

1-비트 압축 센싱을 위한 효율적인 알고리즘

노예림*, 홍송남^o

Efficient Algorithm for 1-Bit Compressed Sensing with Multiple Measurement

Yerim Noh*, Songnam Hong^o

요약

본 논문에서는 같은 서포트를 가진 일련의 희소 신호가 해당 측정으로부터 동시에 복구되는 다중 측정 벡터(Multiple Measurement Vector, MMV)를 가진 압축 센싱(Compressive Sensing, CS) 문제를 고려한다. 이 문제에는 많은 실용적인 문제(예: 대규모 연결, 통신 효율 연합 학습 등에 대한 능동적인 사용자 탐지 등)가 형성되었다. 또한 통신 효율을 높이기 위해서는 다중 측정 벡터 프레임워크에서의 1-비트 압축 센싱에 대한 연구가 필요하다. 그러나, 베이저안 매칭 추구(Bayesian Matching Pursuit, BMP)와 같은 잘 알려진 1-비트 압축 센싱 알고리즘은 새로운 1-비트 다중 측정 문제에 적용되지 않는다. 이러한 문제에서 우리는 BMP 알고리즘의 확장으로 Turbo-BMP(Turbo-Bayesian Matching Pursuit)라는 새로운 알고리즘을 제안한다. 벤치마크 알고리즘으로써, M-BMP(Multiple Measurement Vector-Bayesian Matching Pursuit)를 비교하여 시뮬레이션을 진행한다. 시뮬레이션 결과는 제안한 알고리즘인 Turbo-BMP의 우수성을 보여준다.

키워드 : 압축 센싱, 베이저안 매칭 추구, 다중 측정 벡터, 터보 원리

Key Words : Compressed sensing, Bayesian matching pursuit, Multiple measurement vector, Turbo principle

ABSTRACT

In this paper, we consider a compressed sensing (CS) problem with multiple measurement vector (MMV), in which a set of sparse signals with the same support are recovered simultaneously from the corresponding measurements. Many practical problems (e.g., active user detection for massive connectivity, communication-efficient federated learning, and so on) have been formulated in this problem. Also, it is necessary to investigate one-bit CS under the MMV framework, in order to boost communication efficiency. Unfortunately, the best-known one-bit CS algorithms such as Bayesian matching pursuit (BMP) is not applicable to the emerging one-bit MMV problems. In these problems, we propose novel algorithms, named Turbo-BMP as nontrivial extensions of BMP, respectively. Simulation results demonstrate the superiority of the proposed algorithm.

※ 본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소가 지원하는 미래전투체계 네트워크기술 특화연구센터 사업의 일환으로 수행되었습니다. (UD1903ED)

• First Author : Hanyang University, Department of Electronic Engineering, yrnoh7607@hanyang.ac.kr, 학생회원

o Corresponding Author : Hanyang University, Department of Electronic Engineering, songnam@hanyang.ac.kr, 정회원

논문번호 : 202203-027-A-RN, Received March 4, 2022; Revised April 24, 2022; Accepted June 6, 2022

1. 서 론

양자화된 측정을 사용한 압축 센싱 (Compressive Sensing)은 양자화를 통해 하드웨어 시스템 및 구현 비용의 많은 부담을 완화할 수 있다는 실용적인 유용성 때문에 상당한 관심을 얻었다^[1-6]. 극단적인 경우, 1-비트 압축 센싱은 측정값의 부호 정보(양수 또는 음수)만 보존하므로 저장 비용 및 하드웨어 복잡성을 더욱 줄인다. 양자화된 압축 센싱 문제에 대한 알고리즘은 크게 i) 최적화 기반 알고리즘 ii) 탐욕 기반 알고리즘의 두 가지 프레임 워크로 분류할 수 있다. [1]에서는 1-비트 압축 센싱 문제가 Lasso (Least absolute shrinkage and selection operator)기준의 유명한 최적화 문제로 공식화되었다. 또한, 근위 경사 하강을 이용하여 양자화된 수축 임계치 알고리즘 (Quantized Iterative Shrinkage Thresholding Algorithm, QISTA)을 개발하였다. [2], [3]에서는 잡음이 있는 상황에서 이진 반복 하드 임계값 (Binary Iterative Hard Thresholding, BIHT)의 강건성을 향상시킬 수 있는 적응형 특이치 추적 (Adaptive Outlier Pursuit, AOP)이 제안되었다. 탐욕 기반 알고리즘에 대해서는 양자화된 서브 스페이스 추적 (Quantized Subspace Pursuit, SP)^[4]과 양자화된 압축 샘플링 매칭 추적 (Quantized Compressive Sampling Matching Pursuit, QCoSaMP)^[4a]이 가장 대표적인 방법이며, OMP-proxy 함수를 사용하여 가장 가능성이 높은 서포트를 식별한다. 그러나, 시스템 모델 및 희소 벡터의 일부 확률적 정보가 제공될 때, OMP-proxy를 기반으로 하는 이러한 방법들은 최적이지 않다. 이에 동기 부여되어 0이 아닌 요소가 유한한 알파벳에 속하는 희소 벡터에 대해 베이저안 매칭 추구 (Bayesian matching pursuit, BMP)라는 확률적 탐욕 알고리즘이 제안되었다^[5]. 또한, 스택 알고리즘^[6]을 이용하여 관리 가능한 복잡도의 비용으로 개선되었다.

