논문 22-47-05-03 The Journal of Korean Institute of Communications and Information Sciences '22-05 Vol.47 No.05
https://doi.org/10.7840/kics.2022.47.5.721

켤레 대칭을 이용한 비회전 신호에 대한 WL-MVDR 기반 효과적인 빔포밍

최 양 호•

WL-MVDR Based Effective Beamforming for Noncircular Signals Using Conjugate Symmetry

Yang-Ho Choi•

요 약

원하는 신호의 도래 방향이 알려졌을 때, MVDR(minimum variance distortionless response) 빔포밍(beamforming) 방식은 이 방향으로 빔 이득을 1로 하면서 출력 전력이 최소가 되도록 가중벡터(weight vector)를 구한다. 센서 어레이에 도래하는 신호가 비회전(noncircular)이면, WL(widely linear) 방식을 이용하여 성능 개선을 도모할 수 있다. WL 방식에서는 확장수신벡터로 부터 어레이 출력을 얻는다. 확장수신벡터는 수신 벡터에 이의 복소 켤레(complex conjugate) 벡터를 연결해서 구성되며 켤레 대칭성을 가진다. 엄격한 비회전(strictly noncircular) 신호가 도래할 때, 본 논문에서는 WL-MVDR에 기초한 효과적인 빔포밍 방식을 제안한다. 제안방식에서는 켤레 대칭성을 이용하여 샘플 행렬(sample matrix)을 실수 행렬로 변환하여 효율적으로 고유분해 하고, NC-MUSIC(noncircular multiple signal classification)을 통해 도래각, 비회전 계수의 위상을 추정한다. 시뮬레이션 결과는 제안 방식이 기존 방식보다 우수한 SINR(signal-to-interference-plus-noise ratio) 성능을 나타내며, 또한 빔 포인팅 오류(beam pointing error)에 강인함을 보인다.

Key Words : MVDR, Noncircular Signals, Widely Linear, Conjugate Symmetry, Robust Beamforming

ABSTRACT

When the arrival angle of the desired signal is known the MVDR (minimum variance distortionless response) beamforming method finds the weigh vector to minimize the array output power under the constraint of the unit beam gain in the arrival direction. If the signals incident into a sensor array are noncircular the performance can be improved by employing a WL (widely linear) scheme, in which the array output is obtained from an extended vector formed by concatenating the received vector and its complex conjugate version. The extended vector is of conjugate symmetry. This paper presents a WL-MVDR based effective beamforming method when the incoming signals are strictly noncircular. The sample matrix for the extended received vector can be transformed into a real matrix with the use of the conjugate symmetry, which allows us to efficiently obtain the eigen-decomposition of it. The arrival angles of the incident signals and the phases of the noncircularity coefficients are estimated by NC-MUSIC (noncircular multiple signal classification). Simulation results demonstrate that the proposed method has superior SINR (signal-to-interference-plus-noise ratio) performance than existing ones, showing the robustness against the beam pointing error.

• First Author : Kangwon National University, Dept. of Electrical and Electronic Engineering, yhochoi@kangwon.ac.kr, 종신회원
논문번호 : 202112-330-A-RN, Received December 7, 2021; Revised February 4, 2022; Accepted February 23, 2022

Ⅰ. 서 론

적응 어레이(adaptive array)는 간섭신호와 잡음을 억압하면서 원하는 신호(desired signal)의 수신을 최적화할 수 있다. 이를 위해, 원하는 신호에 대한 정보가 필요하다. 원하는 신호의 도래각이 알려진 경우, MVDR(minimum variance distortionless response) 빔포밍(beamforming) 방식은 원하는 신호의 조향벡터(steering vector)를 이용하여 빔 이득을 1로 하면서 어레이 출력 전력이 최소가 되도록 가중벡터(weight vector)를 조정한다[1]. 이 방식은 출력 SINR(signal-to-interference-plus-noise ratio)을 최대로 할 수 있다.

BPSK(binary phase shift keying) 또는 UQPSK (unbalanced quadrature phase shift keying)처럼 신호의 복소 포락선(complex envelope)의 제곱의 평균이 0이 아니면 비회전성을 가진다. 어레이에 도래하는 신호가 비회전(noncircular)인 경우, 비회전성을 이용하여 성능 개선을 이룰 수 있다[2-4]. 이를 위해, 실제 센서 어레이로 부터 얻은 수신벡터에 이의 켤레 복소(complex conjugate) 벡터를 연결한 확장수신벡터로부터 출력을 구하는 WL(widely linear)[4-9] 방식을 채용한다. 비회전성을 이용하여 충분한 성능개선을 이루기위해선 원하는 신호에 대한 확장조향벡터가 필요하고, 확장조향벡터는 알려지지 않은 비회전 계수를 포함하고 있다.

이들 WL-MVDR 방식에서는 간섭 출력전력은 원하는 신호의 출력전력에 비해 매우 작다는 가정아래, 어레이 출력 최대화에 기초하거나[5-9] 원하는 신호의 조향벡터는 간섭신호의 조향벡터들과 거의 직교한다고 가정하여[9] 비회전 계수를 추정한다. 따라서 간섭신호가 어레이의 주엽(main lobe)으로 입사하면 비회전 계수 추정에서 큰 오차가 발생하여 심각한 성능저하를 초래할 수 있다. 비회전 계수는 일반적으로 크기가 1 이하인 복소수인 데, BPSK처럼 신호가 엄격하게 비회전(strictly noncircular)이면 그 크기는 1인 값을 가진다.

확장수신벡터는 그 생성하는 방법자체로 켤레 대칭성을 가진다. 이의 성질로 unitary 행렬을 이용하여 확장수신벡터를 실수 벡터로 변환할 수 있다. 비회전성을 이용한 빔포밍에서 확장수신벡터에 대한 샘플행렬(sample matrix)의 역행렬을 구하거나 고유분해가 필요한 데, 기존의 방식에서는 켤레 대칭성을 이용함이 없이 직접 복소 행렬을 다룸에 따라 그 계산이 복잡해진다. 본 논문에서는 엄격한 비회전 신호가 있을 때, 켤레 대칭성을 이용하여 효과적인 WL-MVDR 방식을 제안한다. 엄격한 비회전인 경우, 비회전 계수의 위상을 구하는 것이 필요한 데, NC-MUSIC(noncircular multiple signal classification)[10,11]에 의거하여 이를 구한다. 확장신호벡터에 대한 공분산 행렬(covariance matrix)의 잡음 고유벡터를 기저(basis)로 하는 잡음공간이 도래하는 신호의 확장조향벡터와 직교함을 이용한다. 샘플행렬의 고유분해는 켤레 대칭성을 이용하여 실수 행렬의 고유분해로부터 쉽게 얻을 수 있다.

