DBpia

MIMO 검파를 위한 MMSE 기반의 향상된 SE SD 알고리듬

정회원 조 혜 민*, 박 순 철**, 종신회원 한 동 석**

Improved SE SD Algorithm based on MMSE for MIMO Detection

Hyemin Cho*, Soonchul Park** *Regular Members*, Dong Seog Han** *Lifelong Member*

요 약

MIMO(Multi-input Multi-output) 시스템은 안테나 개수에 비례하여 높은 데이터 전송량을 제공하지만 복호 과정에서 매우 높은 연산량을 필요로 한다. 높은 연산량을 극복하고 보다 정확한 신호추정을 위해 제안된 것이 SD(Sphere Decoding) 알고리듬이다. 본 논문에서는 기존의 SE SD 알고리듬에 MMSE(Minimum Mean Square Error)와 Euclid 거리 기준을 적용하여 연산량은 증가시키지 않으면서 검파 성능을 향상시키는 MIMO 검파 알고리듬을 제안한다.

Key Words : Sphere Decoding, Schnorr-Euchner Enumeration, MMSE, MIMO

ABSTRACT

Multi-input multi-output (MIMO) systems are used to improve the transmission rate in proportion to the number of antennas. However, their computational complexity is very high for the detection in the receiver. The sphere decoding (SD) is a detection algorithm with reduced complexity. In this paper, an improved Schnorr-Euchner SD (SE SD) is proposed based on the minimum mean square error (MMSE) and the Euclidean distance criteria without additional complexity.

Ⅰ. 서 론

MIMO(Multi Input Multi Output) 시스템은 추가적인 주파수나 송신전력의 할당 없이도 안테나 개수에 비례하여 채널 용량을 증대 시킬 수 있는 장점으로 인하여 최신 통신시스템에서 적용이 확대되고 있다. 데이터 전송시 수신된 신호의 신뢰성을 유지하도록 하기 위하여 신호의 검파는 매우 중요한 문제이다. 검파 기술은 크게 최적 방법과 준 최적 방법으로 나누어진다. 최적 검파로는 ML(Maximum Likelihood) 검파가 있다[1]. ML 검파는 최적의 성능을 제공하는 반면 계산 복잡도가 매우 높아 안테나 개수가 증가하면 실제 구현이 거의 불가능하다. 따라서 성능이 조금 떨어지더라도 계산 복잡도를 줄일 수 있는 준 최적 방법의 연구가 활발하며 이는 크게 선형과 비선형 알고리듬으로 나누어진다.

대표적 선형 알고리듬으로는 ZF(Zero Forcing), MMSE(Minimum Mean Square Error) 검파가 있으며 계산 복잡도가 낮은 대신 성능열화가 심한 단점이 있다[1]. 비선형 알고리듬으로는 OSIC(Ordered Successive Interference Cancellation)와 SD(Sphere Decoding)가 있다. OSIC 알고리듬은 각 안테나에서

※ 이 논문은 한국연구재단의 일반연구자지원사업(2009-0074741)과 한국건설교통기술평가원의 교통체계 효율화 사업 "u-Transportation 기반기술 개발" 연구단 과제의 2세부과제 "u-TSN 통신프로토콜 및 모듈 개발"의 지원으로 수행되었습니다.

* LG전자 MC 사업본부, ** 경북대학교 전자공학부 무선통신연구실 (dshan@ee.knu.ac.kr)

논문번호 : KICS2010-02-080, 접수일자 : 2010년 2월 18일, 최종논문접수일자 : 2010년 3월 8일

www.dbpia.co.kr

서로 다른 신호를 전송하며 수신 안테나에서 SINR(signal to interference and noise ratio)에 따라 채널을 정렬한 후 ZF 또는 MMSE를 통하여 가장 신뢰할 수 있는 심볼을 선택한다[2]. 선택한 심볼이 추정 송신 신호가 되며 이것을 수신신호에서 제거하고 다시 정렬된 순서에 따라 심볼을 선택하는 과정을 반복한다. 이것은 단순한 선형 수신 알고리듬에 비해 SNR 성능을 향상 시키지만 첫 번째로 결정되는 신호가 잘못되었을 경우 오류 전파의 단점이 있다.