최근 다중 측정 벡터 (Multiple Measurement Vector, MMV)를 갖는 압축 센싱 문제는 블라인드 멀티밴드 신호 재구성^[7], 다중 인지 라디오를 이용한 인지 무선 네트워크에서의 스펙트럼 감지^[8-10], 희소성 활동 검출과 같은 다양한 응용 분야에서 필요성으로 인해 큰 관심을 가지고 있다. 응용 분야로는 대용량 사물통신 다중 입출력 (Massive Machine Type Communication Uplink Multi Input Multi Output, MMTc MIMO)시스템에서 산발적인 트래픽을 갖는 사용자는 대규모 연결성^[11-13] 등이 있다. 최근, 중앙 서버가 무선 장치에서 전송된 희소한 로컬 구매 벡터

를 효율적으로 재구성하는 대규모 다중 입출력시스템^[14]을 통해 연합 학습 프레임 워크에 압축 센싱 알고리즘이 사용되었다. 이러한 응용 분야에서는 통신 효율을 더욱 높이기 위해 양자화된 (예를 들어, 1-비트) 압축 센싱 알고리즘을 조사할 필요가 있다. 그러나 측정 모델의 비선형성 때문에 선형성을 이용하여 구축된 기존 방법(예: M-OMP(MMV Orthogonal Matching Pursuit), M-ORMP(MMV Order Recursive Matching Pursuit), M-FOCUSS(MMV FOCal Underdetermined System Solver)^[15])은 새로운 양자화된 대응 모델에 적용될 수 없다. 또한, BMP와 같은 기존의 1-비트 압축 센싱 알고리즘은 다중 측정 벡터 문제로 바로 확장될 수 없다. 따라서 다중 측정 벡터 문제를 이용한 양자화된 압축 센싱 문제를 위한 효율적인 알고리즘을 구축해야 한다. 우리는 다중 측정 벡터의 1-비트 압축 센싱 문제를 조사한다. 구체적으로, 우리는 개의 양자화된 측정 벡터로부터 동일한 서포트를 가진 개의 희소 벡터를 복구하는 것을 목표로 한다.

이에 본 논문에서는 터보 원리를 BMP에 접목시켜 새로운 방법을 제안한다. 제안된 방법은 Turbo-BMP이다. 우리의 주요 공헌은 다중 측정 벡터를 가진 터보 기반 압축 센싱에 적합한 핵심 매트릭(즉, 외재적 및 선형적 정보)을 개발하는 것이다. 이러한 매트릭은 기존의 연구들^[16]에서 직접 획득되어서는 안되지만, 기본 1-비트 압축 센싱 알고리즘의 구조를 이용하여 도출된다는 것은 주목할 만하다. 시뮬레이션 결과를 통해 제안된 알고리즘의 우수성을 입증한다.

II. 본 론

2.1 문제정의

우리는 L 개의 다중 측정 벡터의 1-비트 압축 센싱 (Compressed Sensing)의 문제 설정을 공식적으로 정의한다. 우리의 목표는 1-비트 양자화 측정인 $\{y_i \in \{-1, 1\}^M, i \in [L]\}$ 에서 각 벡터의 공통적으로 존재하는 0이 아닌 위치인 서포트를 활용하여 L 개의 희소 신호인 $\{x_i \in \mathbb{R}^N : i \in [L]\}$ 를 복구하는 것이다. 공통 서포트, $S(x_i) = \{j : x_{i,j} \neq 0\}$ 인 $S(x_1) = S(x_2) = \dots = S(x_L)$ 를 갖는다. 또한 우리의 1-비트 측정 모델은 다음과 같이 정의된다.

$$y_i = \text{sign}(Ax_i + z_i) \in \{-1, 1\}^M \quad (1)$$

각 $i \in [L]$ 에 대해, $\mathbf{A} = [a_1, a_2, \dots, a_M] \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 은 항목이 독립적이고 동일하게 분포된 (i.i.d) 가우스 분포에서 추출된 센싱 행렬을 나타내고 $\mathbf{z}_i \in \mathbb{R}^M$ 은 가우스 잡음을 나타낸다. 잡음 벡터, 각 구성 요소는 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 가우스 분포를 따른다. 이전 논문들과 같이 관심 대상 신호 (즉, $\mathbf{x}_i, i \in [L]$)는 $|S(\mathbf{x}_i)| = K \ \forall i \in [L]$ 과 같은 K 회소 벡터로 가정한다. 여기서 $|S(\mathbf{x}_i)|$ 는 서포트 집합 $S(\mathbf{x}_i)$ 의 크기를 나타낸다. 이 논문 전체에서 회소성 수준 K 는 N 보다 훨씬 작으며 사전 정보로 알려져 있다고 가정한다.