공분산 행렬을 이용하고 원하는 신호의 도래각에서 오류가 없다면, 제안 방식은 비회전 계수의 위상을 정확히 알아내고 최대 SINR 성능을 보인다. 도래각 오류가 있는 경우, 어레이 출력 최대화에 기초한 기존의 WL-MVDR 방식에서는 심하게 성능이 저하될 수 있다. MUSIC 자체가 도래각 추정을 위해 개발된 방법으로 제안 방식에서는 비회전 계수의 위상뿐만 아니라 도래각도 추정할 수 있고, 포인팅 오류(pointing error)에 강인한 특성을 나타낸다.

논문을 통해 사용하는 기호, 표기들은 다음과 같다. 위 첨자 T, $*$, H는 각각 전치(transpose), 켤레복소, 켤레복소전치 연산, $E[.]$는 기대치 연산을 의미한다. Re, Im은 복소수의 실수부, 허수부를 나타낸다. 행렬, 벡터는 각각 대문자, 소문자 굵은체로 나타내고, $\mathbf{I}$는 적절한 크기의 단위행렬이다. M개의 행을 가지는 행렬 $\mathbf{V}$에 이의 복소 행렬을 연결한 확장행렬을 $\mathbf{V}'$으로 표현한다. 즉,

$$\mathbf{V}' = \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{V}^* \end{bmatrix} \tag{1}$$

M개의 요소를 가지는 벡터에 대해서도 (1)과 같은 표기법을 사용한다. $2M$개의 행을 가지는 행렬 $\mathbf{V}$에서 처음 M행을 $\mathbf{V}_1$, 나머지 M행을 $\mathbf{V}_2$로 표시한다. 즉,

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} \tag{2}$$

이다.

Ⅱ. 데이터 모델링

M개의 센서로 구성된 선형 어레이에 원하는 신호와 η_0개의 간섭신호가 도래한다. 도래하는 전체신호의 수는 $\eta = \eta_0 + 1$이다. 도래각 θ에 대한 조향벡터를 $\mathbf{a}(\theta)$로 나타낸다. 원하는 신호의 복소 포락선과 도래

각은 $s_0(t)$, θ_0, i번째 간섭신호의 복소 포락선과 도래각은 $s_i(t)$, θ_i이다. 전체 도래각 집합은

$$\boldsymbol{\theta} = \{\theta_0, \theta_1, \cdots, \theta_{\eta_0}\} \tag{3}$$

이고, Mxη 조향벡터 행렬은

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}) = [\boldsymbol{a}(\theta_0), \boldsymbol{a}(\theta_1), \cdots, \boldsymbol{a}(\theta_{\eta_0})] \tag{4}$$

와 같다. 어레이에 수신된 신호는

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{n}(t) \tag{5}$$

와 같이 쓸 수 있고, $\boldsymbol{n}(t)$는 잡음벡터, $\boldsymbol{s}(t)$는 수신신호의 복소 포락선벡터으로

$$\boldsymbol{s}(t) = [s_0(t), s_1(t), \cdots, s_{\eta_0}(t)]^T \tag{6}$$

이다.

도래하는 신호는 엄격한 비회전 신호로 초기 위상은

$$\boldsymbol{\phi} = [\phi_0, \phi_1, \cdots, \phi_{\eta_0}] \tag{7}$$

이다. 이때 $\boldsymbol{s}(t)$는

$$\boldsymbol{s}(t) = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{\xi}(t) \tag{8}$$

와 같이 표현할 수 있고

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\phi}) = \mathrm{diag}[e^{j\phi_0}, e^{j\phi_1}, \cdots, e^{j\phi_{\eta_0}}] \tag{9}$$

$$\boldsymbol{\xi}(t) = [\xi_0(t), \xi_1(t), \cdots, \xi_{\eta_0}(t)]^T \tag{10}$$

이다. $\boldsymbol{\xi}(t)$는 실수 벡터이다.

잡음은 가우시안 랜덤 프로세스로 센서 간에 서로 상관되어 있지 않다.

$$E[\boldsymbol{n}(t)\boldsymbol{n}^H(t)] = \sigma^2\boldsymbol{I} \tag{11}$$

여기서 σ^2은 잡음전력이다. $\boldsymbol{x}(t)$에 대한 공분산 행렬은

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_x &= E[\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^H(t)] \\ &= \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{R}_\xi\boldsymbol{B}^H(\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{A}^H(\boldsymbol{\theta}) + \sigma^2\boldsymbol{I}\end{aligned} \tag{12}$$

와 같이 주어지고, $\boldsymbol{R}_\xi = E[\boldsymbol{\xi}(t)\boldsymbol{\xi}^H(t)]$이다. $\boldsymbol{R}_s$를 $\boldsymbol{R}_s = E[\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}^H(t)]$와 같이 정의한다. 도래하는 신호들은 서로 상관되어 있지 않고, 따라서 $\boldsymbol{R}_s = \boldsymbol{R}_\xi$이고 $\boldsymbol{R}_\xi$는 대각행렬로 주어진다.

$$\boldsymbol{R}_\xi = \mathrm{diag}[p_0, p_1, \cdots, p_{\eta_0}] \tag{13}$$

p_0는 원하는 신호의 전력, p_i는 i번째 간섭신호의 전력을 나타낸다. $\boldsymbol{s}(t)$의 각 요소는 비회전으로 $\boldsymbol{C}_s = E[\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}^T(t)]$은 영(zero) 행렬이 아니고, 관계행렬(relation matrix)[12] $\boldsymbol{C}_x = E[\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^T(t)]$는

$$\boldsymbol{C}_x = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{C}_s\boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{\theta}) \tag{14}$$

와 같이 주어진다.