SD는 ML 검파와 유사한 성능을 가지면서 계산의 복잡도를 줄이기 위하여 제안된 알고리듬이다[3-6]. 그러나 SNR이 낮은 상황에서는 계산 복잡도가 매우 높기 때문에 이에 대한 개선이 요구된다. 이를 해결하기 위해 기존의 SD[4] 알고리듬에 ZF를 기반으로 SE 열거(Schnorr-Euchner enumeration)[7]를 적용하여 계산 복잡도를 줄이고자 한 SE SD 알고리듬이 제안되었다[5]. SE SD 알고리듬은 ZF 기법을 이용하여 수신된 심볼을 송신 도메인으로 옮기고 SE 열거에 기반하여 SD를 수행하는 알고리듬이다.

본 논문은 기존 ZF기반의 SE SD 알고리듬의 간단한 복잡도를 유지하면서 검파 성능을 향상시키기 위한 새로운 알고리듬을 제안한다. 제안 알고리듬은 MMSE 기준을 적용하여 ZF 기반의 SD알고리듬에서 발생하는 잡음 증폭효과에 의한 검파성능이 나빠지는 단점을 해결한다. 그리고 검파의 신뢰성을 향상시키기 위하여 SE SD가 판정한 송신심볼을 수신 도메인에서 Euclid 거리 계산을 통해 가장 최적의 심볼임을 검증하는 과정을 추가한다.

본 논문은 서론에 이어 Ⅱ장에서 MIMO 시스템 모델에 대해서 간략하게 알아보고 Ⅲ장에서 기본적인 SD 알고리듬에 대해서 살펴본다. Ⅳ장에서는 MMSE를 적용한 SD알고리듬을 제안하며 Ⅴ장에서 제안된 알고리듬의 모의실험을 수행하고 그 결과를 분석하였다. 마지막으로 Ⅵ장에서는 결론을 맺는다.

Ⅱ. MIMO 시스템 모델

M_T개의 송신 안테나와 N_R개의 수신 안테나를 고려한 MIMO 시스템의 수신 벡터 $\tilde{r}$은 다음과 같이 표현된다.

$$\tilde{r} = \widetilde{M}\tilde{u} + \tilde{w} \tag{1}$$

여기서 $\widetilde{M}$는 차원이 $N_R \times M_T$인 채널 행렬, $\tilde{u}$는 차원이 $M_T \times 1$인 복소 송신 신호 벡터를 나타내며 $\tilde{r}$은 차원이 $N_R \times 1$인 복소 수신 신호 벡터를 나타낸다. 또한 벡터 $\tilde{w}$은 차원이 $N_R \times 1$이고 분산이 σ^2인 가우스 잡음(Gaussian noise)을 나타낸다. 이 벡터와 행렬을 실수 값으로만 표현하기 위하여 $r = [\mathrm{Re}(\tilde{r})\ \ \mathrm{Im}(\tilde{r})]^T$, $u = [\mathrm{Re}(\tilde{u})\ \ \mathrm{Im}(\tilde{u})]^T$, $w = [\mathrm{Re}(\tilde{w})\ \ \mathrm{Im}(\tilde{w})]^T$로 정의하며, T는 전치행렬이다. 그리고 채널 또한 다음과 같이 정의한다.

$$M = \begin{bmatrix} \mathrm{Re}(\widetilde{M}) & -\mathrm{Im}(\widetilde{M}) \\ \mathrm{Im}(\widetilde{M}) & \mathrm{Re}(\widetilde{M}) \end{bmatrix} \tag{2}$$

여기서 $\mathrm{Re}(\bullet)$은 복소 신호의 실수 부분, $\mathrm{Im}(\bullet)$는 복소 신호의 허수 부분을 나타낸다. 그리고 M은 $m \times n$행렬이며 $m = 2N_R$, $n = 2M_T$로 정의 된다. 실수로 표현된 수신신호는 다음과 같이 표현된다.

$$r = Mu + w \tag{3}$$

Ⅲ. Sphere Decoding 알고리듬

SD는 ML 검파의 계산 복잡도를 줄이기 위하여 제시된 알고리듬으로 그 동작 원리는 그림 1과 같다. 채널 M과 변조된 모든 성상을 포함하는 벡터 S에 의하여 MS로 나타나는 수신 가능한 모든 격자점을 그림 1에서 +로 나타내었다. 수신된 신호 r을 중심으로 하고 반지름이 d인 구를 형성하고 이 구의 내부에 포함되는 모든 격자점만을 탐색하여 송신 신호를 추정한다.