2.2 터보 원리

본 논문에서는 다중 측정을 통한 1-비트 압축 센싱에 대한 새로운 효율적인 방법을 제안한다. 먼저, 우리는 L 측정 $\{\mathbf{y}_i, i \in [L]\}$ 및 사전 지식(예: 회소성, 공통 지원 등)을 사용하여 $\{\mathbf{x}_i, i \in [L]\}$ 에 대한 최적의 maximum a posterior (MAP) 추정을 기술한다. 구체적으로 MAP 추정은 다음과 같이 공식화된다.

$$\{\hat{\mathbf{x}}_i\} = \arg \max_{\{\mathbf{x}_i, i \in [L]\}} \log P(\{\mathbf{x}_i\} | \mathbf{y}_i, \kappa), i \in [L] \quad (2)$$

여기서 κ 는 사전 정보, 즉 $\kappa = \{\mathbf{A}, S(\mathbf{x}_i) = \dots = S(\mathbf{x}_L) = K\}$ 를 의미한다. 불행하게도, 위의 최적화 문제를 직접 해결하는 것은 꽤 복잡하다. 터보 원리^[8]의 큰 성공에 영감을 받아, 우리는 위의 문제를 후속 방식으로 해결한다. MAP 추정 (2)는 메시지 전달 방식으로 해결되며, 외재적 및 내재적 (선형적) 정보를 각각 수신하고 공유한다.

우리는 각각 $i \in [L]$ 에 대한 \mathbf{x}_i 를 추정하는 것을 목표로 하는 L 블록을 정의한다. 터보 원리에 따라 아래에 정의될 일부 정보는 L 블록 사이에서 교환된다. 블록 i (즉, \mathbf{x}_i 추정)에 초점을 맞추어 로컬 MAP 추정은 다음과 같이 공식화된다.

$$\hat{\mathbf{x}}_i = \arg \max_{\mathbf{x}_i} \underbrace{\log P(\mathbf{x}_i | \kappa_i)}_{\text{Priori}} + \underbrace{\log P(\mathbf{y}_i, \mathbf{x}_i, \mathbf{A})}_{\text{Likelihood}} \quad (3)$$

사전정보 κ_i 는 $\kappa_i \triangleq \{\mathbf{A}, \{\mathbf{y}_\ell, \ell \in [L] \setminus \{i\}\}, S(\mathbf{x}_1) = \dots = S(\mathbf{x}_L) = K\}$ 로 정의된다. 터보 원리에서와 같이, 선형적 확률 $P(\mathbf{x}_{i,j} \neq 0 | \kappa_i)$ 는 다른 블록으로부터 전달되는 외재적 정보의 함수로서 얻어진다.

$$P(\mathbf{x}_{i,j} \neq 0 | \kappa_i) = h(\mathbf{e}_\ell, \ell \in [L] \setminus \{i\}) \quad (4)$$

$j \in [M]$ 에 대해, \mathbf{e}_ℓ 은 블록 ℓ 에 의해 제공되는 외재적 정보를 나타낸다. 우리는 결합함수 h 가 제안된 방법에 따라 특정된다는 점에 주목한다. 후속 항에는 (3)에서 최적화 문제(즉, 로컬 MAP 추정)를 효율적으로 해결하는 압축 센싱 방법을 제시한다. Turbo-BMP라고 불리는 탐욕스러운 프레임워크에 기반한다. 설명의 용이성을 위해 다음과 같은 표기법을 문자 전체에 사용할 것이다. 이는 1-비트 양자화를 위해 상한 u 과 하한 l 을 이용한 것이다.

$$\begin{aligned} y_{i,m} = 1 \text{ 라면, } l_{i,m} = 0 \text{ 그리고 } u_{i,m} = \infty \\ y_{i,m} = -1 \text{ 라면, } l_{i,m} = -\infty \text{ 그리고 } u_{i,m} = 0 \end{aligned}$$

2.3 제안하는 알고리즘(Turbo-BMP)

베이저안 매칭 추구 (Bayesian matching pursuit, BMP) 알고리즘은 [5]에서 제안되어, \mathbf{x}_i 의 각 요소가 유한 알파벳 집합 C (예 : $C = \{0,1\}$)에 속할 때 최적화 기반 QISTA [1]보다 더 나은 성능을 산출한다. 이에 의해 동기 부여된 BMP는 다중 측정 문제로 확장된다. 제안하는 알고리즘을 명확하게 설명하기 위해 $C = \{0,1\}$ 와 같이 이진 알파벳의 경우에 초점을 맞춘다. 단, [5]의 방법을 정확하게 따르는 것으로 임의의 무한 알파벳 케이스로의 확장은 간단하다. 이진 알파벳의 경우, 회소 신호 \mathbf{x}_i 를 찾는 것은 \mathbf{x}_i , 즉 $S(\mathbf{x}_i)$ 의 서포트를 식별하는 것과 동등하다.

