

MIMO 시스템을 위한 저복잡도 LMMSE-ISIC 기법

박 상 준*

Low Complexity LMMSE-ISIC Scheme for MIMO Systems

Sangjoon Park*

요 약

본 논문에서는 MIMO 시스템을 위한 저복잡도 LMMSE-ISIC 기법을 제안한다. 제안 기법은 매 반복 과정에서 Affine MMSE 기반 필터링 벡터를 계산한 이후 이로부터 송신 심볼들의 추정치를 동시에 갱신한다. 이는 역행렬 연산 이외의 추가적인 행렬 연산 없이 수행되며, 따라서 제안 기법은 직접적으로 행렬 연산을 이용하는 방식 대비 동일한 추정치를 낮은 연산량으로 얻을 수 있다. 모의실험을 통해 제안 기법이 안테나 환경에 관계없이 유사한 수준의 연산량을 요구하는 Affine MMSE 방식 대비 우수한 오류성능을 달성함과 동시에 직접적인 행렬 연산 방식과 동일한 오류 성능을 달성함을 확인하였다.

Key Words : MIMO, LMMSE, ISIC, Affine MMSE, Iterative Detection

ABSTRACT

In this letter, a low-complexity LMMSE-ISIC scheme for MIMO systems is proposed. In each iteration of the proposed scheme, the estimates of transmitted symbols are updated together from the affine MMSE filtering vectors. This requires no additional matrix operations except the matrix inverse operation, which makes the proposed scheme to obtain the identical estimates to the direct matrix operation based LMMSE-ISIC scheme at a low computational complexity. Simulation results show

that, regardless of the antenna configuration, the proposed scheme outperforms the affine MMSE based scheme with a similar complexity order and achieves the error performance identical to the direct matrix operations based LMMSE-ISIC scheme.

I. 서 론

LMMSE (Linear Minimum Mean-Square-Error) 검출 기반 연판정 간섭 제거 과정을 반복적으로 수행하는 LMMSE-ISIC (LMMSE Iterative Soft Interference Cancellation) 기법은 특히 많은 수의 입출력을 갖는 Massive MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) 시스템에서 잠재적인 다이버시티 이득의 증가로 준최적 성능을 달성하는 것으로 알려져 있다.^[1-3] 이러한 LMMSE-ISIC 기법은 각 심볼들 간의 순차적인 검출 과정 진행에 의하여 특히 Massive MIMO 시스템에서 매우 높은 연산량 및 수행 시간을 요구할 수 있다. 이러한 수행 시간의 절감을 위해 동시 처리 알고리즘을 적용할 수 있으나, 이는 통상적인 순차처리 방식 대비 동일한 행렬 연산을 필요로 하여 연산 복잡도 측면의 이득을 제공하지 못한다. 이러한 동시 처리 방식의 연산 복잡도 개선을 위해 터보 등화기를 위해 제안된 Affine MMSE (AMMSE) 검출 방식을 적용할 수 있다.^[4] 하지만 이러한 AMMSE 검출 방식을 LMMSE-ISIC에 적용할 경우에는 반복 과정의 수 증가에 따른 검출 성능의 향상이 미약할 수 있다.^[3]

따라서 본 논문에서는 직접 행렬 연산 방식 LMMSE-ISIC의 연산 복잡도 개선을 위한 저복잡도 LMMSE-ISIC 기법을 제안한다. 제안 기법은 AMMSE 검출 기반 필터링 벡터를 구한 후, 해당 필터링 벡터로부터 추가적인 행렬 연산 없이 벡터 및 윈소 단위 연산만을 통해 각 심볼들의 LMMSE-ISIC 추정치를 동시에 갱신한다. 이는 수학적 근사화 없이 수행되므로, 제안 기법은 낮은 복잡도로 직접 행렬 연산 방식과 동일한 심볼 추정치를 얻을 수 있다.

II. 시스템 모델

본 논문에서는 송신 안테나의 수가 N_t 이며 수신 안

* 이 논문은 2022년도 과학기술정보통신부의 지원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. NRF-2022R1F1A1064163).