여기서 두 가지 문제가 고려되어야 한다. 첫째, 구의 초기 반지름 d를 결정하는 문제이다. 만약 초기 반지름이 너무 크면 탐색할 후보 심볼이 매우 많아져 최악의 경우 ML 검파와 동일한 계산 복잡도를 가질 수 있으며 너무 작으면 구 내부에 원하는 심볼이 포함되지 않을 경우가 생길 수 있다. 둘째, 구 내부에 포함되는 점만을 선택하기 위해 어떤 방법을 사용해야 하는

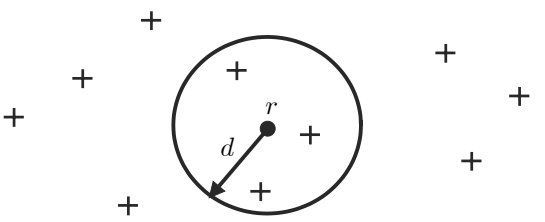

그림 1. SD 알고리듬의 동작 원리

www.dbpia.co.kr

가의 문제이다[6].

그림 2의 블록도는 Viterbo와 Biglieri가 제안한 송신 도메인에서 심볼을 추정하는 SD 알고리듬으로서 VB SD 알고리듬이라 한다[4]. 입력 r은 수신된 신호, $\sqrt{C}$는 초기 반지름, M은 채널 행렬, $\underline{S}$는 전송 가능한 복소 심볼의 한 축 성분을 의미하며, 16 QAM 신호를 전송한 경우 $\underline{S}=\{-3,-1,1,3\}$이 된다. 채널 행렬 M은 Cholesky 분해($\mathrm{Chol}(\bullet)$)를 위하여 $G=M^TM$ 로 변환된다. Cholesky 분해의 결과는 q_{jk}이다. 채널의 의사역행렬 $M^{\dagger}$과 수신된 신호를 곱한 결과인 ρ를 이용하여 탐색범위를 결정하고 범위내의 첫 번째 값부터 탐하면서 반지름을 줄여나가게 된다. $\lfloor v,\underline{S} \rfloor$는 v를 집합 $\underline{S}$에서 v보다 작은 가장 가까운 값을 $\lceil v,\underline{S} \rceil$는 v를 집합 $\underline{S}$에서 v보다 큰 가장 가까운 값을 선택하는 함수이다[5].

그림 3에서 S는 송신 신호이며 ρ는 수신 신호를 채널 역행렬의 곱으로부터 얻은 신호이다. ρ를 중심으로 하는 구를 결정하여 그 구 내부에 있는 신호로 탐색범위를 제한하면 먼저 1번 신호를 탐색하게 된다. 다음으로 1번 신호를 기준으로 새로운 반지름을 결정하고 이 반지름이 이전 반지름 보다 작으면 이 값에 대한 탐색범위를 결정한다. 이와 같이 탐색 및 범위결정 과정을 반복하여 구 내부에 하나의 신호만 남으면 이 값이 추정한 신호가 된다. 그림 3에서는 1~4의 순서로 반지름을 줄여가면서 탐색하게 되며 마지막으로 남은 4번이 송신 신호로 결정된다.

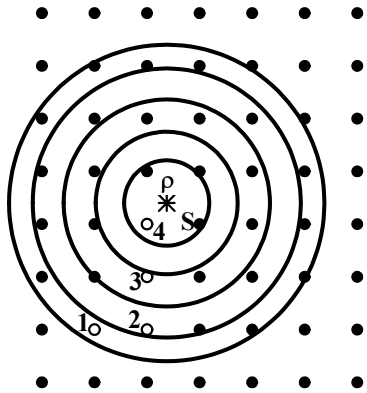

그림 3. VB SD 탐색 방법

VB SD는 한 개의 심볼을 찾으면 그림 2에서 첫 번째 구의 중심벡터에 대한 탐색범위를 결정하는 시점부터 다시 시작하게 된다. 따라서 구의 반경이 미세하게 줄어들 경우 같은 심볼을 중복하여 탐색할 경우가