블록 i 에 초점을 맞추면 \mathbf{x}_i 를 복구하기 위한 MAP 추정(또는 검출)은 다음과 같이 형성될 수 있다.

$$\hat{I}_i = \arg \max_{I \in \Omega_K} \log P(S(\mathbf{x}_i) = I | \mathbf{y}_i, \kappa_i) \quad (5)$$

여기서 Ω_K 는 크기 K 와 함께 $[M]$ 의 인덱스 하위 집합 집합을 나타낸다. 우리는 탐욕스러운 프레임워크를 통해 위의 도전적인 문제를 해결할 것이다. 이를 위해 우리는 이러한 표기법과 체인 규칙을 사용하여 (5)의 사후 확률 (A Posterior Probability, APP)은 다음과 같이 인수 분해 할 수 있다.

$$\begin{aligned} P(S(\mathbf{x}_i) = I^{(K)} | \mathbf{y}_i, \kappa_i) \\ = \prod_{k=1}^K P(n_k \in S(\mathbf{x}_i) | I^{(k-1)} \subset S(\mathbf{x}_i), \mathbf{y}_i, \kappa_i) \quad (6) \end{aligned}$$

여기서 인덱스 부분 집합 $I^{(k)}, k=0,1,\dots,K$ 의 시퀀스는 $k=1,2,\dots,K$ 에 대해 초기 집합 $I^{(0)}=\phi$ 이며 $I^{(k)}=\{n_1, n_2, \dots, n_k\}$ 로 정의된다. (6)에서 탐욕스러운 접근법의 기본 원칙은 다음의 식의 해를 취함으로써 각 반복에서 새로운 서포트 인덱스 $n^{(k+1)}$ 을 식별하는 것이다. K 개의 서포트를 공동으로 추정하는 대신 각 서포트 요소를 순차적으로 찾으며, 이를 통해 계산 복잡성을 크게 줄일 수 있다.

$$\operatorname{argmax}_{n \in [M] \setminus \hat{I}^{(k)}} \log P(n \in S(\mathbf{x}_1) \mid \hat{I}^{(k)} \subset S(\mathbf{x}_1), \mathbf{y}_1, \kappa_1) \quad (7)$$

여기서 $\hat{I}^{(k)} = \{\hat{n}_1, \dots, \hat{n}_k\}$ 는 이전 k 반복 동안 선택한 서포트 지수를 나타낸다.

(7)의 사후 확률은 베이즈의 규칙을 사용하여 다음과 같은 \mathbf{x} 의 우도와 사전 분포를 사용하여 계산한다.

$$P(n \in S(\mathbf{x}) \mid \mathbf{y}, \kappa) = \frac{P(n \in S(\mathbf{x}) \mid \kappa) P(\mathbf{y} \mid n \in S(\mathbf{x}), \kappa)}{P(\mathbf{y} \mid \kappa)} \quad (8)$$