* First and Corresponding Author : (ORCID:0000-0002-6684-9803)Kyonggi University, Department of Electronic Engineering, sj.park@kgu.ac.kr, 조교수, 정회원

논문번호 : 202208-165-A-LU, Received August 2, 2022; August 3, 2022; Accepted August 3, 2022;

테나의 수가 M 인 MIMO 시스템을 고려한다. 송신단은 송신 비트들에 대한 변조 과정을 거쳐 $N \times 1$ 송신 심벌 벡터 $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_N]^T$ 을 생성한 후 각 송신 안테나를 통해 전송한다. 이 때 \mathbf{s} 에 대한 $M \times 1$ 수신 심벌 벡터 $\mathbf{r} = [r_1, \dots, r_M]^T$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1)$$

식 (1)에서 $M \times N$ 행렬 \mathbf{H} 는 송수신단 사이의 채널을 나타내며 \mathbf{h}_n 은 \mathbf{H} 의 n ($1 \leq n \leq N$) 번째 열을 나타낸다. 또한 $M \times 1$ 벡터 \mathbf{n} 은 잡음 성분을 포함하며 각 원소들은 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 i.i.d.한 가우시안 (Gaussian) 분포를 따른다. 따라서 각 송신 심벌 s_n ($1 \leq n \leq N$)의 평균 전력을 1로 정의할 때, 수신단에서의 평균 SNR (Signal To Noise Ratio)는 $1/\sigma^2$ 으로 정의된다.

III. 제안 저복잡도 LMMSE-ISIC 기법

제안 기법의 설명에 앞서 직접 행렬 연산 기반 및 AMMSE 기반의 LMMSE-ISIC 기법들의 동작을 간략히 설명한다. 먼저 송신 심벌들에 대한 동시 검출을 수행하기 위한 LMMSE-ISIC 기법은 매 반복 과정의 시작시 이전 반복 과정에서 전달된 $N \times 1$ 연관성 벡터 $\bar{\mathbf{s}} = [\bar{s}_1, \dots, \bar{s}_N]^T$ 및 $N \times 1$ 잔여 간섭분산 벡터 $\mathbf{v} = [v_1, \dots, v_N]^T$ 를 이용한 검출 과정을 진행하며, 이때 첫 번째 반복 과정에서는 $\bar{\mathbf{s}}$ 및 \mathbf{v} 의 모든 원소들은 각각 0 및 1로 초기화된다. 또한 특정 반복 과정 이후 모든 심벌에 대한 검출치가 얻어지면 이를 이용하여 다음 반복 과정을 위해 $\bar{\mathbf{s}}$ 및 \mathbf{v} 를 갱신한다.^[1-3]

직접 행렬 연산 기반 LMMSE-ISIC 기법의 경우 주어진 반복 과정에서 n 번째 송신 심벌 s_n 에 대한 $1 \times M$ 필터링 벡터 \mathbf{f}_n^{DR} 및 검출치 \hat{s}_n^{DR} 을 다음과 같이 계산한다.

$$\mathbf{f}_n^{\text{DR}} = \mathbf{h}_n^H (\mathbf{H} \text{diag}(\mathbf{v}_n) \mathbf{H}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_M)^{-1} \quad (2)$$

$$\hat{s}_n^{\text{DR}} = \mathbf{f}_n^{\text{DR}} (\mathbf{r} - \mathbf{H}\bar{\mathbf{s}}_n) \quad (3)$$

식 (2)에서 \mathbf{v}_n 은 \mathbf{v} 의 n 번째 원소를 1로, 식 (3)에서 $\bar{\mathbf{s}}_n$ 은 $\bar{\mathbf{s}}$ 의 n 번째 원소를 0으로 대체한 벡터로, 이러한 연산들은 s_n 의 검출 과정에서 해당 연관성 값의 영

향을 제거하기 위해 수행되었다. 이러한 식 (2) 및 (3)은 $1 \leq n \leq N$ 까지 수행되어야 하므로, 직접 행렬 연산 기반의 동시 검출 LMMSE-ISIC 방식은 순차 검출 기반의 LMMSE-ISIC 방식과 동일하게 높은 연산 복잡도를 요구한다.