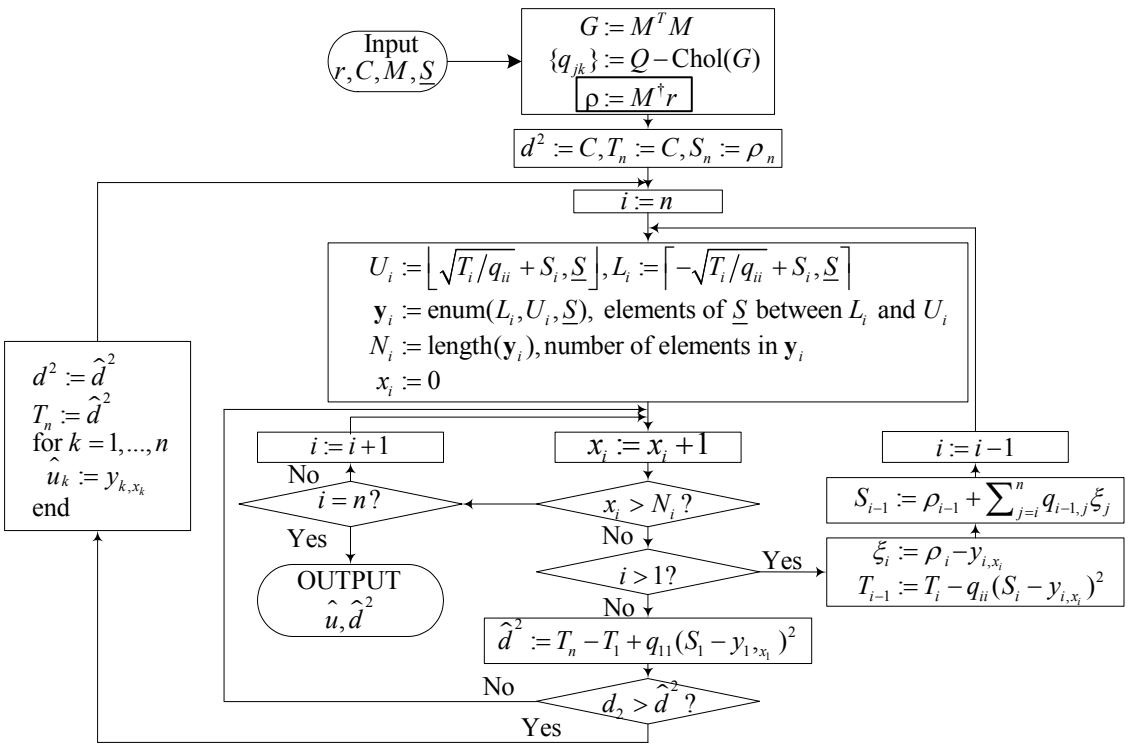

그림 2. VB SD 알고리듬[5]

www.dbpia.co.kr

발생하여 필요없는 계산량이 늘어나는 단점이 있다.

Ⅳ. 제안 알고리듬

탐색범위 정렬을 이용하여 VB SD의 계산 복잡도를 줄인 Chan과 Lee가 제안한 알고리듬을 그림 4에 나타내었다[5]. 블록 A의 ρ는 수신 신호에 채널의 의사역행렬 $M^{\dagger}$를 곱한 값이다. 블록 B에서 구의 반지름에 따라 탐색범위를 결정하면 ρ를 기준으로 탐색할 범위를 지그재그로 정렬한다. 따라서 구의 중심에서부터 가장 가까운 순서부터 탐색하게 된다. 그림 5에서 살펴보면 r에 채널의 역행렬을 곱하여 추정한 값 ρ를 중심으로 구 내부의 탐색범위를 큰 사각형과 같이 결정하였다.

VB SD 알고리듬은 첫 번째로 a를 탐색하지만 이 알고리듬에서는 ρ에 가장 가까운 순서대로 탐색순서를 정렬하여 1번부터 탐색하게 된다. 다음으로 그림 4의 블록 C를 거쳐 1번에 대한 탐색범위를 새로 결정한다. 이 범위는 그림 5의 작은 사각형이 된다. 따라서 다음으로 탐색할 값이 없으므로 더 이상 계산량이 증가하지 않는다.