$P(n \in S(\mathbf{x}) \mid \kappa)$ 은 균일하게 분포한다고 가정한다. 또한 항 $P(\mathbf{y} \mid \kappa)$ 는 임의의 n 에 대한 상수이다. 결과적으로 (7)을 최대화하는 최상의 서포트 요소를 구하는 것은 우도 값을 최대화하는 지수, 즉 $P(\mathbf{y} \mid n \in S(\mathbf{x}), \kappa)$ 를 최대화하는 것과 같다. (7)의 목적함수를 효율적으로 계산하는 방법은 $I^{(k)} \subset S(\mathbf{x}_1)$ 및 $n \in S(\mathbf{x}_1)$ 라는 가정하에 추정 방정식 $(1)\mathbf{y}_1 = \operatorname{sign}(\mathbf{a}_n + \sum_{t \in \hat{I}^{(k)}} \mathbf{a}_t + \tilde{\mathbf{v}}^{k,n})$ 여기서 $\tilde{\mathbf{v}}^{k,n}$ 은 $n \in S(\mathbf{x}_1)$ 에서 잡음 벡터, \mathbf{a}_n 은 \mathbf{A} 의 n 번째 행, $\tilde{\mathbf{v}}^{k,n} = \sum_{j \in [M] \setminus \{n\} \cup I^{(k)}} 1_{\{x_{i,j}=1\}} \mathbf{a}_j + \mathbf{z}_i$ 이며, $1_{\{A\}}$ 는 표시기 함수를 나타낸다. (1)에서 알 수 있듯이, 정확한 우도 분포 $P(\mathbf{y} \mid n \in S(\mathbf{x}), \kappa)$ 를 계산하기 위해서는 $\tilde{\mathbf{v}}^{0,n}$ 의 정확한 분포를 도출해야 한다. 그러나, 이 분포를 계산하려면 복잡성은 $S \setminus n$ 에서 $\binom{N-1}{K-1}$ 으로 매우 높은 계산 복잡성이 필요하다. 이 문제를 해결하기 위해 알고리즘에서 (7)의 목적함수는 위의 확률 모델을 사용하여 잡음 벡터 $\tilde{\mathbf{v}}^{k,n}$ 이 가우스라고 가정하여 계산한다. 가우스 가정으로 인해 $\tilde{\mathbf{v}}^{k,n}$ 에 대한 기대치를 취함으로써 평균 벡터와 공분산 행렬은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_i^{k,n} &= E[\tilde{\mathbf{v}}_i^{k,n}] = (1 - \lambda_{i,j}) \left(\sum_{j=1}^N \mathbf{a}_j - \sum_{i \in \{\hat{I}^{(k-1)} \cup n\}} \mathbf{a}_i \right) \\ &= \sum_{j \in [M] \setminus \{n\} \cup I^{(k)}} (1 - \lambda_{i,j}) \mathbf{a}_j \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 $\lambda_{i,j} = 1 - P(\mathbf{x}_{i,j} \neq 0 \mid \kappa_i)$ 는 외재적 정보에서 결정된다((15) 참조). 마찬가지로 공분산 행렬은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \Sigma_i^{k,n} &= (1 - \lambda_{i,j}) \left(\sum_{j=1}^N \mathbf{a}_j - \sum_{i \in \{\hat{I}^{(k-1)} \cup n\}} \mathbf{a}_i \mathbf{a}_i^T \right) + \sigma^2 \mathbf{I} \\ &= \sum_{j \in [M] \setminus \{n\} \cup I^{(k)}} \lambda_{(i,j)} (1 - \lambda_{(i,j)}) \mathbf{a}_j \mathbf{a}_j^T + \sigma^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (10)$$

또한 계산을 단순화하기 위해 공분산 행렬은 대각행렬 $\operatorname{diag}(\sigma_{i,1}^{k,n}, \dots, \sigma_{i,M}^{k,n})$ 가우스 근사치에서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \log P(n \in S(\mathbf{x}_1) \mid \hat{I}^{(k)} \subset S(\mathbf{x}_1), \mathbf{y}_1, \kappa_1) &\approx \sum_{m=1}^M \log \left[\Phi \left(\frac{-a_{m,n} - \sum_{t \in \hat{I}^{(k)}} a_{m,t} - \boldsymbol{\mu}_i^{k,n} + u_{i,m}}{\sigma_{i,m}^{k,n}} \right) \right. \\ &\quad \left. - \Phi \left(\frac{-a_{m,n} - \sum_{t \in \hat{I}^{(k)}} a_{m,t} - \boldsymbol{\mu}_i^{k,n} + l_{i,m}}{\sigma_{i,m}^{k,n}} \right) \right] \\ &\triangleq \Psi(n \mid \hat{I}^{(k)}, \boldsymbol{\lambda}_1, \mathbf{y}_1, \kappa_1) \end{aligned} \quad (11)$$

제안하는 탐욕스러운 프레임워크에서 $\Psi(n \mid \hat{I}^{(k)}, \boldsymbol{\lambda}_1, \mathbf{y}_1, \kappa_1)$ 를 proxy 함수라고 한다. ε_ℓ 이 블록 ℓ 에 의해 제공되는 외재적 정보를 표시한다고 하자. 여기서 ε_ℓ 의 n 번째 항목은 다음과 같다.

$$\varepsilon_{\ell,n} = \Psi(n \mid \hat{I}^{(k-1)}, \boldsymbol{\lambda}_\ell, \mathbf{y}_\ell, \kappa_\ell), n \in [N] \quad (12)$$

외재적 정보를 활용하여 다음을 정의한다.

$$J_i \cong \operatorname{argmax}_{\tau_1^{(i)}, \dots, \tau_{\eta_k}^{(i)} \subset [M] \setminus \hat{I}^{(k-1)}} \sum_{\ell=1: \ell \neq i}^L \varepsilon_\ell \quad (13)$$

여기서 $\eta_k = \lceil (K-k)/4 \rceil$ 이며, τ_k 는 서포트의 k 번째 인덱스이다. 일부 하이퍼 매개변수 α_0 (즉, 시물레이션에서 $\alpha_0 = K/2$)을 사용하여 (9) 및 (15)의 매개변수 $\lambda_{i,j}$ 는 다음과 같이 지정된다.