다음으로, AMMSE 기반의 LMMSE-ISIC 기법의 경우 먼저 다음 $M \times M$ 행렬 \mathbf{F} 를 계산한다.

$$\mathbf{F} = (\mathbf{H} \text{diag}(\mathbf{v}) \mathbf{H}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_M)^{-1} \quad (4)$$

이를 바탕으로 n 번째 송신 심벌 s_n 에 대한 $1 \times M$ 필터링 벡터 \mathbf{f}_n^{AM} 및 검출치 \hat{s}_n^{AM} 은 다음과 같이 계산된다.

$$\mathbf{f}_n^{\text{AM}} = v_n \mathbf{h}_n^H \mathbf{F} \quad (5)$$

$$\hat{s}_n^{\text{AM}} = \mathbf{f}_n^{\text{AM}} (\mathbf{r} - \mathbf{H}\bar{\mathbf{s}}) + \bar{s}_n \quad (6)$$

즉, AMMSE 기반 방식의 경우 송신 심벌들에 대한 모든 연관성 값을 반영한 필터링 벡터를 구한 이후, 이를 이용하여 구한 검출치 $\mathbf{f}_n^{\text{AM}} (\mathbf{r} - \mathbf{H}\bar{\mathbf{s}})$ 로부터 사용된 연관성 값 \bar{s}_n 을 보상하는 방식으로 개별 심벌들의 추정치 \hat{s}_n^{AM} 을 계산한다. 이를 통해 직접 행렬 연산 기반 LMMSE-ISIC 기법의 식 (2)에서 반복 과정마다 N 번 수행되는 역행렬 연산 및 행렬 곱셈들을 식 (4)를 통해 한 번만 수행함으로써 연산 복잡도를 절감할 수 있다. 하지만 보상에 사용되는 연관성 값 \bar{s}_n 의 크기는 반복 과정 수에 따라 증가하며, 필터링 벡터에 곱해지는 잔여 간섭 분산 값 v_n 은 반복 과정 수에 따라 감소한다. 결과적으로 반복 과정 수가 증가할 경우 $\hat{s}_n^{\text{AM}} \approx \bar{s}_n$ 으로 수렴되며, 따라서 AMMSE 기반 방식은 직접 행렬 연산 기반 LMMSE-ISIC 기법 대비 반복 과정 증가에 따른 성능 향상이 크게 제약된다.

이러한 성능 제약 없이 직접 행렬 연산 기반 LMMSE-ISIC 기법의 연산 복잡도를 개선하기 위해, 본 논문에서는 AMMSE 기반 동시 검출을 적용한 LMMSE-ISIC 기법을 제안한다. 먼저 \hat{s}_n^{DR} 및 \hat{s}_n^{AM} 간에 다음과 같은 관계식이 성립함이 알려져 있다.^[3]

$$\hat{s}_n^{\text{DR}} = a_n \hat{s}_n^{\text{AM}} + (b_n - a_n) \bar{s}_n \quad (7)$$

이 때 식 (7)의 a_n 및 b_n 은 다음과 같이 정의된다.

$$a_n = \frac{1}{(1-v_n)\mathbf{f}_n^{\text{AM}}\mathbf{h}_n + v_n} \quad (8)$$

$$b_n = \frac{\mathbf{f}_n^{\text{AM}}\mathbf{h}_n}{(1-v_n)\mathbf{f}_n^{\text{AM}}\mathbf{h}_n + v_n} = a_n\mathbf{f}_n^{\text{AM}}\mathbf{h}_n \quad (9)$$

또한 식 (7)을 식 (6)을 이용하여 정리하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\hat{\mathbf{s}}_n^{\text{DR}} = a_n\mathbf{f}_n^{\text{AM}}(\mathbf{r} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}) + b_n\bar{\mathbf{s}}_n \quad (10)$$

따라서 위 식들을 바탕으로 제안 기법은 다음과 같이 동작한다.

- 1) 먼저 AMMSE 기반 방식과 마찬가지로, 식 (4)를 이용하여 \mathbf{F} 를 계산하고 이를 바탕으로 $1 \leq n \leq N$ 에 대한 AMMSE 필터링 벡터 \mathbf{f}_n^{AM} 을 식 (5)를 통해 계산한다.
- 2) 각 \mathbf{f}_n^{AM} 을 이용하여 $1 \leq n \leq N$ 까지 $\mathbf{f}_n^{\text{AM}}\mathbf{h}_n$ 을 계산하고 이를 바탕으로 식 (8) 및 (9)의 a_n 및 b_n 을 계산한다.
- 3) 계산된 a_n 및 b_n 을 식 (10)에 적용하여 각 송신 심볼에 대한 추정치를 갱신한다.