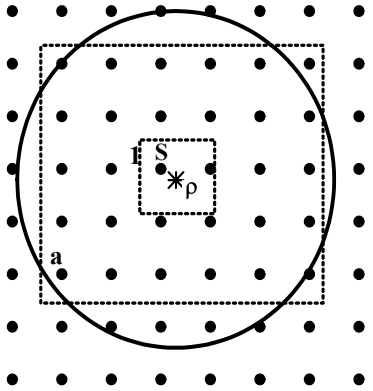

그림 5. SE SD 탐색 방법

SD 알고리듬은 ML의 범위를 구로 한정하여 그 내부만 탐색함으로써 계산량을 줄이게 된다. SE SD는 탐색하는 우선순위를 할당하여 송신한 신호일 가능성이 높은 순서부터 탐색하고 이에 따라 탐색범위를 제한해 나가기 때문에 탐색범위의 첫 번째 값 즉 구의 바깥쪽부터 탐색하는 VB SD에 비하여 계산량이 크

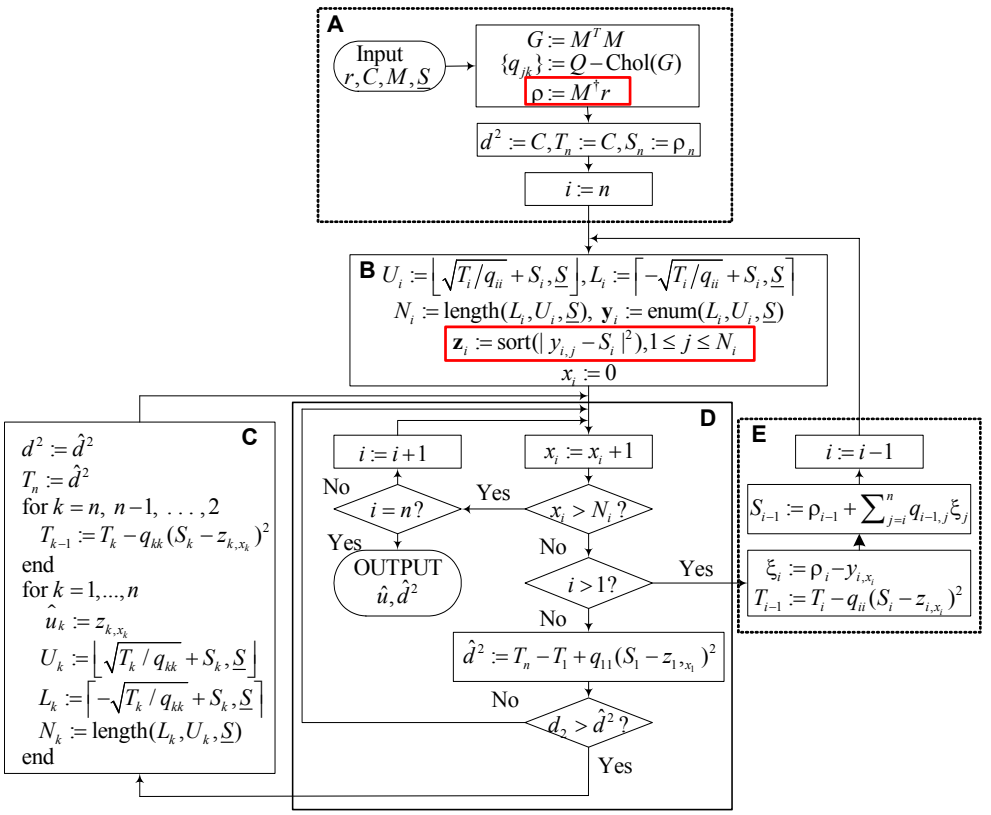

그림 4. SE SD 알고리듬[5]

www.dbpia.co.kr

게 줄어든다. 따라서 VB SD는 초기반지름 결정이 성능에 영향을 미치지만 SE SD로 탐색하는 방법은 초기에 반지름이 매우 크더라도 송신 신호일 가능성이 높은 하나의 값을 찾으면 그 값을 기준으로 탐색범위를 제한하므로 이후 계산량이 매우 적어 초기 반지름 결정이 성능에 크게 영향을 미치지 않게 된다.