$k \leq \alpha_0$ 일 때,

$$\lambda_{i,j} \triangleq 1 - (K-k)/(N-k), j = 1, \dots, N \quad (14)$$

$k > \alpha_0$ 일 때, 임의의 $T > 0$ 에 대해

$$\lambda_{i,j} \triangleq \begin{cases} 1 - T \circ (K-k)/(N-k) & j \in J_i \\ 1 - \frac{(K-k)(N-k-T \circ \eta_k)}{N-k} & j \notin J_i \end{cases} \quad (15)$$

마지막으로 (11)의 proxy 함수를 사용하여 최적화 문제(7)를 다음과 같이 단순화할 수 있다.

$$\hat{n}_{k+1} = \operatorname{argmax}_{n \in [N] \setminus \hat{I}^{(k)}} \sum_{i=1}^L \psi(n \mid \hat{I}^{(k)}, \lambda_i, \mathbf{y}_i, \kappa_i) \quad (16)$$

K 개 서포트가 식별될 때까지 위의 단계를 반복한다.

Algorithm 1 The Proposed Turbo-BMP

-
- 1: **Input** : Sensing matrix \mathbf{A} , measurements $\{\mathbf{y}_i: i \in [L]\}$, sparsity level K , noise level σ^2 , and parameters (α_0, T) .
 - 2: **Output** : Common support set $\hat{I}^{(k)}$
 - 3: **Initialization** : $\lambda_i = \frac{K-1}{N-1} \mathbf{1}$ for $\forall i \in [L]$ and $I^{(0)} = \phi$.
 - 4: **for** $k = 1: K$ **do**
 - 5: **for** $i = 1: L$ **in parallel do**
 - Compute $\mu_i^{k,n}$ and $\Sigma_i^{k,n}$ for $\forall n \in [N]$ via (9) and (10), respectively.
 - Compute the proxy function $\Psi(n \mid \hat{I}^{(k)}, \lambda_i, \mathbf{y}_i, \kappa_i)$ for $n \in [N] \setminus \hat{I}^{(k-1)}$ via (11).
 - 6: **end for**
 - 7: **if** $k \leq \alpha_0$ **then**
 - 8: • Compute a priori information λ_i via (14).
 - 9: **else**
 - 10: • Compute extrinsic information ε_ℓ via (12).
 - 11: • Update a priori information λ_i via (13) and (15).
 - 12: **end if**
 - 13: • Select the largest index (denoted by \hat{n}_k via (16)).
 - 14: • Update the support set as $\hat{I}^{(k)} = \hat{I}^{(k-1)} \cup \{\hat{n}_k\}$.
 - 15: **end for**
-

Algorithm 2 M-BMP (The Benchmark Algorithm)

-
- 1: **Input** : Sensing matrix \mathbf{A} , measurements $\{\mathbf{y}_i: i \in [L]\}$, sparsity level K , noise level σ^2 , and parameters (α_0, T) .
 - 2: **Output** : Common support set $\hat{I}^{(k)}$
 - 3: **Initialization** : $\lambda_i = \frac{K-1}{N-1} \mathbf{1}$ for $\forall i \in [L]$ and $I^{(0)} = \phi$.
 - 4: **for** $k = 1: K$ **do**
 - 5: **for** $i = 1: L$ **in parallel do**
 - Compute $\mu_i^{k,n}$ and $\Sigma_i^{k,n}$ for $\forall n \in [N]$ via (9) and (10), respectively.
 - Compute the proxy function $\Psi(n \mid \hat{I}^{(k)}, \lambda_i, \mathbf{y}_i, \kappa_i)$ for $n \in [N] \setminus \hat{I}^{(k-1)}$ via (11).
 - 6: **end for**
 - 7: • Select the largest index (denoted by \hat{n}_k via (16)).
 - 8: • Update the support set as $\hat{I}^{(k)} = \hat{I}^{(k-1)} \cup \{\hat{n}_k\}$.
 - 9: **end for**
-

III. 실험

제안된 Turbo-BMP의 효율성을 입증하기 위해 시뮬레이션 결과를 제공한다. 벤치마크 방법인 M-BMP를 고려함에 따라 M-OMP^[15]의 아이디어에 따라 L 단일 측정 BMP의 출력을 적절히 결합하여 구성된다. 우리가 아는 한, 그것들은 가장 잘 알려진 접근법으로 간주될 수 있다. 시뮬레이션을 위해 프레임 오류율 (FER)을 성능 메트릭으로 채택하고 감지 매트릭스 A 의 각 요소는 i.i.d에서 도출된 것으로 가정한다. 평균과 단위 분산이 0인 가우시 랜덤 변수. 신호 대 잡음비(SNR)은 $\text{SNR} = E[\|\mathbf{x}\|_2^2] / E[\|\mathbf{z}\|_2^2] = K/M\sigma^2$ 로 정의된다.