Ⅲ. WL-MVDR

WL 방식에서는 확장수신벡터 $\boldsymbol{x}'(t)$를 이용하여 어레이 출력을 얻는다. 식 (5), (8), (9)로부터

$$\boldsymbol{x}'(t) = \begin{bmatrix}\boldsymbol{x}(t) \\ \boldsymbol{x}^*(t)\end{bmatrix} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{\xi}(t) + \boldsymbol{n}'(t) \tag{15}$$

와 같이 쓸 수 있고

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\phi}) = [\boldsymbol{c}(\theta_0,\phi_0), \boldsymbol{c}(\theta_1,\phi_1), \cdots, \boldsymbol{c}(\theta_{\eta_0},\phi_{\eta_0})] \tag{16a}$$

$$\boldsymbol{c}(\theta,\phi) = \begin{bmatrix} e^{j\phi}\boldsymbol{a}(\theta) \\ e^{-j\phi}\boldsymbol{a}^*(\theta)\end{bmatrix} \tag{16b}$$

이다. 어레이 출력신호 $z(t)$는

$$z(t) = \boldsymbol{w}^H\boldsymbol{x}'(t) \tag{17}$$

이고, $\boldsymbol{w} = [w_1, \cdots, w_{2M}]^T$는 가중벡터이다. 어레이 출력전력 p_{out}은

$$\begin{aligned}p_{out} &= E[z(t)z^*(t)] \\ &= \boldsymbol{w}^H\boldsymbol{R}_{x'}\boldsymbol{w}\end{aligned} \tag{18}$$

와 같이 주어지고 $\boldsymbol{R}_{x'}$는 $\boldsymbol{x}'(t)$에 대한 공분산 행렬이다. 비회전 신호에 대한 확장조향벡터 $\boldsymbol{c}(\theta_k,\phi_k)$를 $\boldsymbol{c}_k$

로 간략히 표시한다. WL-MVDR에서는 원하는 신호 방향에 대한 빔 크기를 단위이득으로 제한하면서 출력전력 p_{out}이 최소가 되도록 가중벡터를 설정한다.

$$\min_{\boldsymbol{w}} \boldsymbol{w}^H \boldsymbol{R}_{x'} \boldsymbol{w} \tag{19a}$$

$$\boldsymbol{w}^H \boldsymbol{c}_0 = 1 \tag{19b}$$

식 (19)의 최소화 문제의 해를 구하면

$$\boldsymbol{w}_o = \mu \boldsymbol{R}_{x'}^{-1} \boldsymbol{c}_0 \tag{20}$$

와 같고, 상수 μ는 (19b)에 따라

$$\mu = \frac{1}{\boldsymbol{c}_0^H \boldsymbol{R}_{x'}^{-1} \boldsymbol{c}_0} \tag{21}$$

로 주어진다. 원하는 신호는 간섭신호와 상관되어 있지 않고, 단위이득 제한아래 출력전력을 최소로 하는 (19)의 최적 가중벡터는 SINR을 최대로 한다. 식 (20)과 상수 배만큼 다른 가중벡터를 사용해도 SINR은 동일하다. 식 (20)을 (18)에 대입하면 MVDR 최적가중벡터로 가중할 때의 출력전력은 (22)처럼 주어진다.

$$p_{out}(\boldsymbol{c}) = \frac{1}{\boldsymbol{c}^H \boldsymbol{R}_{x'}^{-1} \boldsymbol{c}} \tag{22}$$

여기서 $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{c}_0$이고, 나중 사용을 위해 출력전력을 $\boldsymbol{c}$의 함수로 나타내었다.

간섭신호가 없는 경우를 생각하자. 이 경우,

$$\boldsymbol{R}_{x'} = p_0 \boldsymbol{c}_0 \boldsymbol{c}_0^H + \sigma^2 \boldsymbol{I} \tag{23}$$

이다. (23)의 역행렬을 (22)에 대입하면

$$p_{out}(\boldsymbol{c}_0) = \frac{\sigma^2 (1 + \zeta_0 \boldsymbol{c}_0^H \boldsymbol{c}_0)}{\boldsymbol{c}_0^H \boldsymbol{c}_0} \tag{24}$$

이고, ζ_0는 입력 SNR(signal-to-noise ratio)로 $\zeta_0 = p_0/\sigma^2$이다. $\zeta_0 \gg 1$이면

$$p_{out}(\boldsymbol{c}_0) \simeq p_0 \tag{25}$$

으로 원하는 신호의 입력전력으로 근사된다.

Ⅳ. 빔포밍 기법

Hermitian 행렬 $\boldsymbol{R}_{x'}$를 다음과 같이 고유분해할 수 있다.

$$\boldsymbol{R}_{x'} = \sum_{m=1}^{M} \lambda_m \boldsymbol{e}_m \boldsymbol{e}_m^H = \boldsymbol{E} \boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{E}^H \tag{26a}$$

λ_m은 고유치, 대응하는 고유벡터는 $\boldsymbol{e}_m$이다. 고유치는 내림차순으로 정렬되어 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_{2M}$이고, $\boldsymbol{\Lambda}$은 고유치를 대각 요소로 가지는 대각행렬, $\boldsymbol{E}$는 고유벡터행렬이다. $\boldsymbol{R}_{x'}$의 최소 고유치는 σ^2이고 $2M-\eta$개의 고유치가 σ^2의 값을 가진다. 이에 따라

$$\boldsymbol{R}_{x'} = \boldsymbol{E}_s \boldsymbol{\Lambda}_s \boldsymbol{E}_s^H + \sigma^2 \boldsymbol{E}_n \boldsymbol{E}_n \tag{26b}$$

와 같이 나타낼 수 있고, $\boldsymbol{\Lambda}_s$은 $\eta \text{x} \eta$ 대각행렬로 대각 요소는 σ^2보다 큰 고유치로 구성된다. $\boldsymbol{E}_s$, $\boldsymbol{E}_n$의 열을 기저로 하는 공간을 각각 신호 공간, 잡음 공간이라 부른다. 두 공간은 서로 직교한다. 따라서

$$\boldsymbol{E}_n^H \boldsymbol{c}_k = \boldsymbol{0}, \ k = 0, 1, \cdots, \eta_0 \tag{27}$$

이 직교성에 의거해서 비회전 신호의 초기 위상과 도래각을 추정할 수 있다.

