}$ 이다.  $\mathbf{M} = \mathbf{C}^{-1/2} \mathbf{D} \mathbf{C}^{-1/2}$ 에 대한 고유값 분해로

$$R_k = \log_2 \det \left( \mathbf{I} + \mathbf{V}_k^H \bar{\mathbf{H}}_{k,k}^b \mathbf{F}_{S_k} \mathbf{F}_{S_k}^H \bar{\mathbf{H}}_{k,k}^{b,H} \mathbf{V}_k \left( \mathbf{I} + \sum_{i \neq k}^K \mathbf{V}_k^H \bar{\mathbf{H}}_{k,i}^b \mathbf{F}_{S_k} \mathbf{F}_{S_k}^H \bar{\mathbf{H}}_{k,i}^{b,H} \mathbf{V}_k \right)^{-1} \right) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{F}^H \mathbf{C}^{-1/2} \mathbf{D} \mathbf{C}^{-1/2} \mathbf{F}) &= \det(\mathbf{F}^H \mathbf{M} \mathbf{F}) \\ &= \det(\mathbf{F}^H \mathbf{S} \mathbf{A} \mathbf{S}^H \mathbf{F}) = \det(\bar{\mathbf{F}}^H \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{F}}) \end{aligned} \quad (18)$$

와 같이 목적함수를 정리할 수 있다. 이때,  $\mathbf{M} = \mathbf{S} \mathbf{A} \mathbf{S}^H$  이다.

$$\bar{\mathbf{F}}^H \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{F}} = [\bar{\mathbf{F}}_d^H \bar{\mathbf{F}}_{N-d}^H] \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{F}}_d \\ \bar{\mathbf{F}}_{N-d} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{F}}_d^H \mathbf{A}_d \bar{\mathbf{F}}_d$$

을 이용

하여 해당 PSD(Positive semi-definite)의 행렬식에 대해  $\det(\bar{\mathbf{F}}^H \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{F}}) = \det(\bar{\mathbf{F}}_d^H) \det(\mathbf{A}_d) \det(\bar{\mathbf{F}}_d) \leq \det(\mathbf{A}_d)$ 의 관계를 유도한다. 이때, 등식이 성립하는 경우는 단순하게  $\bar{\mathbf{F}}_{d \times d} = \mathbf{I}_{d \times d}$ 을 선택한다.  $\mathbf{F}^*$ 는  $\mathbf{M} = \mathbf{C}^{-1/2} \mathbf{D} \mathbf{C}^{-1/2}$ 의  $\mathbf{S}$ 와 같을 때 최적해다.  $\mathbf{V}_k$ 는  $\mathbf{G}$ 와  $\mathbf{\Sigma}$ 에 독립적이기 때문에 단위행렬로 설정하면 오직  $\mathbf{F}^*$ 에 따라 결정되므로  $\mathbf{F}^*$ 와 같은 해를 가질 때 전송률을 최대화할 수 있다. 각각의 combining matrix는 독립적으로 최적화할 수 있으므로 위와 같은 방식으로 최적화 변수들을 구해내면 합-전송률을 최적화하게 된다.

### V. 모의실험 결과

기존 IF-OFDM과 합-전송률 최적화 IF-OFDM의 성능을 비교하기 위해 모의실험을 시행한다. 실험 환경은 간섭 링크의 채널 탭 수는 4개, 서빙 링크의 채널 탭 수는 14개인 상황에서 사용자의 수가 3명, 5명, 7명인 경우이다. 시뮬레이션 결과를 통해 최적화된

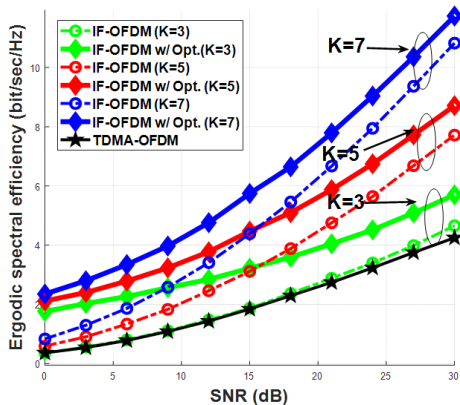


그림 1. 최적화된 IF-OFDM과 기존 기법의 평균 합-전송률 비교

Fig. 1. Comparing between the performance of IF-OFDM and that of Sum-rate optimized IF-OFDM where  $L_{k,k} = L_D = 14$  and  $L_{k,i} = L_I = 4$

IF-OFDM은 전반적인 SNR 영역 내 합-전송률 측면에서 기존 IF-OFDM과 TDMA보다 높은 성능을 보여 주고 있음을 확인할 수 있다. 또한, SNR이 점점 커질 수록 DoF 최대화에 초점을 맞춘 기존 IF-OFDM의 성능과 합-전송률 측면에서 최적화된 IF-OFDM의 성능의 차이가 줄어들음을 볼 수 있다.

### VI. 결 론

본 논문은 기존 IF-OFDM의 합-전송률을 최대화하기 위해 수신기를 설계하는 최적화된 IF-OFDM을 제안했다. 모의실험을 통해 전반적인 SNR 영역에서 최적화된 IF-OFDM의 성능 향상을 볼 수 있었다. 추후 연구로는 송신기에서 서빙 링크의 채널 정보가 이용 가능할 때 송/수신기를 동시에 최적화하여 추가적인 합-전송률 최대화 문제를 일반적으로 다루어 보는 것이다.

### References

- [1] V. R. Cadambe, et al., "Interference alignment and the degrees of freedom for the  $K$ -user interference channel," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 54, no. 8, pp. 3425-3441, Aug. 2008.
- [2] S. A. Jafar, "Blind interference alignment," *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol. 6, no. 3, pp. 216-227, Jun. 2012.
- [3] M. Yang, et al., "Dual-mode transmission strategy for blind interference alignment scheme in MISO broadcast channels," *J. KICS*, vol. 38A, no. 12, pp. 1102-1109, Dec. 2013.
- [4] B. Lee, et al., "Blind interference alignment with ISI: A new look at OFDM for  $K$ -User interference channels," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 68, pp. 4497-4512, Jun. 2020.