제안된 Turbo-BMP의 우수성을 보여주기 위해 이진 희소 벡터를 고려한다. 해당 결과는 그림 1 및 2와 같다. 그림 1 및 2 모두 L 이 커질수록 성능이 커진다. 이러한 결과는 제안된 외부 정보와 이를 사전 정보로 활용하는 방법이 실제로 효과적이라는 것을 입증한다. 또한, 그림 1은 Turbo-BMP 및 M-BMP의 성능을 파일럿 오버헤드로 보여준다. 같은 정확도를 요구할 경우 Turbo-BMP는 M-BMP보다 더 적은 파일럿 오버헤드를 요구함을 확인하였다. 그림 2는 L 에 따라 다양한 희소성 개수에 대해 Turbo-BMP가 M-BMP보다 성능이 우수함을 관찰했다. 예상대로 그

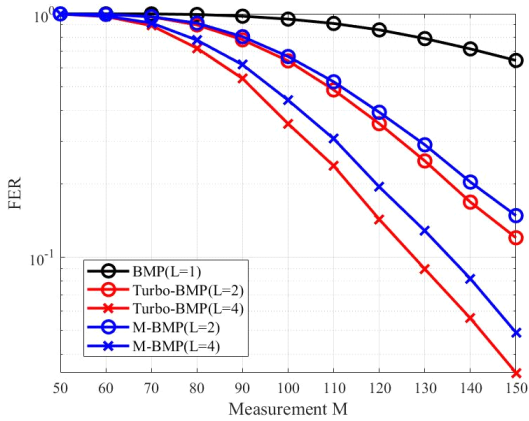


그림 1. $N=150, K=12, SNR=10\text{dB}$ 그리고 이진 최소 벡터 (즉, $x_{i,j} \in \{-1, 1\}$) 일 때, 1-비트 압축센싱 알고리즘의 FER 성능
 Fig. 1. FER performances of one-bit CS algorithms when $N=150, K=12, SNR=10\text{dB}$ and binary sparse vectors (i.e., $x_{i,j} \in \{-1, 1\}$)

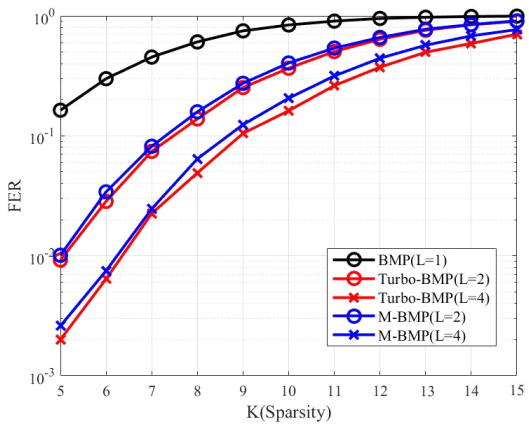


그림 2. $N=150, M=100, SNR=10\text{dB}$ 그리고 이진 최소 벡터 (즉, $x_{i,j} \in \{-1, 1\}$) 일 때, 1-비트 압축센싱 알고리즘의 FER 성능
 Fig. 2. FER performances of one-bit CS algorithms when $N=150, M=100, SNR=10\text{dB}$ and binary sparse vectors (i.e., $x_{i,j} \in \{-1, 1\}$)

림 1 및 2 모두 Turbo-BMP와 M-BMP를 비교하였을 때, Turbo-BMP의 이득이 높음을 보인다. 또한, Turbo-BMP는 M-BMP를 능가하여 제안된 Turbo 원리가 매우 잘 작동함을 시사한다. 시뮬레이션 결과를 통해, Turbo-BMP는 유한한 알파벳 최소 벡터가 있는 일부 애플리케이션에 적합하다.

IV. 결 론

우리는 1-비트 양자화 측정을 통해 압축 센싱 문제

를 조사했다. 1-비트 정량화의 비선형성 때문에, 양자화되지 않은 상태에서 개발된 기존 방법은 직접 적용할 수 없다. 이러한 어려운 문제에서, 우리는 BMP 알고리즘에 터보 원리를 적절히 적용하여 새로운 알고리즘을 제안했다. 제안하는 알고리즘은 Turbo-BMP이다. 시뮬레이션 결과는 제안된 알고리즘인 Turbo-BMP가 가장 잘 알려진 방법인 M-BMP보다 우수하다는 것을 입증한다.

References

- [1] A. Zymnis, S. Boyd, and E. J. Candès, "Compressed sensing with quantized measurements," *IEEE Sig. Process. Lett.*, vol. 17, no. 2, pp. 149-152, Feb. 2010. (<https://www.doi.org/10.1109/LSP.2009.2035667>)
- [2] L. Jacques, J. N. Laska, P. T. Boufounos, and R. G. Baraniuk, "Robust 1-bit compressive sensing via binary stable embeddings of sparse vectors," *IEEE Trans. Inf. Theory.*, vol. 59, no. 4, pp. 2082-2102, Apr. 2013. (<https://www.doi.org/10.1109/TIT.2012.2234823>)
- [3] M. Yan, Y. Yang, and S. Osher, "Robust 1-bit compressive sensing using adaptive outlier pursuit," *IEEE Trans. Sig. Process.*, vol. 60, no. 7, pp. 3868-3875, Jul. 2012. (<https://www.doi.org/10.1109/TSP.2012.2193397>)
- [4] H. M. Shi, M. Case, X. Gu, S. Tu, and D. Needell, "Methods for quantized compressed sensing," in *Proc. IEEE Inf. Theory Appl. Wkshp.*, pp. 1-9, La Jolla, CA, USA, Jan. 2016. (<https://www.doi.org/10.1109/ITA.2016.7888203>)
- [5] Y. Nam and N. Lee, "Bayesian matching pursuit: A finite-alphabet sparse signal recovery algorithm for quantized compressive sensing," *IEEE Sig. Process. Lett.*, vol. 26, no. 9, pp. 1285-1289, Sep. 2019. (<https://www.doi.org/10.1109/LSP.2019.2927848>)
- [6] J. Chae, S. Kim, and S. Hong, "Stacked bayesian matching pursuit for one-bit compressed sensing," *IEEE Sig. Process. Lett.*, vol. 27, no. 9, pp. 550-554, Mar. 2020. (<https://www.doi.org/10.1109/LSP.2020.2983557>)
- [7] M. Mishali and Y. C. Eldar, "Blind multiband