4.1 켤레 대칭성 이용 및 파라미터 추정

실제의 경우, $\boldsymbol{R}_{x'}$는 알려져 있지 않고 데이터 샘플로부터 추정해야한다. N개의 데이터 샘플이 있다면 $\boldsymbol{R}_{x'}$를

$$\hat{\boldsymbol{R}}_{x'} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{x}'(n) \boldsymbol{x}'^H(n) \tag{28}$$

과 같이 추정할 수 있다. 켤레 대칭성을 갖는 $2M \text{x} 1$ 벡터는 아래 식 (29)와 같이 정의되는 $2M \text{x} 2M$ unitary 행렬 $\boldsymbol{\Pi}$를 이용해서 실수벡터로 변환할 수 있다.

$$\boldsymbol{\Pi} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & j\boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{I} & -j\boldsymbol{I} \end{bmatrix} \tag{29}$$

$\boldsymbol{x}'(t)$에 $\boldsymbol{\Pi}$의 켤레전치를 곱하면

$$\boldsymbol{y}(t) \equiv \boldsymbol{\Pi}^H \boldsymbol{x}'(t) = \sqrt{2}\begin{bmatrix}\mathrm{Re}\,\boldsymbol{x}(t) \\ \mathrm{Im}\,\boldsymbol{x}(t)\end{bmatrix} \tag{30}$$

와 같고 $\boldsymbol{x}'(t)$는 실수벡터 $\boldsymbol{y}(t)$로 변환된다. $\boldsymbol{y}(t)$에 대한 샘플행렬은

$$\hat{\boldsymbol{R}}_y = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\boldsymbol{y}(n)\boldsymbol{y}^T(n) \tag{31}$$

과 같이 주어진다.

대칭행렬 $\hat{\boldsymbol{R}}_y$를 고유분해하여

$$\hat{\boldsymbol{R}}_y = \hat{\boldsymbol{E}}_y \hat{\boldsymbol{\Lambda}}_y \hat{\boldsymbol{E}}_y^H \tag{32}$$

와 같이 나타낼 수 있다. 식 (30), (31)에 따라 $\hat{\boldsymbol{R}}_{x'}$는

$$\hat{\boldsymbol{R}}_{x'} = \boldsymbol{\Pi}\hat{\boldsymbol{R}}_y\boldsymbol{\Pi}^H \tag{33}$$

와 같고, 이들 행렬의 고유치, 고유벡터는

$$\hat{\boldsymbol{\Lambda}} = \hat{\boldsymbol{\Lambda}}_y \tag{34}$$

$$\hat{\boldsymbol{E}} = \boldsymbol{\Pi}\hat{\boldsymbol{E}}_y \tag{35}$$

의 관계를 가진다. 식 (29), (35)로부터

$$\hat{\boldsymbol{E}}_1 = \hat{\boldsymbol{E}}_2^* \tag{36}$$

임을 쉽게 보일 수 있다. $\hat{\boldsymbol{E}}_1$, $\hat{\boldsymbol{E}}_2$는 식 (2)에서 정의한 대로, $2M$개의 행을 갖는 $\hat{\boldsymbol{E}}$의 처음 M행, 나머지 M행을 나타낸다.

초기위상 ϕ_0은 사전에 알려져 있지 않다. 원하는 신호의 확장조향벡터 $\boldsymbol{c}_0$을 구하려면 ϕ_0을 알아야 한다. ϕ_0은 (27)의 직교성에 의거한 NC-MUSIC을 통해 추정할 수 있다. NC-MUSIC에서 다음 비용함수 $p(\theta,\phi)$의 최소치를 찾는다[11].

$$p(\theta,\phi) = \boldsymbol{c}^H(\theta,\phi)\hat{\boldsymbol{E}}_n\hat{\boldsymbol{E}}_n^H\boldsymbol{c}(\theta,\phi) \tag{37}$$

$\hat{\boldsymbol{E}}_n$은 추정된 잡음 고유벡터행렬이다. 식 (36)에 따라 $\hat{\boldsymbol{E}}_{n1} = \hat{\boldsymbol{E}}_{n2}^*$이다. 이 관계를 이용하여 $p(\theta,\phi)$는

$$p(\theta,\phi) = \boldsymbol{b}^H(\phi)\boldsymbol{F}(\theta)\boldsymbol{b}(\phi) \tag{38}$$

와 같이 나타낼 수 있다. $\boldsymbol{b}(\phi)$는

$$\boldsymbol{b}(\phi) = \begin{bmatrix} e^{j\phi} \\ e^{-j\phi}\end{bmatrix} \tag{39}$$

이고, 2x2 행렬 $\boldsymbol{F}(\theta)$의 각 요소는

$$F_{11}(\theta) = F_{22}(\theta) = \boldsymbol{a}^H(\theta)\hat{\boldsymbol{E}}_{n1}\hat{\boldsymbol{E}}_{n1}^H\boldsymbol{a}(\theta) \tag{40a}$$

$$F_{12}(\theta) = F_{21}^*(\theta) = \boldsymbol{a}^H(\theta)\hat{\boldsymbol{E}}_{n1}\hat{\boldsymbol{E}}_{n1}^T\boldsymbol{a}^*(\theta) \tag{40b}$$

와 같고 $F_{ij}(\theta)$는 (i,j)요소이다. 식 (40)을 (38)에 대입하면

$$p(\theta,\phi) = 2(F_{11} + \mathrm{Re}(e^{-j2\phi}F_{12})) \tag{41}$$

와 같이 계산된다.

θ를 고정했을 때 $p(\theta,\phi)$는 ϕ에 대해 주기함수로 주기는 π이다. ϕ에 대한 $p(\theta,\phi)$의 최솟값을 $p(\theta)$로 나타낸다. 식 (41)로부터 $p(\theta)$는

$$\begin{aligned} p(\theta) &= \min_{\phi} p(\theta,\phi) \\ &= 2(F_{11}(\theta) - |F_{12}(\theta)|) \end{aligned} \tag{42}$$

이고, 이때

$$\phi(\theta) = \frac{1}{2}\left(\pi + \tan^{-1}\frac{\mathrm{Im}(F_{12}(\theta))}{\mathrm{Re}(F_{12}(\theta))}\right) \tag{43}$$

이다. θ_0가 알려진 경우 ϕ_0은 $\hat{\phi}_0 = \phi(\theta_0)$과 같이 추정된다. 식 (40)을 다음처럼 다시 쓸 수 있다.

$$F_{11}(\theta) = F_{22}(\theta) = \boldsymbol{\alpha}^H(\theta)\boldsymbol{\alpha}(\theta) \tag{44a}$$

$$F_{12}(\theta) = F_{21}^*(\theta) = \boldsymbol{\alpha}^H(\theta)\boldsymbol{\alpha}^*(\theta) \tag{44b}$$

여기서 $\boldsymbol{\alpha}(\theta) = \hat{\boldsymbol{E}}_{n1}^H\boldsymbol{a}(\theta)$이다. $\hat{\boldsymbol{E}}_{n1}$은

$$\hat{E}_{n1}=\Pi_1\hat{E}_{yn}=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{E}_{y1}+j\hat{E}_{y2}) \tag{45}$$

와 같이 주어진다.