SE SD 알고리듬은 그림 4에서 블록 A의 $\rho = M^{\dagger} r$에 의해 수신 신호가 송신 도메인으로 옮겨지고 벡터 ρ의 원소 중 n번째 차원에 대한 ρ_n을 기준으로 탐색범위를 결정하며 탐색범위 내의 후보 심볼들은 ρ_n과 가까운 순서대로 정렬되어 이 순서대로 탐색을 수행한다. 따라서 성능이 $\rho = M^{\dagger} r$의 계산결과에 의존하게 되는데 결국 송신 도메인으로 옮기는 과정에서 잡음도 채널 역행렬의 곱으로 인해 함께 커지기 때문에 오류 발생 확률이 커지게 된다. 이를 해결하기 위해 정렬을 위한 기준값으로 이용되는 ρ를 얻는데 MMSE를 적용하도록 한다. MMSE는 ZF에서 발생하는 잡음 증대를 최소화하기 위하여 다음을 만족하는 G_{MMSE}를 구한다.

$$\arg\min \varepsilon\{ \| GH - r \|^2 \} \tag{4}$$

$$G_{\mathrm{MMSE}} = \left(H^H H + N_0 I \right)^{-1} H^H \tag{5}$$

$\varepsilon\{(GH - S)H^H\}$를 0으로 만드는 G_{MMSE}는 식 (5)와 같다. 식 (5) 에서 구한 G_{MMSE}를 수신 신호 r에 곱함으로써 ZF에 의해 발생하는 잡음 증대를 줄일 수 있다. 이와 함께 그림 4의 블록 C에서 Euclid 거리 $\| \hat{u} - MS \|^2$을 계산하여 새로 추정한 $\hat{u}$의 Euclid 거리가 이전 값보다 작을 때만 $\hat{u}$을 갱신함으로써 오류 발생으로 제대로 추정한 값이 다른 값으로 바뀌는 것을 막는다. 이와 같이 MMSE와 Euclid 거리 계산을 추가한 알고리듬을 DMMSE (Euclid Distance MMSE)알고리듬이라 하고 VB SD에 이를 적용하여 VB DMMSE 알고리듬, SE SD에 이를 적용하여 SE DMMSE 알고리듬이라고 하였다. 제안한 SE DMMSE 알고리듬의 블록도를 그림 6에 나타내었다. MMSE와 Euclid거리계산을 이용한 블록 A'와 C'가 적용되었으며 블록 B, D, E 는 그림 4의 것과 동일하다. 그림 6의 블록 C'의 $dist$는 Euclid 거리를 의미하며 블록 A'의 G_{MMSE}는 식 (5)로부터 구한 값이다.