- signal reconstruction: Compressed sensing for analog signals,” *IEEE Trans. Sig. Process.*, vol. 57, no. 3, pp. 993-1009, Mar. 2009. (<https://www.doi.org/10.1109/TSP.2009.2012791>)
- [8] Q. Ling and Z. Tian, “Decentralized support detection of multiple measurement vectors with joint sparsity,” in *Proc. Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process.*, pp. 2996-2999, Prague, Czech Republic, May 2011. (<https://www.doi.org/10.1109/ICASSP.2011.5946288>)
- [9] F. Zeng, C. Li, and Z. Tian, “Distributed compressive spectrum sensing in cooperative multihop cognitive networks,” *IEEE J. Sel. Topics Sig. Process.*, vol. 5, no. 1, pp. 37-48, Jun. 2010. (<https://www.doi.org/10.1109/JSTSP.2010.2055037>)
- [10] J. A. Bazerque and G. B. Giannakis, “Distributed spectrum sensing for cognitive radio networks by exploiting sparsity,” *IEEE Trans. Sig. Process.*, vol. 58, no. 3, pp. 1847-1862, Mar. 2010. (<https://www.doi.org/10.1109/TSP.2009.2038417>)
- [11] Z. Chen, F. Sotriani, and W. Yu, “Sparse activity detection for massive connectivity,” *IEEE Trans. Sig. Process.*, vol. 66, no. 7, pp. 1890-1904, Jan. 2018. (<https://www.doi.org/10.1109/TSP.2018.2795540>)
- [12] H. F. Schepker and A. Dekorsy, “Compressive sensing multi-user detection with block-wise orthogonal least squares,” in *Proc. Int. Conf. Veh. Tech.*, pp. 1-5, Yokohama, Japan, May 2012. (<https://www.doi.org/10.1109/VETECS.2012.6240301>)
- [13] D. W. Kim, S. J. Moon, and J. W. Lee, “Semi-orthogonal random access for mMTC in massive MIMO systems,” *J. KICS*, vol. 46, no. 7, pp. 1164-1172, Jul. 2021. (<https://www.doi.org/10.7840/kics.2021.46.7.1164>)
- [14] Y. S. Jeon, M. M. Amiri, J. Li, and H. V. Poor, “A compressive sensing approach for federated learning over massive MIMO communication systems,” *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, vol. 20, no. 3, pp. 1990-2004, Mar. 2021. (<https://www.doi.org/10.1109/TWC.2020.3038407>)
- [15] S. F. Cotter, B. D. Rao, K. Engan, and K. Kreutz-Delgado, “Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 53, no. 7, pp. 2477-2488, Jul. 2005. (<https://www.doi.org/10.1109/TSP.2005.849172>)
- [16] P. H. Siegel, D. Divsalar, E. Eleftheriou, J. Hagenauer, and D. Rowitch, “Guest editorial –The turbo principle: From theory to practice,” *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 19, pp. 793-799, May 2001. (<https://www.doi.org/10.1109/JSAC.2001.924863>)

노 예 림 (Yerim Noh)



2020년 2월 : 아주대학교 전자공학과 학사
 2022년 2월 : 한양대학교 융합전자공학과 석사
 <관심분야> 무선통신 시스템, 압축 센싱
 [ORCID:0000-0002-6665-9356]

홍 송 남 (Songnam Hong)



2005년 2월~2009년 5월 : 삼성 전자 통신연구소, 선임연구원
 2014년 8월 : University of Southern California (USC), Electrical and Computer Engineering, 박사
 2014년 9월~2016년 2월 : 에릭슨 실리콘밸리 연구소, Senior Engineer
 2016년 3월~2020년 8월 : 아주대학교 전자공학과 조부교수
 2020년 9월~현재 : 한양대학교 융합전자공학부 부교수
 <관심분야> 머신러닝, 정보이론, 무선통신
 [ORCID:0000-0002-9535-2521]