입사 신호의 도래각 θ_k도 NC-MUSIC을 적용하여 추정할 수 있다. θ_k에 대해 사전에 대략적으로 알려진, 또는 추정된 도래각이 $\hat{\theta}_{k0}$이라하자. $p(\theta)$의 역수를 $f(\theta)$로 표기한다. $\hat{\theta}_{k0}$을 중심으로 한 구역

$$I_k=[\hat{\theta}_{k0}-\Delta\theta,\ \hat{\theta}_{k0}+\Delta\theta] \tag{46}$$

에서 $f(\theta)$의 피크를 찾아 θ_k를 추정한다.

$$\hat{\theta}_k=\max_{\theta\in I_k} f(\theta) \tag{47}$$

만약 피크가 2개 이상이면 이 중 가장 큰 피크치를 갖는 θ가 θ_k의 추정치이다. 원하는 신호의 경우, 초기에 알려진 도래각이 $\hat{\theta}_{00}$이다. (47)에 따라 $\hat{\theta}_0$를 구하고 $\hat{\phi}_0$은 (43)에 $\theta=\hat{\theta}_0$를 대입하여 계산한다.

$\hat{\theta}_0$, $\hat{\phi}_0$를 구하면 $\hat{c}_0$은

$$\hat{c}_0=\begin{bmatrix} e^{j\hat{\phi}_0}a(\hat{\theta}_0) \\ e^{-j\hat{\phi}_0}a^*(\hat{\theta}_0)\end{bmatrix} \tag{48}$$

와 같이 주어진다. 식 (32), (33)으로부터 $\hat{R}_{x'}$의 역행렬은

$$\hat{R}_{x'}^{-1}=\Pi\hat{E}_y\hat{\Lambda}_y^{-1}\hat{E}_y^H\Pi^H \tag{49}$$

와 같다. 가중벡터 $w=\mu\hat{R}_{x'}^{-1}\hat{c}_0$은

$$w=\frac{\Pi\hat{E}_y\hat{\Lambda}_y^{-1}\hat{E}_y^H\hat{d}_0}{\hat{d}_0^H\hat{E}_y\hat{\Lambda}_y^{-1}\hat{E}_y^H\hat{d}_0} \tag{50}$$

과 같이 계산할 수 있고,

$$\hat{d}_0=\Pi^H\hat{c}_0=\sqrt{2}\begin{bmatrix}\mathrm{Re}(e^{j\hat{\phi}_0}a(\hat{\theta}_0)) \\ \mathrm{Im}(e^{j\hat{\phi}_0}a(\hat{\theta}_0))\end{bmatrix} \tag{51}$$

이다. 복소 행렬 $\hat{R}_{x'}$을 직접 고유분해하지 않고, 실수 행렬 $\hat{R}_y$의 고유분해를 이용함에 따라 가중벡터 계산을 간편하게 할 수 있다.

4.2 간섭 및 잡음 행렬 이용

원하는 신호 성분을 제외한 간섭 및 잡음만의 공분산 행렬을 추정하여 가중벡터를 구하면, 빔포밍 어레이가 오류에 강인하고 스냅샷(snapshot)의 개수 N에 대해 빠른 속도로 수렴할 수 있다[13]. 도래하는 신호는 상관되어 있지 않고, 간섭 및 잡음 공분산 행렬은

$$R_{i+n}=\sum_{i=1}^{\eta_0}p_ic_ic_i^H+\sigma^2I \tag{52}$$

와 같이 표현할 수 있다. 이 행렬을 구하기 위해선 θ_i, ϕ_i, p_i를 알아야한다. $\hat{\theta}_i$은 (47)에 따라 구할 수 있고, $\hat{\phi}_i$는 (43)에 $\theta=\hat{\theta}_i$를 대입하여 계산한다. 이의 계산을 위해선 θ_i에 대한 초기 추정 $\hat{\theta}_{i0}$이 필요하다. 간단히 $\hat{\theta}_{i0}$를 구하기 위해 표준 MVDR의 가중벡터 $w_s=\hat{R}_x^{-1}\hat{c}_0/\hat{c}_0^H\hat{R}_x^{-1}\hat{c}_0$를 이용할 수 있다. $\hat{R}_x$은 $x(n)$에 대한 샘플행렬로 $\hat{R}_{x'}$의 처음 M행, 처음 M열로 구성된다. $|w_s^Ha(\theta)|$의 극솟값을 가지는 θ들로부터 $\hat{\theta}_{i0}$들을 구할 수 있다.

식 (20)에서 c_0대신 c_i를 대입하여 구한 가중벡터에 따른 출력전력은 (22)에서 c_i를 대입하면 구해진다. 이때, 이 i번째 간섭신호에 의한 전력과 비교해서 원하는 신호를 포함한 다른 신호에 의한 전력은 매우 작을 것이다. 또한 다른 신호들은 이 간섭신호 방향에 대해 부엽(sidelobe)으로 입사한다면 출력전력은 (25)에서처럼 $p_{out}(c_i)\simeq p_i$와 같이 근사 시킬 수 있다. p_i를 다음과 같이 추정한다.

$$\hat{p}_i=\frac{1}{\hat{c}_i^H\hat{R}_{x'}^{-1}\hat{c}_i} \tag{53}$$

여기서 $\hat{c}_i=c(\hat{\theta}_i,\hat{\phi}_i)$이다. 추정 간섭 및 잡음 행렬 $\hat{R}_{i+n}$은

$$\hat{R}_{i+n}=\sum_{i=1}^{\eta_0}\hat{p}_i\hat{c}_i\hat{c}_i^H+\hat{\sigma}^2I \tag{54}$$

표 1. 간섭 및 잡음 행렬을 이용한 가중벡터 계산과정
Table 1. Computational procedure for the weight vector by using the estimated interference plus noise covariance matrix