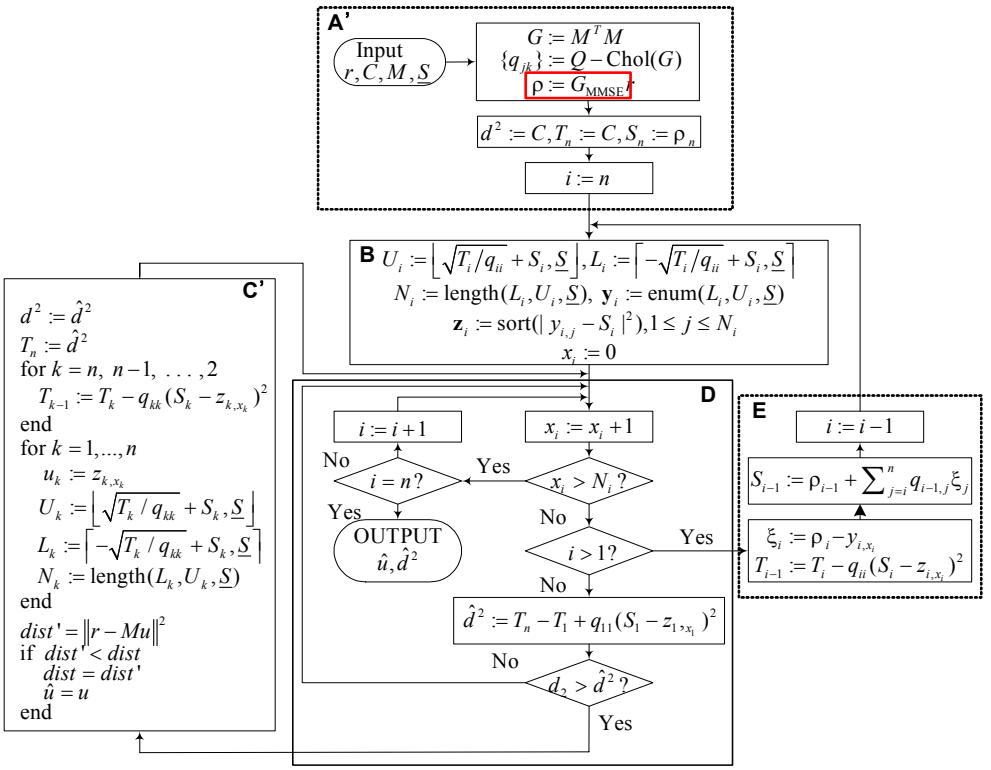

그림 6. 제안 알고리듬

www.dbpia.co.kr

Ⅴ. 모의 실험 결과

모의 실험을 통하여 기존의 방법과 제안한 알고리듬의 성능을 비교하였다. 그림 7은 송신 안테나 $M_T = 2$, 수신 안테나 $N_R = 2$인 MIMO 시스템 에서 QPSK 변조 신호를 이용하여 수신 알고리듬의 성능을 실험한 결과이다. 실험에서 채널은 주파수 비선택적 Rayleigh 페이딩 채널을 고려하였고, 채널추정은 완벽하다는 가정에서 검파 알고리듬을 적용하였다. VB ZF와 SE ZF는 각각 VB SD와 SE SD의 기존 알고리듬을 나타내며 SD는 Hassibi[6] 에 의해 제안된 알고리듬을 이용하였다.

심볼 오류 확률이 10^{-2}일 때의 필요 SNR을 비교해 보면 표 1과 같다. Euclid 거리계산과 MMSE를 적용한 VB DMMSE는 기존의 VB SD에 비해 3.7dB가량 성능이 향상되었고 SE DMMSE는 기존의 SE SD에 비해 3.4dB정도 향상되었다. 심볼 오류 확률이 10^{-3}일 때에도 VB DMMSE는 약 4dB, SE DMMSE는 약 3dB 가량 향상된 것을 알 수 있다.

다음으로 각 알고리듬의 수행시간을 비교하여 그림 8과 표 2에 나타내었다. 수행시간은 Intel Core2 @ 3GHz 성능의 CPU 환경에서 실험을 수행하였다. Hassibi가 제안한 SD 알고리듬은 SE SD 와 VB SD 에서 사용한 반지름을 적용하였을 때의 결과이며 SNR이 낮을수록 많은 계산량이 요구된다.

SE DMMSE는 기존의 방법과 유사한 성능을 나타낸다. MMSE와 Euclid 거리계산을 이용한 VB DMMSE와 SE DMMSE는 기존의 알고리듬인 VB SD와 SE SD에 비해 각각 0.1 ms, 0.01 ms 가량 수행시간이 증가였으므로 결국 기존의 알고리듬에 비해 계산량 증가는 거의 없음을 알 수 있다.

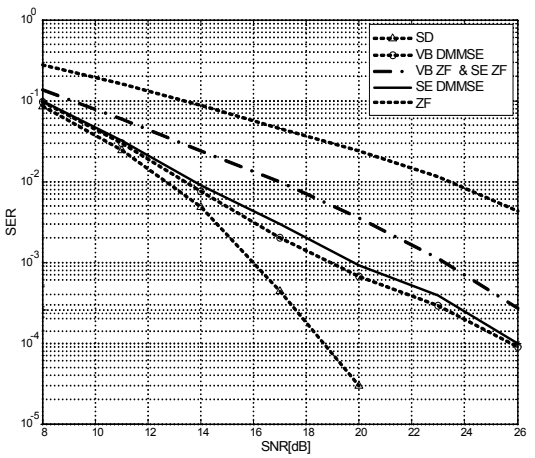

그림 7. 2x2 MIMO 시스템에서 SER 성능비교

표 1. 심볼오류율 10^{-2}를 얻기 위한 필요 SNR

Algorithm	SNR [dB]
SD	12.7
VB DMMSE	13.3
SE DMMSE	13.6
SE ZF	17.0
VB ZF	17.0
ZF	23.2