즉, 제안 기법에서는 AMMSE 기반 필터링 벡터로부터 직접 행렬 연산 방식의 추정치를 유도하며, 이 때 수학적으로 동일한 해를 구하였으므로 직접 행렬 연산 방식과 동일한 추정 및 검출 성능을 달성할 수 있다. 또한 한 번의 역행렬 연산을 수행한 이후 행렬 연산 없이 벡터 및 원소 단위 연산만을 수행하므로, 직접 행렬 연산 방식 대비 복잡도를 크게 절감할 수 있다.

다음으로는 각 방식들에서 요구하는 연산 복잡도의 최고차항을 통해 구체적인 연산 복잡도를 비교한다. 먼저 직접 행렬 연산 방식의 경우 식 (2)에서 $M \times M$ 행렬에 대한 역행렬 연산 및 $M \times N$ 행렬 및 $N \times M$ 행렬의 곱 연산을 N 번 수행하여야 하므로 반복 과정 당 $O(NM^3 + N^2M^2)$ 의 연산 복잡도 차수를 필요로 한다. 한편 AMMSE 기반 방식의 경우 식 (4)에서 $M \times M$ 행렬에 대한 역행렬 연산 및 $M \times N$ 행렬 및 $N \times M$ 행렬의 곱 연산을 1번 수행하며, 식 (5) 및 식

(6)에서 각각 $1 \times M$ 및 $M \times 1$ 벡터간의 곱 연산을 N 번 수행한다. 따라서 AMMSE 기반 방식은 반복 과정 당 $O(M^3 + NM^2)$ 의 연산 복잡도 차수를 요구한다. 마지막으로 제안 기법의 경우 AMMSE 기반 방식의 연산량에 더해 식 (8) 및 식 (9)의 연산을 위해 추가적으로 $1 \times M$ 및 $M \times 1$ 벡터간의 곱 연산을 N 번 수행하여야 한다. 이를 통해 제안 기법은 AMMSE 기반 방식 대비 추가적인 연산량을 요구할 수 있다. 하지만 연산 복잡도 차수 측면에서 살펴볼 때 해당 추가 연산은 $O(NM^2)$ 의 연산 복잡도 차수를 가진다. 따라서 제안 기법은 반복 과정 당 $O(M^3 + NM^2)$ 로 AMMSE 기반 방식과 동일한 연산 복잡도 차수를 요구한다.

IV. 모의실험 결과

모의실험을 위해 QPSK (Quadrature Phase Shift Keying) 변조를 고려하였으며, 각 채널 원소의 분산이 1인 독립적 레일리 감쇄 채널을 고려하였다. 모의실험에서는 직접 행렬 연산 방식, AMMSE 기반 방식, 그리고 제안 기법의 평균 BER (Bit Error Rate) 성능을 구하여 이를 각 시스템의 MFB (Matched Filter Bound)와 비교하였다. 이 때 각 $M \times N$ 시스템의 MFB는 $M \times 1$ 시스템의 MRC (Maximum Ratio Combining) 성능과 동일하다.

그림 1 및 그림 2에서는 각각 $N=M=16$ 및 $N=M=64$ 인 MIMO 시스템에서 반복 과정 수에 따른 각 기법들의 평균 BER 성능을 나타내고 있으며, 여기서 직접 행렬 연산 방식, AMMSE 기반 방식, 그리고 제안 기법은 각각 Direct, AMMSE, Proposed로 표시되었다. 해당 결과를 통해 제안 기법은 안테나 환경 및 반복 과정 수에 관계없이 직접 행렬 연산 방식과 수학적으로 동일한 해를 구하므로 결과적으로 항상 동일한 평균 BER 성능을 달성하는 것을 확인할 수 있다. 또한 제안 기법 및 직접 행렬 연산 방식은 반복 과정의 수가 증가함에 따라 점진적으로 성능이 향상되어 각 안테나 환경에서의 최적 오류 성능인 MFB에 근접하는 성능을 달성하는 것을 확인할 수 있다. 한편, AMMSE 기반 방식의 경우 비록 제안 기법 대비 유사한 수준의 연산 복잡도를 요구하지만, 앞선 분석에서 나타난 것처럼 반복 과정의 수 증가에 따라 이전 반복 과정에서의 연산결과와 점차적으로 동일한 추정치를 갖게 되므로, 이에 따라 성능 향상이 제안 기법 및 직접 행렬 연산 방식 대비 크게 제약됨을 확인할 수 있다. 한편 첫 번째 반복 과정에서는 $\bar{\mathbf{s}}$ 및