계산과정	관련 식
1) $\hat{\boldsymbol{R}}_y$ 계산	(30), (31)
2) $\hat{\boldsymbol{R}}_y$ 고유분해	(32)
3) $\hat{\theta}_0$, $\hat{\phi}_0$ 구함	(47), (43)
4) $\hat{\sigma}^2$ 계산	(55)
5) $\hat{\theta}_i$, $\hat{\phi}_i$, $\hat{p}_i$ 구함 $(i=1,\cdots,\eta_0)$	(47), (43), (53)
6) $\hat{\boldsymbol{R}}_{i+n}$ 계산	(54)
7) $\boldsymbol{w}$ 계산	(56)

와 같이 계산되고, 잡음전력을

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2M-\eta} \sum_{m=\eta+1}^{2M} \hat{\lambda}_m \tag{55}$$

과 같이 추정할 수 있다. $\hat{\lambda}_m$은 $\hat{\boldsymbol{R}}_y$의 m번째 고유치이다. $\hat{\boldsymbol{R}}_{i+n}$이 구해지면 가중벡터는 다음처럼 계산한다.

$$\boldsymbol{w} = \mu \hat{\boldsymbol{R}}_{i+n}^{-1} \hat{\boldsymbol{c}}_0 \tag{56}$$

여기서 $\mu = 1/\hat{\boldsymbol{c}}_0^H \hat{\boldsymbol{R}}_{i+n}^{-1} \hat{\boldsymbol{c}}_0$이다. 간섭 및 잡음 행렬을 이용한 가중벡터를 계산하는 과정을 표 1에 요약하였다.

V. 시뮬레이션

5개의 센서로 구성된 선형 어레이에 3개의 BPSK 변조신호가 입사한다. 원하는 신호, 첫 번째 간섭 신호의 도래각은 각각 $\theta_0 = 0°$, $\theta_1 = -30°$이다. 두 간섭 신호의 전력은 같고, INR(interference-to- noise ratio)은 20 dB이다. 달리 기술하지 않으면, SNR은 10 dB, $\theta_2 = 25°$이다. 신호의 초기위상은 $\phi_0 = 40°$, $\phi_1 = 35°$, $\phi_2 = 140°$이다.

제안방식의 SINR 성능을 표준 MVDR 방식을 포함한 다른 MVDR 기반 빔포밍 방식의 성능과 함께 제시한다. 제안방식에서 가중벡터는 표 1에 따라 계산된다. $\boldsymbol{R}_y$가 알려진 경우, $\hat{\boldsymbol{R}}_y$ 대신 이를 사용한다. 참고문헌 [6], [5], [4]에서 제안된 방법을 각각 M1, M2, M3로 나타낸다. M1에서는 원하는 신호에 대한 확장 조향벡터 추정에 두 파라미터를 사용하는 데, 참고문헌 [6]에서처럼, $\hat{\boldsymbol{R}}_{x'}$의 고유벡터 선택에 사용하는 파라미터([6]에서 ϵ으로 나타냄)는 0.9, 다른 파라미터([6]에서 ζ로 나타냄)는 0.7로 하였다. M2에서는 대각로딩(diagonal loading)을 한다. 로딩 값은 $10\hat{\sigma}^2$이다. 제안방식, M1에서 원하는 신호에 대한 도래방향 범위 I_0를 설정해야 하는 데, $\Delta\theta = 5°$이다. 제안방식의 I_i $(i=1,2)$에서도 같은 값을 사용한다. 그림 1-5에서는 ULA(uniform linear array) 어레이에서의 성능을 나타낸다.

그림 1은 확장공분산 행렬 $\boldsymbol{R}_{x'}$이 알려졌고 원하는 신호의 도래각에서 오류가 없을 때, 즉 $\hat{\theta}_{00} = \theta_0$일 때, SNR에 따른 성능을 예시한다. 제안방식은 도래각 $\theta_0, \cdots, \theta_2$, 초기위상 $\phi_0, \cdots, \phi_2$를 정확히 알아낸다. 전체적으로 출력 SINR은 입력 SNR에 비례해서 증가함을 보인다. 부엽(sidelobe) 간섭에 대해 제안방식, M1, M2는 실질적으로 같은 성능을 가지며, 비회전성을 이용하지 않는 표준방식에 비해 약 3 dB 정도 우수한 성능을 보인다. M3은 원하는 신호의 비회전 계수를 추정함이 없이 비회전성을 이용하지만 그 SINR은 표준방식과 비슷하고 성능개선은 매우 미미하다.

그림 2는 포인팅 오차 $\theta_e (= \hat{\theta}_{00} - \theta_0)$에 대한 성능을 나타낸다. 제안방식과 M1은 초기에 주어진 추정값 $\hat{\theta}_{00}$에서의 오류에도 성능저하 없이 잘 동작한다. M2 방식은 대각로딩으로 M3에 비해 θ_e에 따른 성능저하는 작은 편이지만, 오류로 인해 원하는 신호도 간섭신

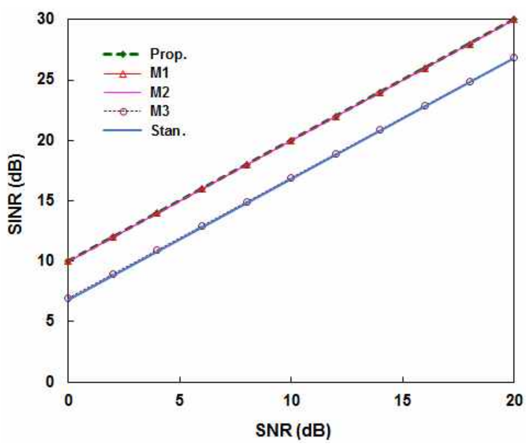

그림 1. ULA에서 $\boldsymbol{R}_{x'}$이 알려졌고 $\hat{\theta}_{00} = \theta_0$, $\theta_2 = 25°$일 때, 입력 SNR에 따른 출력 SINR
Fig. 1. Output SINR versus input SNR with $\boldsymbol{R}_{x'}$ known in ULA when $\hat{\theta}_{00} = \theta_0$ and $\theta_2 = 25°$

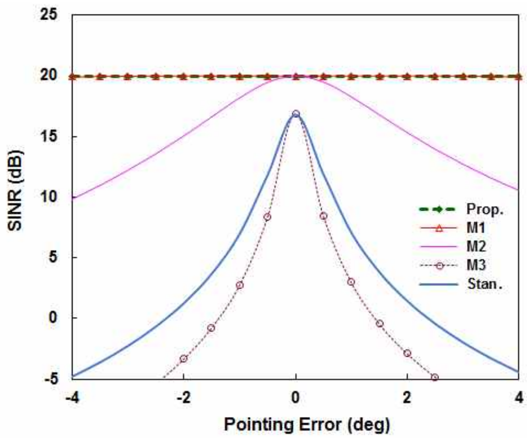

그림 2. ULA에서 $R_{x'}$이 알려졌고 $\theta_2=25^{\circ}$일 때, θ_e에 대한 출력 SINR
Fig. 2. Output SINRs as functions of θ_e with $R_{x'}$ known in ULA when $\theta_2=25^{\circ}$