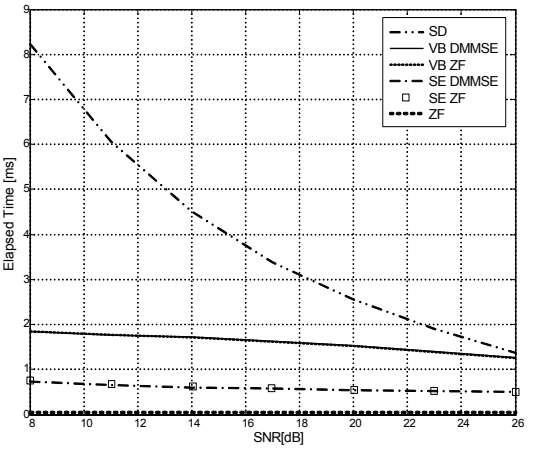

그림 8. 2x2 MIMO 시스템에서 각 알고리듬의 수행시간

표 2. 평균 수행 시간

Algorithm	Time [ms]
SD	3.99
VB DMMSE	1.64
SE DMMSE	0.61
SE ZF	0.60
VB ZF	1.54
ZF	0.10

Ⅵ. 결 론

본 논문에서는 VB SD알고리듬의 계산 복잡도를 줄이기 위해 제안된 SE SD 알고리듬에 MMSE와 Euclid 거리 계산을 적용하여 추가적인 계산량은 거의 없이 성능을 향상 시켰다. 또한 ZF 기반의 기존 VB SD 알고리듬도 MMSE와 Euclid 거리계산을 적용하여 성능이 향상됨을 실험결과를 통해 확인 할 수 있었다.

www.dbpia.co.kr

참 고 문 헌

〔1〕 A. Paulraj, R. Nabar, and D. Gore, *Introduction to Space-Time Wireless Communications New York: Cambridge Univ. Press,* 2003.

〔2〕 P. Wolniansky, G. Foschini, G. Golden, and R. Valenzuela, “V-BLAST: An architecture for realizing very high data rates over the rich scattering wireless channel,” in *Proc. ISSSE*, Sept. 1998.

〔3〕 U. Fincke and M. Pohst, “Improved methods for calculating vectors of short length in a lattice, including a complexity analysis,” *Math. Comput.*, Vol.44, pp.463-471, Apr. 1985.

〔4〕 E. Viterbo and J. Boutros, “A universal lattice code decoder for fading channels,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol.45, No.5, pp.1639-1642, Jul. 1999.

〔5〕 A. M. Chan and I. Lee, “A new reduced-complexity sphere decoder for multiple antenna systems,” in *IEEE Int. Conf. Communications*, Vol.1, 2002, pp.460-464.

〔6〕 B. Hassibi and H. Vikalo “On sphere decoding algorithm. I. Expected complexity,” *IEEE Trans. Signal Process.*, Vol.53, pp.2806, Aug. 2005.

〔7〕 C. P. Schnorr and M. Euchner, “Lattice basis reduction: Improved practical algorithms and solving subset sum problems,” *Math. Programming*, Vol.66, pp.181-191, 1994.

조 혜 민 (Hyemin Cho) 정회원

2007년 8월 경북대학교 전자전기컴퓨터학부

2009년 8월 경북대학교 전자전기컴퓨터학부 석사

2009년~현재 LG전자 MC 사업본부 연구원

<관심분야> MIMO, 검파 및 추정 기술

박 순 철 (Soonchul Park) 정회원

1992년 2월 연세대학교 수학과

1999년 8월 플로리다 대학 수학과 박사

1999년~2001년 플로리다 대학 박사후 연구원

2001년~2003년 West Texas A&M University, Caynon, TX 조교수

2001년~2003년 플로리다 대학 방문교수

2006년~현재 경북대학교 전자공학부 계약교수

<관심분야> 최적화이론, 다중 안테나 신호처리, 채널추정, 자원할당

한 동 석 (Dong Seog Han) 종신회원

1987년 2월 경북대학교 전자공학과

1989년 2월 KAIST 전기 및 전자공학과 석사

1993년 2월 KAIST 전기 및 전자공학과 박사

1987년 10월~1996년 8월 삼성전자 선임연구원

1996년 8월~현재 경북대학교 전자공학부 교수

2006년 7월~2008년 7월 정보통신연구진흥원 디지털TV/방송사업단 단장

<관심분야> 차세대 방송 및 이동통신 신호처리

www.dbpia.co.kr