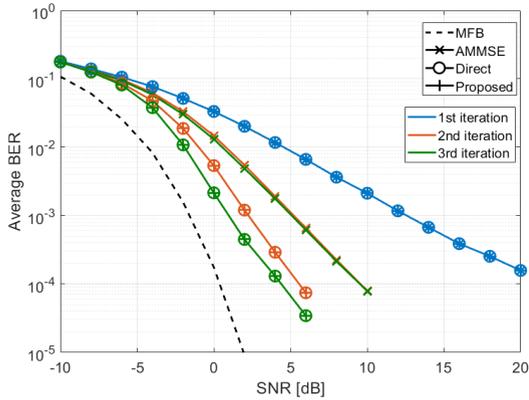


그림 1. 16x16 MIMO 시스템에서의 평균 BER
Fig. 1. Average BER for 16x16 MIMO systems

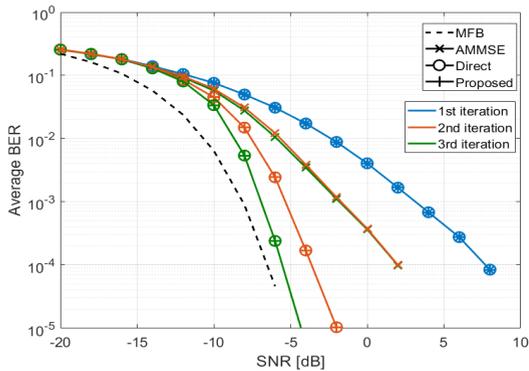


그림 2. 64x64 MIMO 시스템에서의 평균 BER
Fig. 2. Average BER for 64x64 MIMO systems

\mathbf{v} 의 모든 원소들이 각각 0 및 1로 초기화되어 연관성 정보를 사용하지 않으므로, 결과적으로 세 기법은 모두 연관성 간섭 제거를 사용하지 않은 LMMSE 검출기와 동일한 오류 성능을 갖는다.

V. 결 론

본 논문에서는 MIMO 시스템을 위해 저복잡도로 송신 심볼들을 동시 검출할 수 있는 LMMSE-ISIC 기법을 제안하였다. 제안 기법은 안테나 환경 및 반복 과정 수에 관계없이 직접 행렬 연산 방식과 동일한 추정치를 낮은 연산량으로 구할 수 있으며, 모의실험을 통해 동일한 평균 BER을 달성함을 확인하였다. 이를 통해 제안 기법이 MIMO 시스템을 위한 효율적인 준 최적 수신 기법임을 확인하였다.

이러한 제안 기법은 효율적인 반복 과정 중단 기법의 적용 등을 통해 추가적으로 연산 복잡도를 절감할

수 있다. 또한 제안 기법에 요구되는 수행 시간의 최적화를 위한 하드웨어 및 소프트웨어 알고리즘의 구체적인 구현 방식의 개발이 요구된다. 이러한 연구는 추후 과제로 남는다.

References

- [1] F. Cao, et al., "On the relation between PDA and MMSE-ISDIC," *IEEE Sign. Process. Lett.*, vol. 14, no. 9, pp. 597-600, Sep. 2007. (<https://doi.org/10.1109/LSP.2007.896157>)
- [2] J. Ki, et al., "Low-complexity MMSE-ISDIC with symbol based detection stopping criterion," *J. KICS*, vol. 46, no. 8, pp. 1258-1261, Aug. 2021. (<https://doi.org/10.7840/kics.2021.46.8.1258>)
- [3] S. Park, "Low-complexity LMMSE-based iterative soft interference cancellation for MIMO systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 70, pp. 1890-1899, Apr. 2022. (<https://doi.org/10.1109/TSP.2022.3165311>)
- [4] D. N. Liu and M. P. Fitz, "Low complexity affine MMSE detector for iterative detection-decoding MIMO OFDM systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 56, no. 1, pp. 150-158, Jan. 2008. (<https://doi.org/10.1109/TCOMM.2008.050623>)