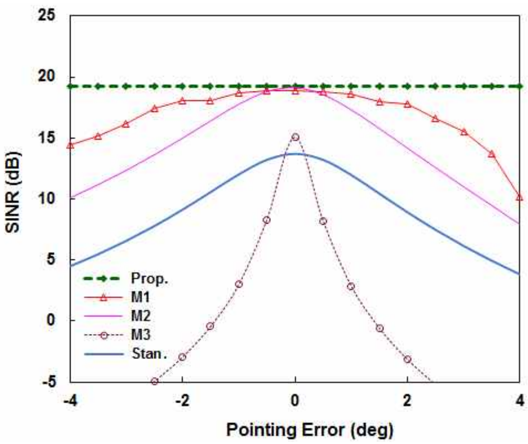

그림 3. ULA에서 $R_{x'}$이 알려졌고 $\theta_2=10^{\circ}$일 때, θ_e에 대한 출력 SINR
Fig. 3. Output SINRs as functions of θ_e with $R_{x'}$ known in ULA when $\theta_2=10^{\circ}$

호로 간주되어 θ_e가 커짐에 따라 SINR이 크게 감소한다.

그림 2에선 $\theta_2=25^{\circ}$인데, 그림 3에선 $\theta_2=10^{\circ}$로 두 번째 간섭신호는 quiescent 패턴의 주엽(mainlobe)으로 입사하고, 이외 시뮬레이션 조건은 그림 2와 동일하다. 이 경우, 제안방식은 부엽 간섭인 경우와 비교하여 SINR은 약 0.7 dB 정도 작은 차이를 나타내나, 포인팅 오류에 따른 성능저하를 거의 보이지 않는다. 반면에 M1은 θ_e가 커짐에 따라 SINR이 감소하는 경향을 나타내며, $\theta_e=4^{\circ}$일 때, 약 7.8 dB 감소한다. $\theta_e=0$이면, M3은 표준방식보다 큰 SINR을 나타내지만 포인팅 오류에 심하게 성능이 저하된다.

그림 4, 5는, $\theta_e=-1^{\circ}$일 때, 스냅샷 개수 N에 따른 성능을 예시한다. 100번의 독립적인 모의실험을 실행하고 SINR의 평균값을 구하였다. 그림 3에선 $\theta_2=25^{\circ}$, 그림 4에선 $\theta_2=10^{\circ}$이다. 제안방식, M1에서는 간섭과 잡음에 대한 공분산 행렬을 추정하여 가중벡터를 구함에 따라, 원하는 신호의 영향을 크게 줄이면서 두 방식 모두 빠른 속도로 수렴하나, 제안 방식이 보다 우수한 성능을 나타낸다. 그림 4, 5를 비교하면 M1은 주엽 간섭에 대해 수렴 속도가 상당히 저

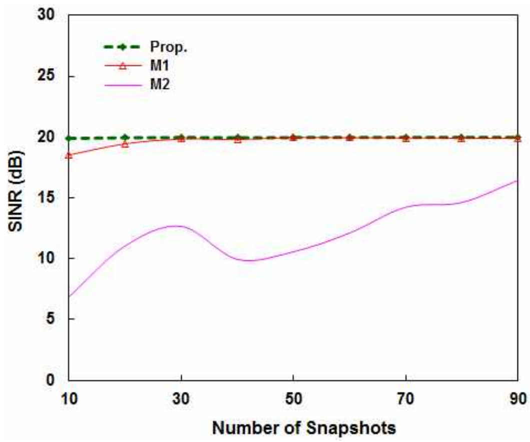

그림 4. ULA에서 $\theta_2=25^{\circ}$, $\theta_e=-1^{\circ}$일 때, N에 대한 출력 SINR
Fig. 4. Output SINRs as functions of N in ULA when $\theta_2=25^{\circ}$ and $\theta_e=-1^{\circ}$

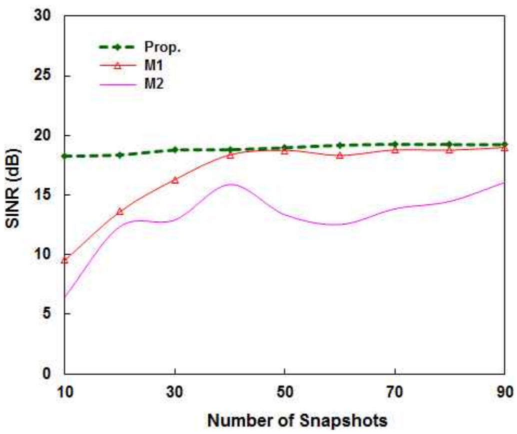

그림 5. ULA에서 $\theta_2=10^{\circ}$, $\theta_e=-1^{\circ}$일 때, N에 대한 출력 SNR
Fig. 5. Output SINRs as functions of N in ULA when $\theta_2=10^{\circ}$ and $\theta_e=-1^{\circ}$

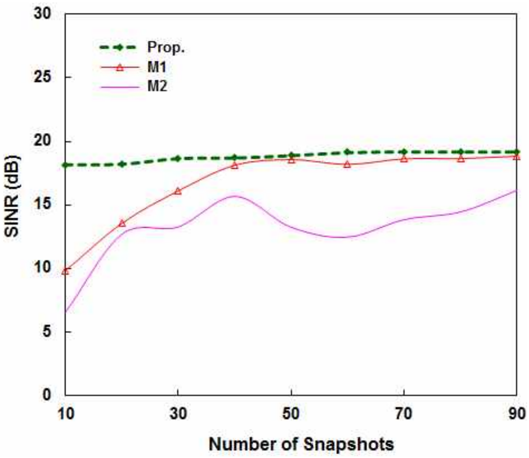

그림 6. NLA에서 $\theta_2=10^{\circ}$, $\theta_e=-1^{\circ}$일 때, N에 대한 출력 SNR
Fig. 6. Output SINRs as functions of N in NLA when $\theta_2=10^{\circ}$ and $\theta_e=-1^{\circ}$

하되지만 제안방식은 그 영향이 매우 작음을 보인다.

그림 6은 비균일 선형 어레이(nonuniform linear array)에서의 성능을 제시한다. $d_1=0$, $d_2=0.63$, $d_3=0.96$, $d_4=1.37$, $d_5=2$이고, d_m은 첫 번째 센서와 m번째 센서 간 거리로 단위는 입사파의 파장이다. 이외 시뮬레이션 조건은 그림 5와 동일하다. 그림 6의 결과는 그림 5의 결과와 매우 유사하다. 제안방식에서 (15)와 같이 확장수신벡터가 가진 켤레 대칭성을 이용, (30)과 같이 실수벡터로 변환하여 효율적으로 고유분해하여 원하는 신호의 확장조향벡터, 간섭 및 잡음 행렬을 추정한다. 그림 6의 결과는 제안방식을 어레이 구조에 관계없이 적용할 수 있음을 확인한다.

Ⅵ. 결 론

엄격 비회전 신호가 도래할 때 WL-MVDR 기반 빔포밍 기법을 제안하였다. WL 방식에서는 신호의 비회전성을 이용하기 위해 어레이 수신벡터에 이의 복소 켤레벡터를 연결한 확장수신벡터를 이용한다. 확장수신벡터는 켤레 대칭성을 가진다. 제안방식에서는 이 대칭성을 이용하여 샘플 행렬을 실수 행렬로 변환하고, 실수 행렬의 고유분해로부터 원 행렬의 고유분해를 효과적으로 구한다. 실수 행렬로 변환은 확장수신벡터 자체가 가진 켤레 대칭성에 기인하고 ULA 어레이뿐만 아니라 NLA와 같은 임의의 어레이에도 적용할 수 있다.

엄격 비회전 신호인 경우, 비회전 계수의 위상을 구하는 것이 필요한 데, 추정된 잡음 부공간에 놓여있는 고유벡터를 이용, MUSIC 원리에 의거하여 비회전 계수의 위상을 구한다. 제안 방식은 확장수신벡터에 대한 공분산 행렬을 사용하면, $\hat{\theta}_{00} \neq \theta_0$이더라도 θ_0와 ϕ_0를 정확히 알아낼 수 있고 최적 SINR 성능을 나타낸다. 원하는 신호의 확장조향벡터 뿐만 아니라 간섭 신호의 확장조향벡터도 같은 방법으로 추정할 수 있다. 추정한 각 간섭신호의 확장조향벡터 $\hat{c}_i$ $(i=1,\ \cdots,\ \eta_0)$으로 부터 전력을 Capon 빔포밍에 기초하여 $\hat{p}_i=1/\hat{c}_i^H\hat{R}_{x'}^{-1}\hat{c}_i$과 같이 계산하고, 간섭 및 잡음 행렬을 구해 가중벡터는 $w=\mu\hat{R}_{i+n}^{-1}\hat{c}_0$과 같이 주어진다. 시뮬레이션 결과에 따르면, M1은 간섭신호가 주엽으로 입사하면 상당한 성능저하가 발생하나, 제안방식은 이러한 경우에도 매우 빠르게 정상상태로 접근하면서 잘 동작한다.

References

[1] H. L. Van Trees, *Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part IV, Optimum Array Processing*, New York: Wiley, 2002.

[2] P. Chevalier, J. P. Delmas, and A. Oukaci, “Performance analysis of the optimal widely linear MVDR beamformer,” in *Proc. Eur. Signal Process. Conf., Glasgow*, pp. 587-591, U.K., Aug. 2009.

[3] Z. Li, R. Pu, Y. Xia, W. Pei, and D. P. Mandic, “A full second-order analysis of the widely linear MVDR beamformer for noncircular Signals,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 69, pp. 4257-4268, 2021.

[4] P. Chevalier and A. Blin, “Widely linear MVDR beamformers for the reception of an unknown signal corrupted by noncircular interferences,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, no. 11, pp. 5323-5336, Nov. 2007.

[5] D. Xu, L. Huang, X. Xu, and Z. Ye, “Widely linear MVDR beamformers for noncircular signals based on time-averaged second-order noncircularity coefficient estimation,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 62, no. 7, pp. 3219-3227, Sep. 2013.

[6] Z. Meng, W. Zhou, and S. Gazor, “Robust

widely linear beamforming using estimation of extended covariance matrix and steering vector," *EURASIP J. Wireless Comm. and Net.*, vol. 2020, pp. 1-20, Oct. 2020.
[7] D. Xu, C. Gong, S. Cao, X. Xu, and Z. Ye, "Robust widely linear beamforming based on spatial spectrum of noncircularity coefficient," *Signal Process.*, vol. 104, no. 11, pp. 167-173 Nov. 2014.
[8] G. Wang, J. P. Lie, and C. S. See, "A robust approach to optimum widely linear MVDR beamformer," in *Proc. IEEE ICASSP*, pp. 2593-2596, Mar. 2012.
[9] J. Liu, W. Xie, Q. Wan, and G. Gui, "Robust widely linear beamforming via the techniques of iterative QCQP and shrinkage for steering vector estimation," *IEEE Access*, vol. 6, pp. 17143-17152 2018.
[10] H. Abeida and J. P. Delmas, "MUSIC-like estimation of direction of arrival for noncircular sources," *IEEE Trans Signal Process.* vol. 54, no. 7, pp. 2678-2690, Jul. 2006.
[11] Y.-H. Choi, "Simple direction finding of noncircular signals using the centro-Hermitian property," *Digital Signal Process.*, vol. 106, p. 102847, Nov. 2020.
[12] B. Picinbono, "Second-order complex random vectors and normal distributions," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 44, no. 10, pp. 2637-2640, Oct. 1996.
[13] Y. Gu and A. Leshem, "Robust adaptive beamforming based on interference covariance matrix reconstruction and steering vector estimation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 60, no. 7, pp. 3881-3885, Jul. 2012.

최 양 호 (Yang-Ho Choi)

1982년 2월 : 연세대학교 전자공학과 졸업
1984년 8월 : KAIST 전기 및 전자 공학과 석사
1989년 2월 : KAIST 전기 및 전자 공학과 박사
1989년~1997년 : 한국통신 연구개발본부
1997년~2002년 : 동양대학교 정보통신공학부 교수
2002년~현재 : 강원대학교 전기전자공학과 교수
<관심분야> 무선신호처리, 이동통신